



TITLE:

雨水の地中への浸透機構に関する研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

下島, 栄一

CITATION:

下島, 栄一. 雨水の地中への浸透機構に関する研究. 京都大学, 1985, 工学博士

ISSUE DATE:

1985-01-23

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.r5486>

RIGHT:

雨水の地中への浸透機構に関する研究

昭和59年9月

下 島 榮 一

正 誤 表

頁	行	誤	正
3	28	にもって	によっても
67	27	$v = \hat{v}_a$	$v_a = \hat{v}_a$
185	20	生起しない	生起する
209	7	小さい	小さなもの $\tilde{\theta}$ に近づく
225	6	テンション・メータ	テンシオメータ
225	7	テンション・メータ	テンシオメータ

雨水の地中への浸透機構に関する研究

昭和59年9月

下 島 榮 一

目 次

緒 論

1. 河川災害、水資源問題と浸透との係り	1
2. 浸透の生起場と現象的側面	1
3. 従来の研究の小史	2
4. 本論文の目的と概要	3
第 I 編 砂層への湛水浸透機構に関する研究	7
第 1 章 概 論	7
第 2 章 単一砂層への湛水浸透機構に関する研究	9
2.1 は じ め に	9
2.2 砂層浸透の実験	11
2.2.1 実験の装置及び方法	11
(1) 実験装置の概要	11
(2) 実験条件と実験方法	12
2.2.2 実験結果の概要	14
(1) 初期段階の浸透状況	14
(2) 十分時間が経った段階の浸透状況	22
2.2.3 実験結果に対する 2、3 の検討	28
(1) 十分時間が経った段階における現象の解析	28
(2) 初期段階における現象の解析	39
2.3 U字管による空気放出機構に関する実験的考察	46
2.3.1 実験の装置及び方法	46
2.3.2 実験結果とその考察	47
(1) 現象の描写	47
(2) p_a と p_β の時間変化	48
(3) $p_{a,1}$ と d_2 との関係	50
(4) 管 d_1 中の液体先端の速度と d_1 との関係	50

(5) 気泡の大きさと d_2 との関係	51
(6) p_p と d_2 との関係	52
(7) 空気柱内の圧力分布	53
2.3.3 砂層湛水浸透との類似性	55
(1) 砂層湛水浸透との比較	55
(2) 擬似飽和域の境界での空気の状態	59
2.4 湛水浸透機構の理論的研究	60
2.4.1 擬似飽和域における水及び空気の運動機構	60
(1) 運動機構の仮定	60
(2) α_r , β_r , ψ_i の変化特性	62
2.4.2 不飽和域における基礎式の近似化	67
2.4.3 近 似 解	69
(1) 第1次近似	69
(2) 第2次近似	73
2.4.4 砂層厚が浸透に及ぼす効果	78
(1) 砂層厚を考慮した解法	78
(2) 計算法の検討	82
(3) 数値解による検討	84
2.4.5 十分時間が経った段階の浸透特性	85
(1) 解析的方法による浸透特性	85
(2) 第2次近似解の特性	89
2.4.6 数値解による実験結果の検討	93
(1) 擬似飽和域におけるパラメータ	93
(2) 計算値と実験値との比較・検討	95
2.4.7 水分の再分配実験における擬似飽和域と空気圧との関係	101
(1) 実験方法	101
(2) 実験結果の概要	101
(3) 空気圧の時間変化に関する考察	104
2.5 ひ っ き	110

第3章 二層砂層への湛水浸透に関する研究	116
3.1 はじめに	116
3.2 上層が細砂で下層が粗砂の場合の湛水浸透	116
3.2.1 実験の装置及び方法	116
3.2.2 間隙空気が閉塞されない場合の浸透	117
(1) 実験結果の概要	117
(2) 実験結果の考察	120
3.2.3 間隙空気が閉塞される場合の浸透	125
(1) 実験結果の概要	125
(2) 実験結果の考察	130
3.3 上層が粗砂で下層が細砂の場合の湛水浸透	142
3.3.1 実験結果の概要	142
3.3.2 実験結果の考察	147
(1) 擬似飽和域の存在範囲	147
(2) wetting frontの層境界到達直後の現象	155
3.4 むすび	163
第4章 結 語	167
第Ⅱ編 砂層への雨水浸透に関する研究	173
第1章 概 論	173
第2章 湛水生起までの浸透に関する研究	176
2.1 はじめに	176
2.2 解析的研究	177
2.2.1 浸透場の条件と基礎式	177
(1) 浸透場の条件	177
(2) 基 礎 式	177
2.2.2 不飽和域の近似基礎式の特 性	179
(1) 形式的な解	179
(2) 湛 水 条 件	181
(3) 水分量分布	184

2.2.3	基礎式の近似解	185
(1)	近似解法	185
(2)	第2次近似解	186
2.2.4	第2次近似解の精度	188
(1)	2.2.2の解析結果による検討	188
(2)	基礎式の差分分解による検討	191
2.3	実験結果の考察	194
2.3.1	実験の装置及び方法	194
2.3.2	実験値と計算値との比較	194
(1)	透気係数の近似解への影響	194
(2)	湛水が生起した場合	195
(3)	湛水が生起しなかった場合	206
2.4	むすび	208
第3章	湛水生起後の浸透に関する研究	211
3.1	砂層浸透の実験	211
3.1.1	実験結果	211
3.1.2	孤立空気	213
3.2	解析的研究	216
3.2.1	基礎式の検討	216
(1)	連続式	216
(2)	運動の式	216
(3)	空気の状態方程式	217
3.2.2	基礎式の近似化	217
3.2.3	近似解	218
(1)	水の流量流速と水分量との関係	218
(2)	不飽和域の解	220
(3)	擬似飽和域の解	221
3.2.4	計算値と実験値との比較	221
(1)	未知パラメータの決定	221
(2)	計算例	222

(3) $K(1-A^e)$ と K_a の関数形の検討	223
3.3 む す び	224
第4章 現地における雨水浸透に関する2、3の考察	225
4.1 は じ め に	225
4.2 閉塞浸透と開放浸透における浸透特性の比較	226
(1) 浸 透 強 度	226
(2) 最終的な水分量分布	227
(3) 湛水が生起するための降雨強度の下限值	229
4.3 浸透能方程式	230
4.3.1 従 来 の 研 究	230
(1) Green・Ampt モデルに基づく式	231
(2) Hortonの式	231
(3) Kostiaikov の式	232
(4) Philipの式	232
4.3.2 間隙空気の開塞を考慮した浸透能方程式	233
(1) 浸透方程式に関する条件	233
(2) 方程式の誘導	234
(3) 計 算 例	236
(4) 簡単な浸透能方程式	238
4.4 む す び	240
第5章 結 語	244
結 論	246
謝 辞	254
付 録	255

記 号 表

(本論文でよく用いられる記号)

A	: $K(\theta)/\{K(\theta) + K_a(\theta)\}$
A^e	: $K(\theta)/\{K(\theta) + K_a(\theta_a^e)\}$
D	: 水分の拡散係数
f	: 浸透強度
f_∞	: 最終浸透強度
h_w	: 湛水深
K	: 不飽和透水係数
\hat{K}	: 擬似飽和域での等価な透水係数
K_a	: 透気係数
\hat{K}_a	: 擬似飽和域での等価な透気係数
K_{sat}	: 飽和透水係数
L	: 砂層厚
m	: 重量含水比 (mass wetness)
P_a	: 間隙空気圧 ($= P_{a0} + p_a$)
P_{a0}	: 大気圧
p_a	: 大気圧を基準にとった間隙空気圧
p_{aL}	: 砂層底部での空気圧 p_a
p_{a1}	: 擬似飽和域下端の空気圧 p_a
$\dot{p}_{a\infty}$: 一定となった dp_{aL}/dt の値
p_w	: 浸透水の圧力水頭
q	: 降雨強度
r	: $-v_a/v$ あるいは $-\hat{v}_a/\hat{v}$
t	: 時間
v	: 不飽和域での水の流量流速
\hat{v}	: 擬似飽和域での水の流量流速

- v_a : 不飽和域での空気の流量流速
 \hat{v}_a : 擬似飽和域での空気の流量流速
 x : 浸透面を原点に、重力方向を正とする位置座標
 x_1 : 擬似飽和域の厚さ
 α : $\varepsilon = 0$ のときの α_r
 α_c : α_r の漸近値
 α_r : $\hat{K}_a / (\hat{K}_a + r\hat{K})$
 α_c^* : $\hat{K}_{al} / (\hat{K}_{al} + \hat{K}_l) \approx \hat{K}_{au} / (\hat{K}_{au} + \hat{K}_u)$
 β : $\varepsilon = 0$ のときの β_r
 β_c : β_r の漸近値 $-\alpha_c \psi_e / (1 - \alpha_c)$
 β_r : $\alpha_r (-\psi_1 + p_{w0} - p_{a0})$
 δ : $\theta_a' = (\delta - 1) \theta$ を満すもので、定常状態下では $\delta = \delta_\infty$; 第Ⅱ編式 (3.2.27)
 ε : $\int_x^L (\theta_{sat} - \theta) \frac{\partial P_a}{\partial t} dx / K \bar{P}_a$; 第Ⅰ編式 (2.4.41)
 η : $-\int_{\xi}^{\xi_0} (\theta_{sat} - \theta) \left(\frac{\partial p_a}{\partial \tau} - \omega_* \frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right) d\xi / K_a P_a$; 第Ⅰ編式 (2.2.35)
 θ : 体積含水率
 θ_a : $\theta_{sat} - \theta$
 θ_a^e : $\theta_{sat} - \theta - \theta_a'$
 θ_a' : 孤立空気の体積率
 θ_c : $\{K(1-A)\}$ が最大値をとる θ の値
 θ_c' : $\{K(1-A) - K_0(1-A_0)\} / (\theta - \theta_0)$ が最大値をとる θ の値
 θ_m : 散水浸透で浸透面に湛水が生起する時点の θ_s の値、あるいは水分の再分配実験における遷移点での θ の値
 θ_s : 散水浸透の場合の浸透面での θ の値
 θ_{sat} : 飽和体積含水率
 θ_0 : 初期体積含水率で一定値
 θ_1 : 擬似飽和域あるいはその直下 ($x = x_{1+}$) での θ の値
 θ_* : 一定の形状と速度で移動している wetting front の水分量の上限值
 $\tilde{\theta}$: $q < \{K(1-A)\}_c$ のとき、 $q = K(1-A)$ の関係を満す2つ水分量のうち小さな方の値

- A : 関数 $K_a(\theta)$ に含まれるパラメータ ; 第 I 編式 (2.2.61)
 λ : 関数 $K_a(\theta)$ に含まれるパラメータ ; 第 II 編式 (2.3.1)
 λ_* : 関数 $K_a(\theta_a^e)$ に含まれるパラメータ ; 第 II 編式 (3.2.26)
 ξ : 移動座標 $\xi(\theta) = x(\theta, \tau) - \omega_* \tau$; 第 I 編式 (2.2.21)
 ρ_a : 空気の密度
 ρ_w : 水の密度
 ψ : 毛管ポテンシャル ($= p_w - p_a$)
 ψ_e : water entry value あるいは air entry value
 ω_* : 形状が固定され、水分量の上限値が $\theta = \theta_*$ の wetting front の一定な移動速度
 $\tilde{\omega}$: ω_* と同じものであるが、 θ_* が $\tilde{\theta}$ となる場合 wetting front の移動速度

添字の意味

- a : 空気の場合
 b : 単層湛水浸透の初期段階での最大水分量 $\theta = \theta_b$ の値
 c : $\theta = \theta_c$ の値
 c' : $\theta = \theta'_c$ の値
 j : 二層砂層の場合の層境界での値
 l : 二層砂層の場合の下層での値
 s : 浸透面での値
 sat : 水分の飽和状態での値
 u : 二層砂層の場合の上層での値
 w : 水の場合
 0 : $\theta = \theta_0$ の値、あるいは $x = 0$ の値
 1 : $\theta = \theta_1$ の値、あるいは $x = x_1$ の値
 $*$: $\theta = \theta_*$ の値
 \sim : $\theta = \tilde{\theta}$ の値

1. 河川災害、水資源問題と浸透との係り

人間は種々の形で水との係りをもってきた。この係りを河川という場に限定すると、その一つは、地表水や地下水に働きかけることによって得られる人類の生存、食糧生産、生活環境、鉱工業生産、都市生活のための水資源としての水であり¹⁾、他方は洪水災害、土砂災害、内水災害、渇水災害などの災害にみられる発生原因としての水である²⁾。このような水と人間との係りにおいて、自然的環境と人為的環境とに不均衡が生じたときに社会生活は尽大な損害を受けることは、記憶に新しい昭和53年～54年の福岡渇水や昭和57年7月の長崎での土砂災害をみても明白である。

我国において従来地理的環境から無尽蔵にあるとさえ考えられてきた水を限りある水資源として認識されだしたのは、昭和30年代の後半に始まった都市への人口集中や一部の地域での急速な工業化で象徴される経済高度成長期以降のことである。その後も特定地域のみならず全域的に水需要が激増し、成長期を終えた現在でも東京圏や北九州圏にみられるような慢性的な水不足³⁾も生じているが、これは水システムにおける量的不均衡によるものであることは明らかである。一方、大古より現在に至るまで人間は水との戦いを繰り返してきたが、人間の英知や努力にもかかわらず河川災害はなくなり、近年においては生活や活動の場の変化に伴い都市災害にみられる新たな災害も発生するようになって災害の形態も複雑化してきた。

これらの当面する問題に対処するには、降雨の短期・長期の予測の重要性もさることながら、降雨が河川流域においてどのように変形をうけ河川水とか地下水になるかという雨水の流出過程を明確にすることも基本的要件となる。ところで、豪雨災害は流出成分からみると表面流と中間流が支配的であり、一方渇水災害を含んだ水質源問題には主として地下水流が支配的となっているが、これらの流出成分を決めるもの、すなわち河川流域での水の在り方を決める重要な要素が浸透という現象である。なお、後者の場合には蒸発散も重要となるが、これにかかわる水の多くは一旦地中に浸透した土壌水である。このように、浸透は豪雨災害、水資源問題に対し基本的なところで重要な係りをもつことになる。

2. 浸透の生起場と現象的側面

浸透 (infiltration) は降水が地表面から侵入し下方へ移動する過程に対して用いられる用語であるが、上述した流出過程、広くいえば水文学的循環における浸透の物理的役割が明

確に認識されたのは水文学の長い歴史⁴⁾の中では比較的最近のことで、1933年のHorton⁵⁾の画期的な研究に始まる。

河川流域はいろいろの地質で構成されるが、地中には不透水性の岩盤が存在し、また地下の比較的上層部は多孔質の地層で覆われているので、地層間の透水条件によって地下水面が形成されている場合が多い。このことより浸透の生起場は、これらの境界面と地表面の間の有限な領域であると考えてよい。

また、浸透を現象面からみると、地中の間隙空気は上述した境界面のため地表面を通してのみ外界へ放出されることになるので、浸透水と空気は逆方向に流れることになる。このように、浸透は、非圧縮性流体の水と圧縮性流体の空気が微視的には非一様で有限な重力下にある多孔質媒体 (porous media) の領域を、混在して互に逆方向に流れる2相流体流とみなすことができる。

3. 従来の研究の小史

土壌物理学の分野における浸透の研究は、1907年のBuckingham⁶⁾の画期的研究に端を発している。その後莫大な研究がなされてきたが、その主流は水の粘性係数と密度が空気のそれに対し十分に大きいので浸透水は間隙空気と自由に交換されとし、浸透水の移動に対し空気の運動の影響を無視したものである。この仮定に基づく不飽和浸透の研究は、若干残された問題もある⁷⁾が、Richards⁸⁾を経て Philip⁹⁾に至りほぼ完成の域に達したものである。

しかし、前述したような浸透場で、地表面近傍の土壌水分がある程度増大した場合や浸透面に湛水(表面流や中間流の発生に対応する)が生起した場合には、間隙空気と浸透水との自由な交換ができにくくなり、空気が浸透水によって閉塞されるものと考えられる。このような浸透における閉塞空気の影響の重要性が認識されるようになったのは、Powers¹⁰⁾、Horton¹¹⁾、Free・Palmer¹²⁾らの実験的研究がなされた1935～1940年にかけてのことである。これらの研究は空気の浸透水に及ぼす影響を単に記述するに留まり、機構の解明を志向した本格的な研究は、Wilson・Luthin¹³⁾、Youngs・Peck¹⁴⁾、Peck¹⁵⁾、¹⁶⁾、石原・高木・馬場¹⁷⁾、高木・馬場¹⁸⁾等にみられるように1960年代になってからである。

間隙空気が閉塞される場合の湛水浸透に対し、Youngs・Peck¹⁴⁾は空気を動的には扱わなかったが、Richardsの式とBoyle則を用いて空気が圧縮過程にあるときの浸透機構をある程度明らかにし、またPeck¹⁶⁾や高木・馬場¹⁸⁾は空気の浸透面からの放出条件を実験的に与えている。なお、このような浸透をGreen・Ampt¹⁹⁾のモデルを用いて浸透強度と間隙空気の時間変化を解析的に求めようとしたAdrain・Franzini²⁰⁾の研究も現われたが、

繰り返される空気の高縮・放出過程の一連の現象を統一的に解明するまでには至らなかった。

1970年代に入り、浸透を前述したように2相流体流とみなすことによる研究がBrustkern・Morel-Seytoux^{21), 22)}、McWhorter²³⁾、Noblanc・Morel-Seytoux²⁴⁾、Sonu・Morel-Seytoux²⁵⁾等により行われた。これらの研究の背景は、2相流体流はそれぞれ不変ではなく変化する effective permeability を用いて表わされる Darcy 則的な表現(一般化された Darcy 則と呼ばれる)に従うとした Muskat・Meres²⁶⁾、Leverett²⁷⁾等の研究、このような流れ問題に対し表面張力の影響を無視した形ではあるが fractional flow function なる関数を導入して解析的に解く方法を示した Buckley・Leverett²⁸⁾等の研究に求めることができる。Morel-Seytoux 一派の研究²⁹⁾は非高縮流体の石油と水の同時流れを扱った石油工学での結果を浸透問題に適用したものであるが、浸透において間隙空気を運動学的に捉えたことは、従来の研究ではみることができず、画期的であり、表面張力と空気の高縮性の扱いに苦心の跡がみられる。降雨や湛水条件下の浸透について彼らが開拓した一種の解析的方法で数値実験がなされたが、例えば湛水浸透にみられる一度高縮された空気が外界へ放出された以降の繰り返される間歇的な空気の放出をどのように扱うのか、また浸透水と空気との交換機構はどのようになっているのか等の問題に対する解答は見当らないようである。

以上、浸透の研究の大略的な流れについて述べたが、間隙空気の高縮性、閉塞性に注目した雨水浸透の1960年代以降の主な研究を、実験的なもの、理論的・数値計算的なもの、両者の中間的なものに大別するとつぎのようになる。

実験的: Wilson・Luthin¹³⁾、Peck^{15), 16)}、石原・高木・馬場¹⁷⁾、高木・馬場¹⁸⁾
Dixon・Linden³⁰⁾、Vachaud・Gaudet・Kuraz³¹⁾
中間的: Adrain・Franzini²⁰⁾、McWhorter²³⁾
理論的・数値計算的: Youngs・Peck¹⁴⁾、Brustkern・Morel-Seytoux^{21), 22)}、
Noblanc・Morel-Seytoux²⁴⁾、Sonu・Morel-Seytoux²⁵⁾

4. 本論文の目的と概要

本研究は、前述した水文学的循環、豪雨災害、水資源問題と浸透との重要な係りを認識することによって、間隙空気が地表面を通してのみ外界に放出されるという条件のもとにある地中へのとくに雨水の浸透機構を解明し、雨水浸透現象を深く理解することを目的とする。浸透現象は浸透水と間隙空気の運動の機構のみならず場の構造と降雨条件にもっとも支配されるはずであるので、本論文の内容もこの観点に立って構成され、各編の概要はつぎのとおりである。

第I編では、雨水浸透に関する基礎的な問題を扱う。すなわち、単一砂層への湛水浸透実験

を介して、間隙空気と浸透水の交換機構、間隙空気の放出機構の解明、および浸透水の移動に及ぼす間隙空気の影響の解明が試みられる。さらに、浸透場の多層構造的に着目して、層境界の存在が浸透に及ぼす効果の解明が二層砂層への湛水浸透実験によって試みられる。

第Ⅱ編は第Ⅰ編の応用編とでもいえるものであって、第Ⅰ編で得た基礎的な成果を用いることによって、比較的現実の降雨に類似した降雨条件と雨水浸透との係りを、単一砂層への強度が一定の降雨条件のもとでの浸透を対象にして理論的・実験的に考察が進められるとともに、浸透面で湛水が生じた以降の浸透強度の時間変化を与える浸透能方程式について検討がなされる。

参 考 文 献

- 1) 石原安雄：水資源の基本問題の検討、京大防災研究所水資源研究センター研究会資料、1981.
- 2) 例えば、矢野勝正編：水災害の科学、技報堂、1971、pp. 26-28.
- 3) 例えば、国土庁監修：水資源便覧、昭和57年版
- 4) 例えば、Biswas, A. K.：水の文化史 — 水文学入門 —、高橋 裕、早川正子共訳、文一総合出版
- 5) Horton, R. E.： The role of infiltration in the hydrological cycle, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 14, 1933, pp. 446-460.
- 6) Buckingham, E.： Studies on movement of soil moisture, U. S. Dep. Agr. Bur. Soil Bull., No. 38, 1907.
- 7) Philip, J. R.： Future problems of soil water research, Soil Sci., Vol. 113, 1972, pp. 294-300.
- 8) Richards, L. A.： Capillary conduction of liquids through porous media, Physics, Vol. 1, 1931, pp. 318-333.
- 9) Philip, J. R.： 例えば、Theory of infiltration, Adv. in Hydroscience 5, Academic Press, 1969, pp. 215-296.
- 10) Powers, W. L.： Soil water movement as affected by confined air, J. Agr. Res., 49, 1934, pp. 1125-1133.
- 11) Horton, R. E.： An approach toward a physical interpreta-

- tion of infiltration capacity, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol. 5, 1940, pp. 399-417.
- 12) Free, J. R. and V. J. Palmer: Relationship of infiltration, air movement and pore size in graded silica sand, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol. 5, 1940, pp. 390-398.
 - 13) Wilson, L. G. and J. N. Luthin: Effect of air flow ahead of the wetting front on infiltration, Soil Sci., Vol. 96, 1963, pp. 136-143.
 - 14) Youngs, E. G. and A. J. Peck: Moisture profile development and air compression during water uptake by bounded porous bodies: 1. Theoretical introduction, Soil Sci., Vol. 98, 1964, pp. 290-294.
 - 15) Peck, A. J.: Moisture profile development and air compression during water uptake by bounded porous bodies: 2. Horizontal columns, Soil Sci., Vol. 99, 1965, pp. 327-334.
 - 16) Peck, A. J.: Moisture profile development and air compression during water uptake by bounded porous bodies: 3. Vertical columns, Soil Sci., Vol. 100, 1965, pp. 44-51.
 - 17) 石原安雄・高木不折・馬場洋二: 雨水の鉛直浸透に関する実験的研究、京大防災研究所年報、第9号、1966、pp. 551-563.
 - 18) 高木不折・馬場洋二: 砂層における鉛直浸透の機構に関する研究、土木学会論文集、第144号、1967、pp. 11-19.
 - 19) Green, H. W. and G. A. Ampt: Study on soil physics: 1. The flow of air and water through soil, J. Agr. Sci., Vol. 4, 1911, pp. 1-24.
 - 20) Adrain, D. D. and J. B. Franzini: Impedance to infiltration by pressure build-up ahead of wetting front, J. Geophys. Res., Vol. 71, 1966, pp. 5857-5862.
 - 21) Brustkern, R. L. and H. J. Morel-Seytoux: Analytical treatment of two phase infiltration, J. Hydraulic Div. Amer. Soc. Civil Engrs., Vol. 96, Hy12, 1970, pp. 2535-2548.

- 22) Brustkern, R. L. and H. J. Morel-Seytoux: Description of water and air movement during infiltration, J. Hydrology, Vol. 24, 1975, pp. 21-35.
- 23) McWhorter, D. B.: Infiltration affected by flow of air, Hydrology Papers, No. 49, Colorado State Univ., 1971.
- 24) Noblanc, A. and H. J. Morel-Seytoux: Perturbation analysis of two-phase infiltration, J. Hydraulic Div. Amer. Soc. Civil Engrs., Vol. 98, Hy9, 1972, pp. 1527-1541.
- 25) Sonu, J. and H. J. Morel-Seytoux: Water and air movement in a bounded deep homogeneous soil, J. Hydrology, Vol. 29, 1976, pp. 23-42.
- 26) Muskat, M. and M. W. Meres: The flow of heterogeneous fluids through porous media, Physics, Vol. 7, 1936, pp. 346-363.
- 27) Leverett, M. C.: Capillary behavior in porous solid, Trans. Amer. Inst. Min. Metall. Pet. Eng., Vol. 142, 1941, pp. 152-169.
- 28) Buckley, S. E. and M. C. Leverett: Mechanism of fluid displacement in sand, Trans. Amer. Inst. Min. Metall. Pet. Eng., Vol. 146, pp. 107-116.
- 29) 例えば、Wooding, R. A. and H. J. Morel-Seytoux: Multiphase fluids flow through porous media, Ann. Rev. Fluid Mech., 8, 1976, pp. 250-261.
- 30) Dixon, R. M. and D. R. Linden: Soil air pressure and water infiltration under border irrigation, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol. 36, 1972, pp. 948-953.
- 31) Vachaud, G., J. P. Gaudet and V. Kuraz: Air and water flow during ponded infiltration in a vertical bounded column of soil, J. Hydrology, Vol. 22, 1974, pp. 89-108.

第 I 編

砂層への湛水浸透機構に関する研究

第1章 概 論

雨水の浸透場は複雑に錯綜した地層で構成されて多層の構造を示し、また各地層も本来均質ではなく、比較的大きな土粒子と小さな土粒子が入り乱れ巨視的な空隙と微視的な空隙とが共存する場合もある。また降雨の形態も多種多様である。本来このような複雑な浸透場と降雨形態さらに水分と毛管ポテンシャルの関係において履歴の影響を受けている場において雨水浸透が生じるのである。

さて、浸透機構を解明するには、上記のような状況を直接対象とすること（現地観測に対応）も重要であるが、浸透に及ぼす要素が余りにも多いために問題の本質を見失うことにもなりかねないと考え、できるだけ簡単に要素を抽出した状態からの解明を試みた。

第2章では、底部を閉じた円筒内の気乾状態の単一砂柱を浸透場とし、降雨条件として常に一定の湛水深があるといういわゆる湛水浸透を対象にし、実験を介して機構の解明を試みるが、ここでは間隙空気と浸透水の交換機構や空気の放出機構に重点が置かれることは前述の通りである。その際、例えば空気が浸透面を通して間歇的に放出される個々の事象の機構を微視的に把握することも重要であるが、一連の浸透現象を理解する上では個別的な事象をいかに巨視的に把握するかという平均化も重要となる。このような観点からできるだけ微視的な機構を考慮するが、少なくとも Darcy スケールよりは大きいと思われるが大略同程度の時間的・空間的スケールで機構を把握、浸透現象を平均的にみて連続的な事象として扱うことにより、浸透水と間隙空気の運動を支配する基礎式系と空気の放出条件を考慮したものからなる数理モデルを構築することを試みる。

すなわち、2.1 では従来の研究と、その問題点について述べられる。

2.2 では、底部を閉じた円筒に単一砂柱を作り、その上面に常に一定の湛水深を設けて行った実験の結果が述べられるとともに、その結果のうちとくに浸透の初期段階および十分に浸透が進んだ段階での浸透特性に注目して考察がなされる。

2.3 では、微視的な意味での空気の放出機構を解明するために行った、浸透流体をグリセリンに、砂層をU字細管に置換えた一種の湛水浸透のモデル実験の結果とその考察、さらにこの結果を砂層浸透へ演繹した結果について述べられる。

2.4 では、以上の結果に基づき平均化された浸透の数理モデル（微分方程式系）の形成、同モデルの解法と近似解、近似解の計算値と実験値との比較・検討について述べられる。

2.5 では、第 2 章の結論が述べられる。

つぎに第 3 章では浸透場の多層性に着目して、層境界が浸透に及ぼす効果を解明するが、地層は必ずしも下方に向うにつれ密（透水性の低下）になっているとは限らず、粗の地層と密の地層が逆転するような場合もある。そこで、多層の構造の要素として、上層が密で下層が粗の場合およびその逆の場合の二層場を考え、その表面に常に一定の湛水深があるという降雨条件下の湛水浸透を対象にする。二層系での浸透は、単純に第 2 章の結果の境界値問題とみなすことができず、層境界の存在によって新たな現象が生起する可能性が考えられるので、このような状況下ではまず実験によって現象を把握することが必要である。なお、ここで対象とする二層系での浸透現象の解明後においては、多層系での浸透は明らかに境界値問題となることはいうまでもない。

すなわち、3.1 では、従来の研究とその問題点について述べられる。

3.2 では、底部を密閉した円筒に上層が細砂で下層が粗砂からなる二層砂柱上に常に一定の湛水深を設けて行った実験結果と、砂層底部が大気と接する同様な条件下での実験結果との対比がなされ、とくに wetting front が下層深く進んだ段階での下層内の流れ形態および水分量分布、浸透強度、空気圧の状況を中心にした現象の検討について述べられる。

3.3 では、上層が粗砂で下層が細砂の場合の同様な湛水浸透実験の結果と、wetting front が層境界に達した直後の浸透特性および wetting front が下層深く進んだ段階での水分量分布、浸透強度、空気圧の状況を中心にした考察について述べられる。

3.4 では、第 3 章の結論が述べられる。

最後に、第 4 章は第 I 編の結語である。

第2章 単一砂層への湛水浸透機構に関する研究

2.1 はじめに

間隙空気が浸透面を通してのみ外界に放出される場合の湛水浸透では、浸透が進むにつれ、内部空気圧が増大してある値になったときに空気が放出されることは従来の研究より分っている。このような空気の放出に関する機構を扱ったものに、Wilson・Luthin¹⁾、Youngs・Peck²⁾、Peck^{3), 4)}、高木・馬場⁵⁾、McWhorter⁶⁾の研究がある。Wilson・Luthin, Youngs・Peckは、内部空気圧の増加に従って、浸透面近傍の飽和に近い状態にあった領域でそれまでの吸水過程から脱水過程への移行、すなわち水分の再分配が起ることを指摘し、とくに後者は湛水深がほぼ零の場合を想定し、浸透面での毛管ポテンシャル $\psi (< 0)$ の変化は、浸透面で水の圧力水頭が湛水深に等しくなるという条件より、内部空気圧の大気圧からの増加量 p_a と $\psi = -p_a$ なる関係にあると定式化した。Peckは sand と slate dust を用いて湛水浸透実験（湛水深は非常に小さい）を行い、sand の場合、最初の空気の放出時には浸透強度は零ではなくある値をとるが、その際の空気圧は air entry value* の絶対値と浸透面直下に発達している飽和域の深さの和の値になること、slate dust の場合、空気の放出時の空気圧は変動し、空気圧は air entry value の絶対値より小さく air-exit value** の絶対値より大きなほぼ一定の値となるが、このような状況下では浸透水と空気の同時流れが生起していたこと、またその間で空気の放出が停止した時点の空気圧の最低値は air-exit value の絶対値にほぼ等しくなったこと、を示した。高木・馬場は下端が開放で上端が密閉された円筒内の砂柱の一部を水槽に差し込んだ状態で毛管上昇による実験を行い、圧縮される内部空気が円筒の下端より放出される際の空気圧を調べ、ほぼ砂層の15%粒径に相当する円筒の端（水槽の自由水面のところ）に形成されるメニスカスが破られる限界圧力と空気放出時の内部空気圧がほぼ一致することを示し、この結果を散水実験で浸透面に湛水が生起した以降の空気圧に適用し、放出条件の妥当性をほぼ得た。さらに McWhorter は Poudre sand を用いた湛水実験（浸透流体として石油を用いた）で、空気が放出され

* air entry value: 脱水過程で、空気が水と置換され始める際の毛管ポテンシャル

** air-exit value: 吸水過程で空気相が不連続となり始める際の毛管ポテンシャルで、water entry value⁷⁾ともいう。

た際の湛水深に対応する値を差引いた空気圧の値は water entry value の絶対値より 1.4 倍程度大きな値になることを示したが、同論文よりこの値は air entry value の絶対値より若干小さな値となることが分る。

このように空気の放出状況は非常に複雑なものであるが、さらに多くの論文では、最初の空気の放出後はこの放出によって浸透面近傍の場の構造が変化することを指摘しており、問題が一層複雑なものとなっている。以上のことよりすると、一連の内部空気の放出時の空気圧をどのような物理量と関連づければよいのか、空気の放出は浸透強度に顕著な影響を与えるので、放出量はどのような浸透諸量と関係づけることができるのか、また多くの従来の研究では空気放出の条件を浸透面で考えているが、なぜこの面を基準に考える必要があるのか、等の問題が残ろう。

つぎに、浸透場の比較的内部における浸透水と間隙空気との交換についてはつぎのようである。すなわち、最初の内部空気の放出までを対象にし、また現象を Darcy スケール程度でみたとき、両相は連続的に交換され、この機構が両相の運動の式となる一般化された Darcy 則で表せるという結果になっている。この根拠として、前述の Poudre sand を用いた McWhorter の実験における浸透強度と wetting front 前方の空気圧の測定値が、Brustkern・Morel-Seytoux⁸⁾ の近似計算法による計算値と 2 例にはすぎないがほぼ合致するという結果を得た Sonu・Morel-Seytoux⁹⁾ の研究に求めることができよう。

ところで、石原・高木ら^{5)、10)} は底部を閉じた円筒に単一砂柱を作りその上面から一定強度の降雨を与え続け、浸透場内に注射針を差込んで圧力を計りつつ実験を行い、つぎに示す重要な現象を見出した。すなわち、wetting front が下端に達する前に浸透面に湛水が生じる場合、湛水の直後では浸透面直下の水分量は非常に大きくなっているが、その部分での注射針による圧力は下方のものと比べ異常な変動を示す。そこで、この変動周期と砂層表面から泡状の空気の放出周期とを対比させることにより、この原因がこの部分での水と空気の間歇的な交換によることを示した。この事実を考慮すると、一連の間歇的な空気の放出を伴う湛水浸透は本来不連続なものとなるが、この事象を平均的にみて連続的に扱うとすれば、ここでの交換過程をどのように考えればよいのか、またそれ以前の問題として連続事象として扱うこと自体可能であるのか等の解明はなされていないようである。

2.2 砂層浸透の実験

2.2.1 実験の装置及び方法¹¹⁾

(1) 実験装置の概要

本実験装置は鉛直浸透場を形成するための円筒部、給水装置および測定装置から成立っており、その概観は図 2.2.1 のようである。

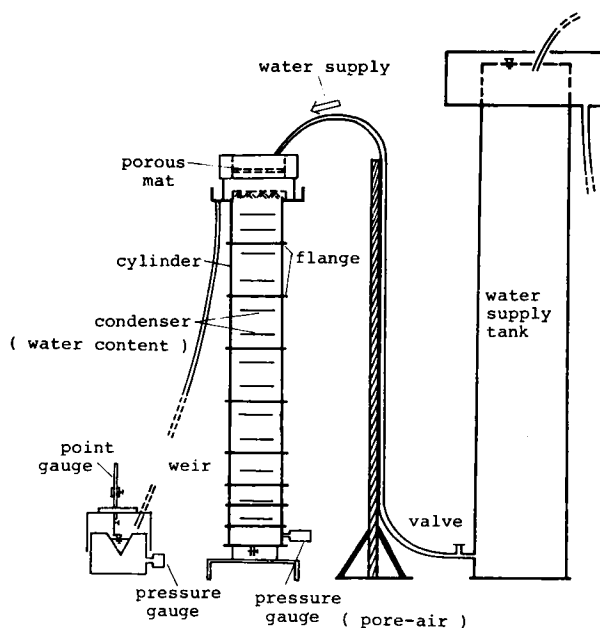


図 2.2.1 実験装置の概観図

円筒は、内径18.5 cmの透明なアクリル樹脂製で、長さが25 cm、20 cm、10 cmのユニットよりなるが、各ユニットの両端にはフランジが取付けられていて、ユニットのフランジ間にパッキング（Oリング）を入れて密着接合することにより円筒長（浸透場の厚さ）を変えることができる。また、組立後の最上位のユニットには下端のみにフランジが取付けられ、その上部には上端より越水した水を集めるための水受けが設けられている。一方、円筒の下端は後述の(2)1)で述べる境界条件を満たすように、底板で密閉されている。

給水装置は、越水方式により常に一定の水位を保つようにした大きな貯水槽に水道水を貯め、この水を側壁下端に取付けた流量調節用のコックを介して、円筒上端の上部に設置した給水受

けを通過させ、円筒の上面すなわち浸透場の表面に給水を行えるようにしたものである。またこの給水受けは、浸透場を形成する円筒とはほぼ等しい内径をもつ短い円筒内に多数の穴をもつ円板が取付けられており、この円板の上面に敷いた多孔性のマットとともに貯水槽からの水の衝撃を緩和し、ほぼ一様分布の状態で浸透面に給水を行えるようになっている。

測定装置は、浸透強度、浸透場内の水分量および間隙空気圧を計測するいわばセンサー部と記録部よりなるが、詳細は(2) 2) で示す。

(2) 実験条件と実験方法

1) 実験条件

実験に用いた砂は図 2.2.2 に示した粒度分布を有する市販の 3 種類であって、以下粒径の大きなものの順に K-5 砂、K-6 砂、K-7 砂と呼び、図中ではこれらをそれぞれ Sand K-5、Sand K-6、Sand K-7 と記す。これら実験砂の気乾状態のものを、(1) に示した円筒にできるだけ一様になるようにして充填して単一砂柱の浸透場を形成したが、その際の締固めの程度はみかけの密度で、K-5 砂、K-6 砂、K-7 砂に対しそれぞれ $1.44 \sim 1.46$ 、 $1.41 \sim 1.43$ 、 $1.39 \sim 1.41 \text{ gr/cm}^3$ の範囲にあり、その空隙率はいずれもほぼ 46% となった。

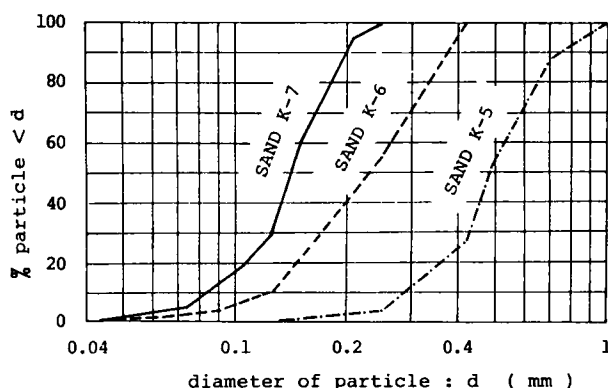


図 2.2.2 実験砂の粒度分布

浸透水の表面張力、粘性係数等が変化しないように温度がほぼ 21°C の恒温室内に作られたこのような浸透場を用い、つぎに述べる境界条件、初期条件のもとで実験を行った。まずは水平面になるようにした砂層表面（浸透面）での境界条件は、この上方に常に一定の湛水深が設けられており、一方円筒下端（浸透場の下端）は浸透水と間隙空気の流れが零となるように底板で密閉されている。なお、円筒の側面は密閉されているので、この面での両相の質量流送は零であ

る。つぎに初期条件については、浸透場は気乾状態の砂で形成されているので、この場合水分量はほぼ零と考えてもよく、また浸透場内の空隙は大気圧状態のもとで上記の灌水を行ったので、大気圧ということが間隙空気の状態である。なお、浸透場の温度はほぼ21℃である。

さて、ここで本文に用いる「閉塞浸透」、「開放浸透」という語句の定義をしておく。前者は浸透場内の空気が上記のように浸透面（砂層表面）を通してのみ外界へ移動できる場合の浸透を意味し、後者は浸透面を通しての間隙空気の移動の可能性の他に、浸透面下端が外界の大気と接しており、ほぼ自由にこの面を通して空気の移動が行える場合の浸透を意味するものとする。

2) 実験方法

本実験は砂層表面上に常に一定の灌水深があるという給水条件下の浸透を対象とするので、実験開始とともに所定の灌水深を設定する必要がある。そこで、所要の灌水深に等しくとった砂層表面と円筒上端との空間に、(1)で示した給水装置からの一定強度の給水とは別に、実験開始時に多量の水を浸透面に与えることにより、できるだけ瞬間に所定の灌水深を作るようにした。なお、一定強度の給水は、浸透開始直後は別にして、それ以降では浸透能より少なくとも大きなものが必要となることは言及するまでもない。

つぎに、実験中は浸透強度、間隙空気圧および水分量についての計測をつぎのようにして行った。

まず浸透強度は、円周上部の越水受けに落ちた水をホースで導き（図 2.2.1 参照）、この流出流量と一定の給水強度の差より求めることができる。流出流量は圧力変換器（ダイヤフラム方式）を取付けた三角堰の水位変化より求めた場合と、多数用意した小さなコップにある時間越水を受けこの重さを計ることによって求めた場合とがあり、必ずしも一貫した方法にはよらなかった。

間隙空気圧は、底板で密閉した円筒下端直上の側壁に取付けたコックに同上の圧力変換器を接続させることにより計測した。

最後に水分量は、円筒の周囲に円周方向に張付けた一対の電極板（長さ18cm、幅1cm）間の誘電率の変化を静電容量方式の微小変位計（岩崎通信社製）を用いて計測し、あらかじめ調べておいた誘電率（厳密には微小変位計からの出力電圧）と水分量との関係より求める方法によった。実験に際しては13要素の微小変位計を用意し、測定点（断面）の間隔はほぼ10～15cmの範囲にある。図 2.2.3 は上記の電圧と重量含水比（mass wetness）との関係を示した一例である。この図より明らかなように、水分量がある程度の大きさ以上になると出力の感度が低下し、計測の精度が悪くなる。一方、非常に小さな水分量を計測する場合、計測法は誘電率の

変化を計る方式であるために、同様に精度が低下することが予想される。しかし本測定法は直接にセンサーを浸透場に入れないので、場を乱さないという点で利点があり、また測定値は測定断面およびその近傍の平均的な値を表しているはずであるので、浸透全断面の平均的な検討を行う上ではほぼ満足できるものである。

なお、以上の電気計測による記録は自動平衡型の記録計で連続して行った。

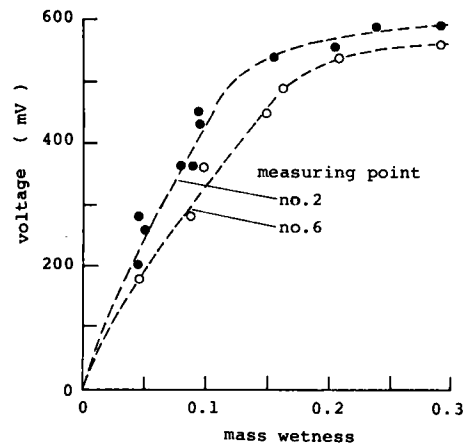


図 2.2.3 水分量と同計測器出力の関係

2.2.2 実験結果の概要¹¹⁾

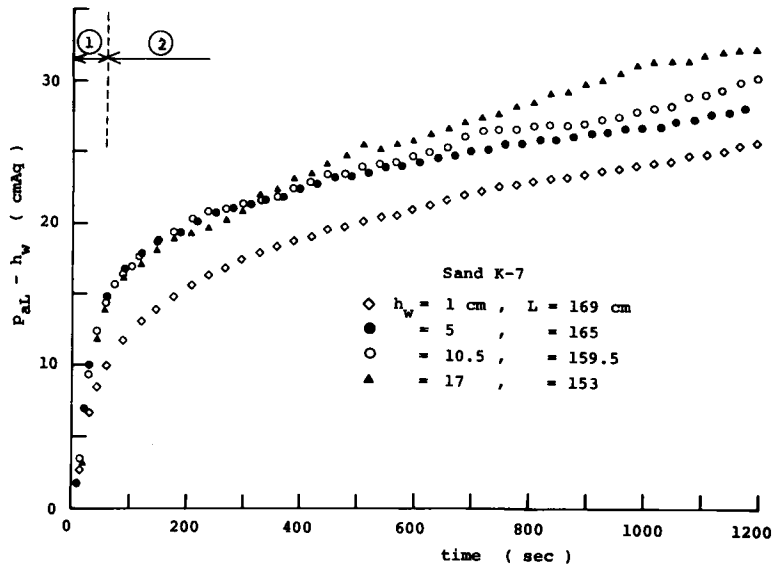
(1) 初期段階の浸透状況

1) 間隙空気圧

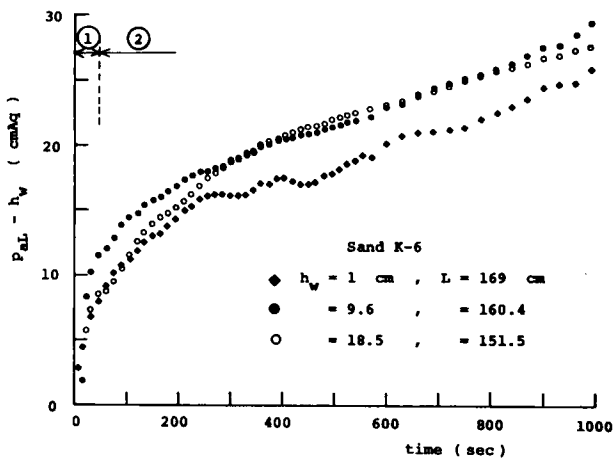
図 2.2.4 (1)、(2)、(3)はそれぞれK-7砂、K-6砂およびK-5砂の場合の実験で、計測空気圧から湛水深を差引いた値の比較的浸透初期の変化を示したものである。ここに、計測空気圧の値は大気圧からの増加量で表わしており、以下でも同様な意味で用い、また単位は何 cm の圧力水頭に対応するかという表示 cmAq を用いる。また、この増加空気圧を p_{aL} 、湛水深を h_w 、砂層厚を L で以降とも記すことにする。図に記載された実験条件は同図中に示されている。これらの図および実験中の砂層表面からの空気の放出に関する観察より、空気圧の変化はつぎの2つの部分からなることが分る。すなわち、

- ① 空気圧は実験開始直後急激な増加を示し、空気の放出がほとんど生じない部分
- ② 空気圧は時間経過とともに増加割合を減じつつゆるやかに増加し、またこの部分の初期での多数の小気泡による激しい空気の放出とそれ以降の時間経過とともに放出の程度が弱まるような部分

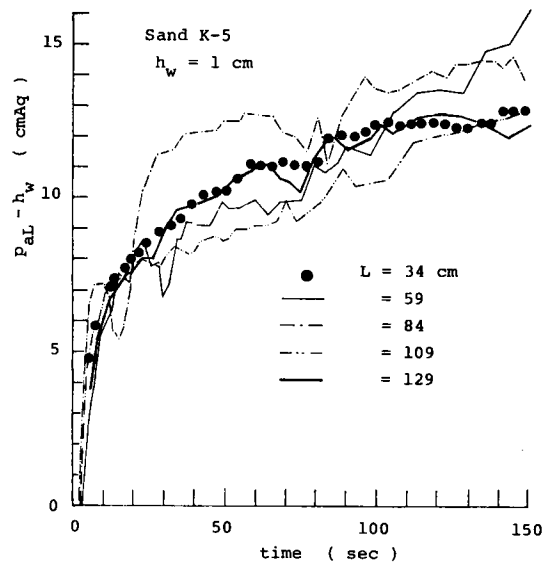
ところで、同図(1)、(2)で示した実験例の砂層厚はほぼ150~170 cmの範囲にあって、砂層厚には大差がない。このような場合 $p_{aL} - h_w$ は湛水開始直後は別として大略湛水深に関係なく同様な変化を示すことが分る。このことより、一定の砂層厚という条件下において湛水深の間隙空気に及ぼす効果は、湛水直後を除外すると、その後はほぼ静水圧的になっていると考えられる。



(1) K-7 砂の場合



(2) K-6 砂の場合



(3) K-5 砂の場合

図 2.2.4 空気圧の時間変化

つぎに、一定の湛水深という条件下で、砂層厚が空気圧の変化に及ぼす効果について調べてみる。図 2.2.5 は $h_w = 1 \text{ cm}$ の K-7 砂の場合の実験例である。また前図(3)は $h_w = 1 \text{ cm}$ の K-5 砂の場合の実験例となっている。これらの図より、K-5 砂の場合は明確ではないが、K-7 砂の場合大略砂層厚が小さなほど空気圧は大きくなるという傾向が分る。しかし、ここでは例示しなかったが、多くの場合同じ層厚の実験でも平均的な意味でのばらつきが認められており、これらの点を考慮すると本実験の範囲での砂層厚が空気圧の変化に及ぼす効果は比較的小さいといえる。なお、図 2.2.5 で示した $L = 34 \text{ cm}$ の実験値は $L = 59 \text{ cm}$ の場合と比べかなりの差が認められるが、この差は層厚の効果というより内部空気の放出状況の相違に原因を求めた方がよいようである。なお、層厚の効果については 2.4.4 で再び触れる。

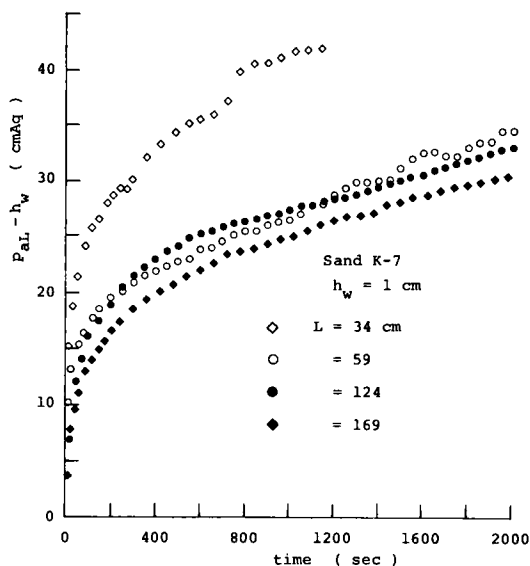
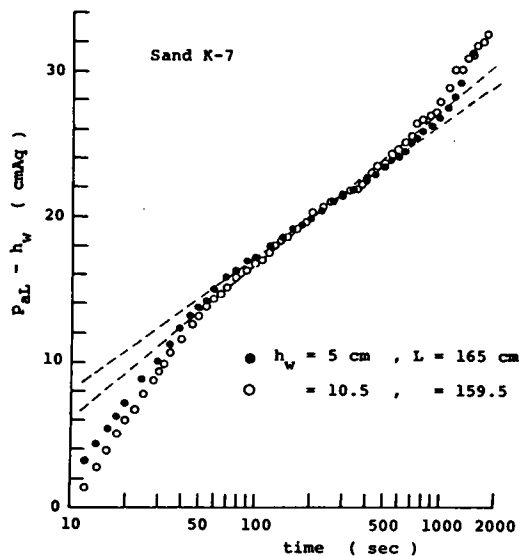
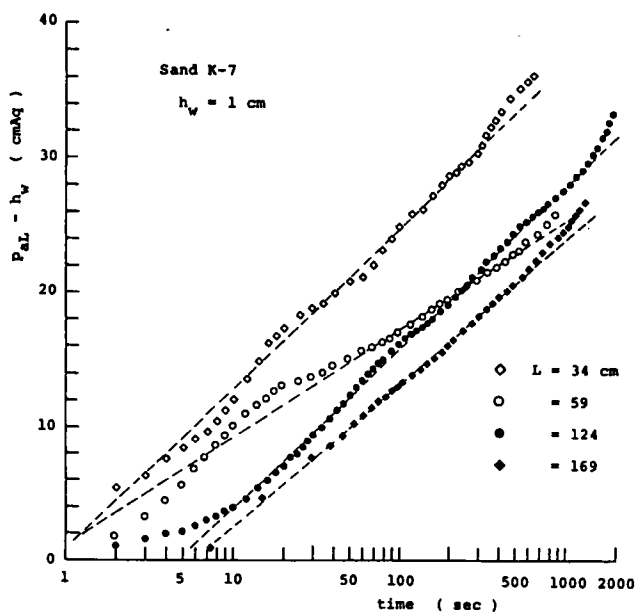


図 2.2.5 砂層厚が空気圧の時間変化に及ぼす効果

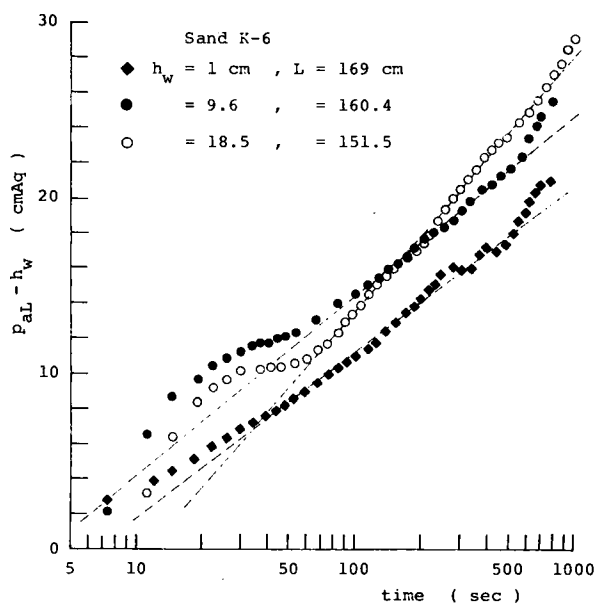
さて、ここで空気圧がどのような関数形に従って変化するかを調べてみる。図 2.2.6(1)、(2) は空気圧から湛水深を差引いた値とそれに対応する経過時間の対数値との関係を示したものであり、それぞれ K-7 砂、K-6 砂の場合で、図 2.2.4(1)、図 2.2.5 および図 2.2.4(2) に対応するものである。図(1)の最初のもので図(2)に示した $h_w = 1 \text{ cm}$ の場合の空気圧の変化は、実験開始直後は別としてその後のある時間帯では図中の破線で示したようにはほぼ直線に従うことが分る。一方、図(1)の后者の比較的湛水深の大きな場合では、実験開始後ある程度までの時間を除外すると、それ以降のある時間帯では $h_w = 1 \text{ cm}$ の場合と同様な変化をすることがわかる。これらより、結局、湛水直後のある時間帯(領域①に対応)を除外すると、それ以降の浸透の比較的初期の段階での空気圧はほぼ次式に従って変化することになる。

$$p_{aL} = a \ln t + b + h_w \quad \dots\dots\dots (2.2.1)$$

ここに、 a 、 b は実験定数である。なお、湛水深が比較的大きな条件下の実験では、理想的に瞬時に所定の湛水深を作ることは難しく、実際上はこのような状態を作るのにある程度の時間



(1) K-7 砂の場合



(2) K-6 砂の場合

図 2.2.6 空気圧の時間変化

を要したと、および空気圧に大きな湛水深の効果が瞬時には静水圧的に生じえないことが、 $h_w = 1\text{cm}$ の場合に比べ上式が成立するのに時間が掛る原因になるものと考えられる。表 2.2.1 は以上の実験およびここで記載しなかった他の場合の実験で求めた上式の a 、 b の値と実験値が式 (2.2.1) の関係から離反する時間 t_e をまとめたものである。なお、同表中の S 、 t'_e 、については(2)で述べる。これより a の値は K-7 砂の場合 3~10 cmAq、K-6 砂の場合 2.5~6.5 cmAq の範囲にあるが、K-7 砂の多くの場合は 6 cmAq 以下になっていることが分る。また、K-5 砂の場合は表示しなかったが、 t_e の値は 60 sec 程度と他の砂の場合と比べ小さくなり、 a の値はほぼ 2~3 cmAq となることが認められた。以上のことより、本実験の範囲では、 a の値に粒径の大きさ、すなわち空隙の大きさが及ぼす効果、湛水深や層厚の効果は比較的小さいといえる。

表 2.2.1 浸透の初期段階での実験定数値

Sand	h_w cm	L cm	S cm·sec ^{-1/2}	a cmAq	b cmAq	t_e sec	t'_e sec	φ cm·sec ^{-1/2}
Sand K-7	1	169	0.20	5.6	-12.8	1250	1200	0.76
	1	169	0.38	3.4	-5.3	>960	>960	1.01
	1	169	0.45	3.7	-8.0	420	360	1.02
	1	169	0.46	4.3	-8.6	700	550	1.03
	1	169	0.46	3.1	-3.9	>400	>400	1.00
	1	169	0.42	4.3	-6.2	260	260	1.12
	1	169	0.46	4.9	-8.5	600	700	1.02
	1	169	0.42	6.2	-14.0	840	800	0.96
	1	169	0.44	3.5	-5.1	660	420	1.01
	* 1	169	0.29	3.5	-3.9	1440	800	0.86
	1	169	0.29	3.9	-6.3	110	250	0.82
	1	169	0.28	3.1	-4.7	340	530	0.81
	* 1	169	0.42	4.7	-9.7	600	520	0.90
	1	169	0.33	4.1	-6.0	350	360	0.78
	1	169	0.26	5.5	-12.0	400	400	0.82
	1	129	0.32	9.9	-32.8	1100	1020	0.95
	° 1	124	0.35	5.1	-8.7	1350	700	0.87
	1	84	0.33	7.2	-16.4	960	900	0.99
	1	59	0.36	3.2	2.1	560	450	0.87
	1	59	0.27	7.9	-21.2	1700	840	0.94
	1	34	0.36	5.0	1.8	300	330	0.88
	* 5	165	0.36	3.9	-0.9	650	550	0.80
	° 5	125	0.38	7.3	-17.1	500	530	0.87
	*10	120	0.37	8.4	-18.3	450	320	0.98
	*10.5	159.5	0.33	4.6	-4.7	950	780	0.83
	*17	153	0.38	3.7	-0.5	280		0.89
	18	152	0.29	5.2	-12.9	400	480	
	*18	152	0.41	4.7	-14.1	1000	960	1.04
Sand K-6	* 1	169	0.62	3.8	-6.1	500	380	1.30
	1	169	0.53	5.0	-9.8	720	680	1.15
	1	169	0.54	5.6	-9.5	1050		1.17
	1	169	0.53	5.6	-13.1	450	440	1.15
	1	169	0.57	4.5	-9.0	400	340	1.27
	1	169	0.66	2.5	1.0	210	220	1.38
	1	169	0.66	2.5	-0.3	150	170	1.47
	* 9.6	160.4	0.54	4.6	-6.4	550	440	1.20
	*18.5	151.5	0.73	6.4	-17.9	700	480	1.55

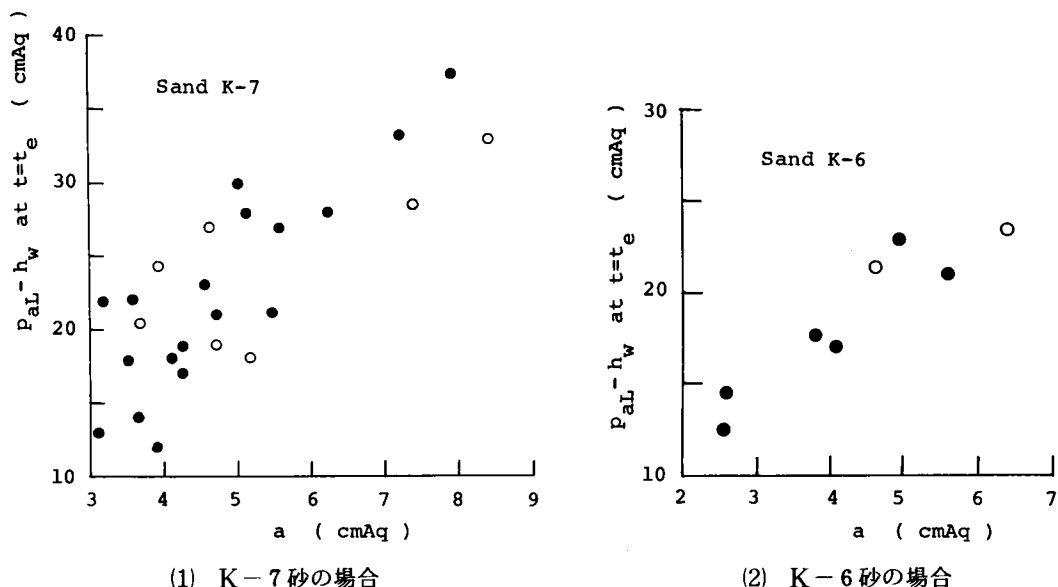


図 2.2.7 $t = t_e$ での $(p_{aL} - h_w)$ の値と a の値との関係

図 2.2.7(1)、(2)は時間 $t = t_e$ での湛水深を差引いた空気圧 (p_{aL}^m) と a との関係を示したものであって、それぞれ K-7 砂、K-6 砂の場合に対応する。なお、図中の黒丸は $h_w = 1\text{cm}$ 、白丸は $h_w > 1\text{cm}$ の実験例である。この図より、 p_{aL}^m は大略 a が大きくなるにつれて大きくなっており、K-7 砂の場合はほぼ $20 \sim 30 \text{ cmAq}$ 、K-6 砂の場合はほぼ $15 \sim 20 \text{ cmAq}$ となること、また p_{aL}^m に及ぼす湛水深と砂層厚の効果は顕著でないことが分る。

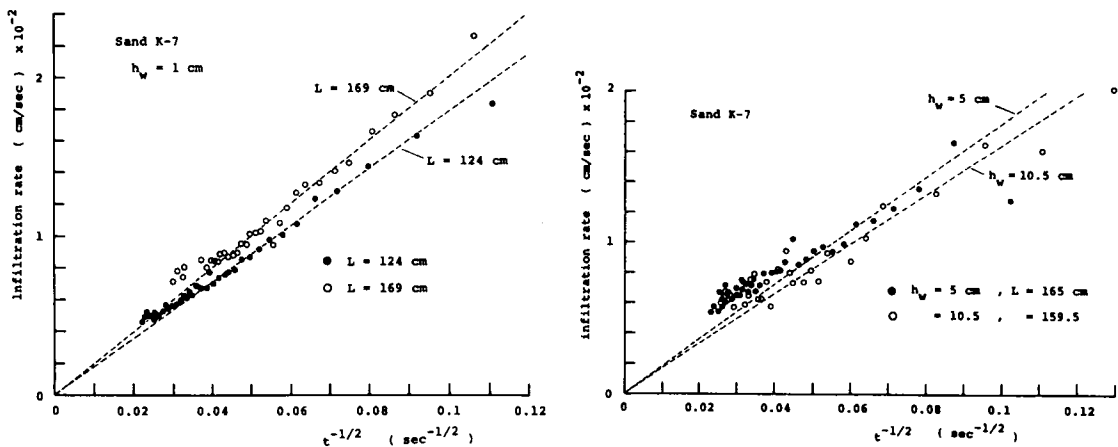
2) 浸透強度

浸透強度を f で、また浸透強度の実験開始時からの経過時間についての積分値を累積浸透高と呼び I で記すことにする。

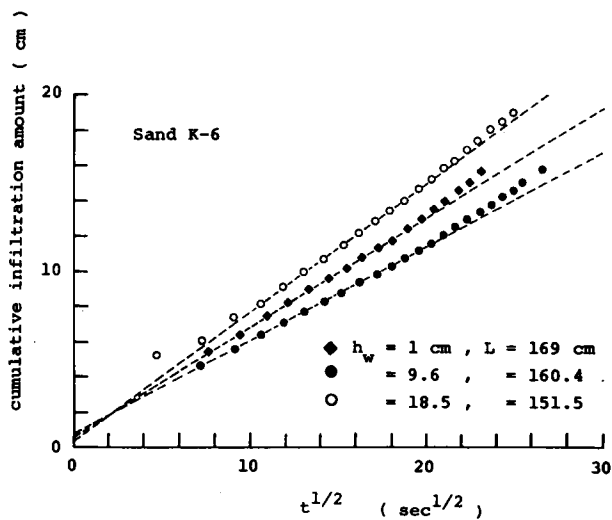
さて、図 2.2.8(1)、(2)はそれぞれ図 2.2.4(1)、図 2.2.5 に対応する K-7 砂の場合の浸透強度の変化および図 2.2.4(2)に対応する K-6 砂の場合の累積浸透高の変化を調べたものである。ここに、時間軸は、浸透強度の場合は経過時間の平方根の逆数、累積浸透高の場合は時間の平方根を用いている。これらの図より、浸透開始直後（領域①）を除くと、浸透強度あるいは累積浸透高は図中に示した破線にはほぼ従ってある時間まで変化することが分る。そこで、これらの関係を式で表示すると、つぎのようになる。

$$f = \frac{S}{2} t^{-1/2} \quad \dots\dots\dots (2.2.2)$$

$$I = S t^{1/2} \quad \dots\dots\dots (2.2.3)$$



(1) K-7 砂の場合



(2) K-6 砂の場合

図 2.2.8 浸透強度あるいは累積浸透量の時間変化

ここに、 S は実験定数である。なお、図中の破線は必ずしも厳密ではないが累積浸透高の場合には $t \rightarrow 0$ で $I \rightarrow 0$ の関係が満されるので、上式ではこのように記した。ところで、 I の時間微分 dI/dt は定義より f に等しいので、これより式(2.2.2)と式(2.2.3)は同じ表現になっていることになる。

そこで、種々の実験で求まる S の値と実験値が式(2.2.2)あるいは式(2.2.3)の関係よ

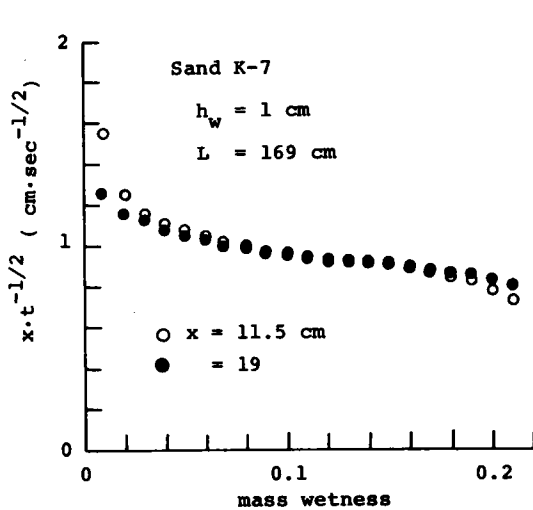
り離反する時間 t_e' をまとめると前表 2.2.1 のとおりとなる。同表で K-7 砂、K-6 砂の S の値はそれぞれ $0.2 \sim 0.46 \text{ cm sec}^{-1/2}$ 、 $0.53 \sim 0.73 \text{ cm sec}^{-1/2}$ の範囲にあるが、この値に対する層厚や湛水深の大きさの効果は認めることができなかった。ところで、同様な初期条件と湛水深が 1 cm での K-7 砂を用いた開放浸透実験においても、比較的浸透の初期での浸透強度の変化は式 (2.2.2.) に従い、その際の S の値はほぼ $0.46 \text{ cm sec}^{-1/2}$ となったが、これよりすると、上記の K-7 砂の場合の S の値は開放浸透の場合 ($h_w = 1 \text{ cm}$) と比べ同程度か、あるいはそれ以下であることが分る。なお、式 (2.2.2.) での S は Philip¹²⁾ が導入した sorptivity なる特性量に対応するが、この特性量は付録(2)で示したように K-7 砂、K-6 砂に対してそれぞれは 0.47 、 $0.60 \text{ cm sec}^{-1/2}$ である。なお、この値は $h_w = 0$ に対応している。このことより、K-6 砂の場合、 S の値はこの sorptivity 値より場合によっては大きくなることが分る。Philip¹³⁾ によると、開放浸透の場合、湛水深が大きくなるに従って sorptivity の値は大きくなるので、このことと閉塞浸透の場合の S の値が湛水深の大小によって一義的な関係がなかったという事実との対比は興味深い。一方、表中の t_e' の値と t_e の値とを比較すると、多くの場合は $t_e = t_e'$ となっていることが分る。この事実は、空気圧の変化を示す式 (2.2.1) と浸透強度の変化を示す式 (2.2.2) とに深い関係があることを示唆するものである。

3) 水分量

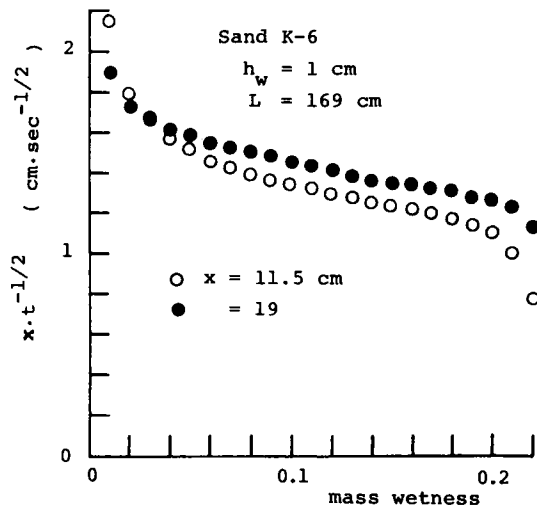
浸透強度が式 (2.2.2) に従う時間範囲を対象にして、浸透水の移動の様子を調べたものが図 2.2.9 (1)、(2) であり、それぞれ図 2.2.6 あるいは図 2.2.8 の(1)、(2)に対応する K-7 砂および K-6 砂の場合である。すなわち、浸透面からの水分測定点までの深さを x 、その点での重量含水比を $m(t, x)$ と記して、水分量をパラメータとした $\varphi = x \cdot t(x; m)^{-1/2}$ なる量の値を計算したものと、各測定点での m との関係を示している。この図より対象の時間内では数多くの測定点を wetting front が通過せず、また前述のように測器の特性から水分量の大きなところの φ の値は決定できなかったが、図中の水分量の範囲の φ と m との関係はほぼ x に無関係となっている。このことが水分量の大きな範囲にも成立すると考えると、次式が成立することになる。

$$\varphi(\theta) = x t^{-1/2} \quad \dots\dots\dots (2.2.4)$$

ここに、 θ は体積含水率を意味するが、 m と θ とは一对一の関係にあるので、上式で φ を θ の関数とみなした。表 2.2.1 には種々の実験で求めた $m = 0.15$ の φ の値を示したが、K-7 砂の場合 $\varphi \approx 0.8 \sim 1.1 \text{ cm sec}^{-1/2}$ 、K-6 砂の場合 $\varphi \approx 1.2 \sim 1.5 \text{ cm sec}^{-1/2}$ の範囲となっている。



(1) K-7 砂の場合



(2) K-6 砂の場合

図 2.2.9 水分の移動

いま、式 (2.2.4) が水分量の下限値 (場の初期状態より $\theta \approx 0$) から一定と仮定した上限値 θ_b まで成立すると考え、式 (2.2.4) を x につき表わし、これを t で偏微分したもの、さらに t を固定して θ につき区間 $(0, \theta_b)$ で積分すると次式をうる。

$$\int_0^{\theta_b} \frac{\partial x}{\partial t} d\theta = \frac{t^{-1/2}}{2} \int_0^{\theta_b} \varphi(\theta) d\theta \quad \dots\dots\dots (2.2.5)$$

左辺は浸透強度を表わすことになるので、上式と式 (2.2.2) とを対比すると、浸透強度は $t^{1/2}$ に逆比例をし、 S は $\int_0^{\theta_b} \varphi d\theta$ となることが分る。それゆえ、領域②では式 (2.2.4) は式 (2.2.2.) を含むことになる。なお、2) で補足的に述べた開放の満水浸透においても、ほぼ式 (2.2.4) の関係が同様に成立することを付け加えておく。

(2) 十分時間が経った段階の浸透状況

1) 間隙空気圧と浸透強度

内部空気の外界への放出の様子は実験中の観察よりつぎのようであった。すなわち、粒径の小さな K-7 砂、K-6 砂の場合、浸透の初期段階 (前述の領域②に対応) に認められた短周期の小気泡によるものより、時間経過とともに長周期の比較的大きな気泡によるものとそれに伴いある程度の間続く短周期で小気泡によるものへと移行する。その際の比較的大きな気泡は、満水深が大きなほど大きいようであり、また K-6 砂の場合より K-7 砂の場合、すなわち粒

径（空隙径）の小さなものの方が大きいようである。一方、粒径の大きなK-5砂の場合はK-7砂の場合と異り、短周期の小気泡による放出のみが終始激しく生じていた。

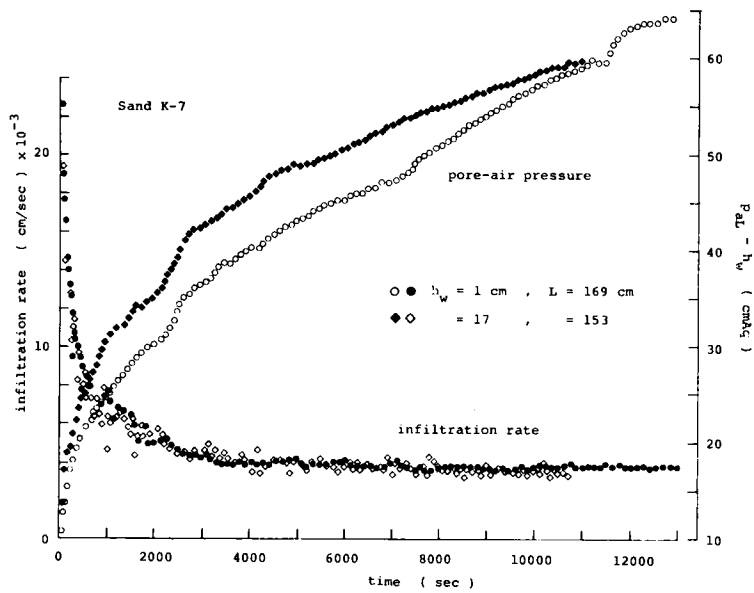
さて、図2.2.10(1)、(2)、(3)はそれぞれ図2.2.4(1)、(2)、(3)に対応するK-7砂、K-6砂、K-5砂の場合の浸透強度と空気圧の時間変化を示したものであり、実験条件は図中に示されている。実験範囲はwetting frontが砂層の下端に到達するまでを対象にし、以下でも同様であるが、これはつぎの理由による。wetting frontが層底部に達すると、この面での条件により浸透水は下端より逐次上方へと溜っていき、それまでの浸透過程と異った現象が生じることになる。このような状況をも対象にすることは解析をより複雑にするだけであって、本研究の目的からいって余り本質的なことではないと考えたからである。これらの図および後述の図2.4.9、図2.4.12より、平均的にみて浸透強度は時間の経過とともに減少しある値に漸近し、また空気圧は変化割合を減じつつ増大し、その割合がある値に漸近する様子が読みとれる。このことにより、浸透強度と空気圧の増加割合の漸近値をそれぞれ f_{∞} 、 $\dot{p}_{a\infty}$ で記すと次式が成立することになる。

$$t \rightarrow \text{大で、} \quad f \rightarrow f_{\infty} \quad \dots\dots\dots (2.2.6)$$

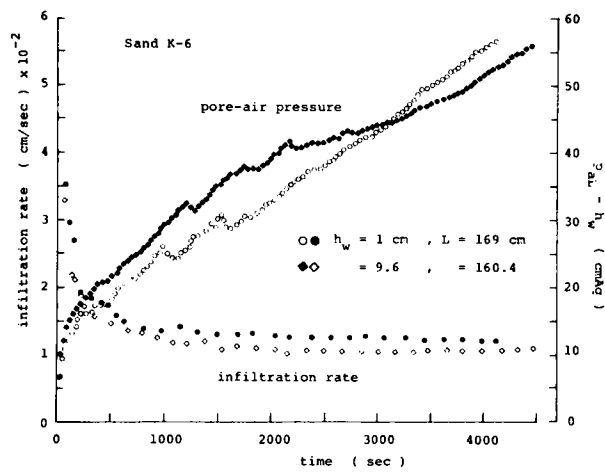
$$dp_{aL}/dt \rightarrow \dot{p}_{a\infty} \quad \dots\dots\dots (2.2.7)$$

さて、表2.2.1の h_w の欄で*印を付けた砂層厚がほぼ150~170 cmの場合の実験について、 f_{∞} と $\dot{p}_{a\infty}$ の値を調べてみると表2.2.2のようになる。また同表には表2.2.1の h_w の欄で○印を付けたものは*印のものに比べ砂層が短い場合ではあるが、上の関係がほぼ満足されたので同表中に○印を付けて記入した。この表より、 f_{∞} については、K-7砂で $h_w = 18, 10$ cmの場合は他のK-7砂のものに比べ若干小さな値をとるが、各実験砂に対し湛水深に係りなくほぼ一定の値をとることが分る。一方 $\dot{p}_{a\infty}$ については、若干の例外的な実験例もあるが、大略 f_{∞} の場合と同様な特性を示すことが分る。さらに、K-7砂の場合とK-6砂の場合とを比較すると、粒径の小さなK-7砂の場合の方が f_{∞} 、 $\dot{p}_{a\infty}$ の値はいずれも小さくなっている。これらのことよりつぎのことがいえよう。すなわち、前述した内部空気の間歇的な放出に伴って浸透現象はかなり不連続なものになっていることが予想されるが、現象を式(2.2.6)、式(2.2.7)の成立を認めた程度の平均的なスケールで捉えたと、時間とともに少なくとも浸透強度と空気圧の変化割合に及ぼす湛水深の効果はなくなり、これらの値は浸透場のなんらかの特性量によってほぼ一義的に決ることを示唆するものである。

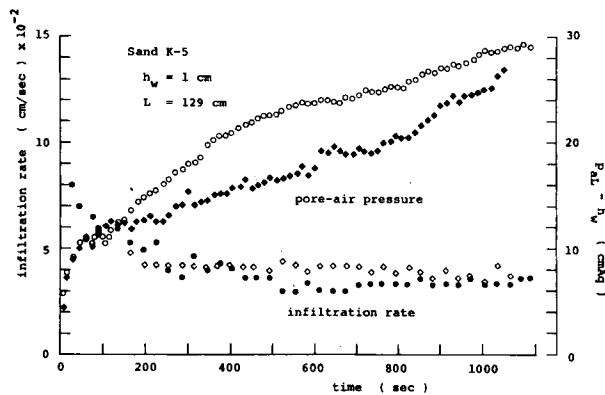
なお、 $h_w = 1$ cm の同様な条件下の開放浸透では、 f_{∞} に対応するものとして、K-7砂、K-6砂の場合それぞれほぼ 6.5×10^{-3} cm/sec、 2.5×10^{-2} cm/sec となることが認められており、これより上記の f_{∞} は開放の場合と比べ50%程度小さくなっている。



(1) K-7 砂の場合



(2) K-6 砂の場合



(3) K-5 砂の場合

図 2.2.10 浸透強度と空気圧の時間変化

表 2.2.2 浸透が十分進んだ段階での実験定数値

Sand	h_m	L	f_{∞}	\dot{p}_{∞}	ω_*	θ_*	$\theta_* \omega_*$	K_*/θ_*
	cm	cm	cm/sec $\times 10^{-3}$	cmAq/sec $\times 10^{-3}$	cm/sec $\times 10^{-2}$		cm/sec $\times 10^{-3}$	cm/sec $\times 10^{-2}$
K-7	1	169	3.7	2.75	1.06	0.38	4.0	1.15
	1	169	3.5	2.13	1.05			
	5	165	3.8	2.21	1.04	0.36	3.7	1.06
	10.5	159.5	4.0	2.80	1.09	0.38	4.1	1.15
	17	153	3.5	1.90	0.95	0.37	3.5	1.11
	18	152	2.9	4.50	0.93	0.36	3.3	1.06
	° 1	124	3.5	1.44	1.03	0.36	3.8	1.09
	° 5	125	3.2	2.20	0.93	0.36	3.3	1.06
	° 10	120	2.8	1.80	0.81	0.35	2.8	1.03
K-6	1	169	12.1	11.4	2.90	0.38	10.9	2.37
	9.6	160.4	10.2	8.65	3.00	0.37	11.0	2.30
	18.5	151.5	11.9	11.5	3.16	0.37	11.7	2.30

2) 水分量

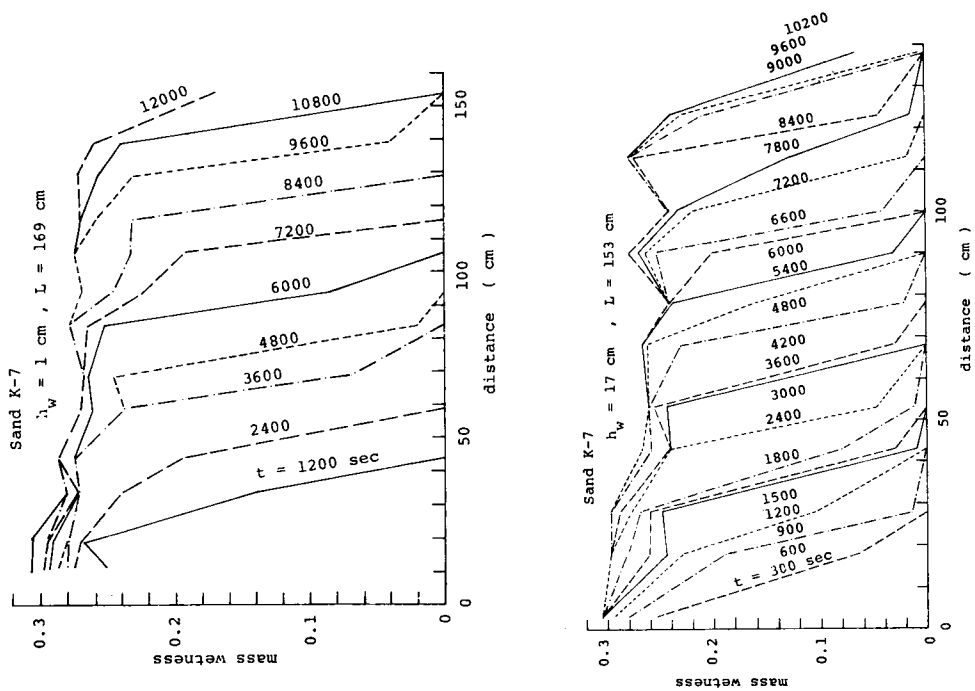
図 2.2.11(1)、(2)は図 2.2.10(1)、(2)にそれぞれ対応する場合の水分量分布の時間的变化を示している。これらの図や他の多くの実験例よりつぎのことが分った。すなわち、水分量分布は、比較的浸透の初期では砂層表面より発達してきた非常に水分量の大きな部分によってのみ構成されるが、時間経過とともにこのような部分の発達が遅くなるにつれ（後述図 2.4.7 を参照）その下方の遷移的領域に連って水分量は比較的小さいがほぼ一定の部分が顕著に発達するようになり、いわば 2 段的な構成となる。以下ではこの飽和状態に近い部分を「擬飽和域」、同域より下方の明らかに不飽和の状態にある部分を「不飽和域」と呼ぶ。

つぎに前図(1)、(2)の実験で、wetting frontの移動の様子を調べるために、水分量をパラメータにとって走時曲線を描いたものが図 2.2.12(1)、(2)である。この図より、一定の水分量をもつ状態の進行は時間とともに速度を減じつつ図中の破線で示した直線的变化、すなわちほぼ一定速度を示すようになり、またその際の直線の勾配、すなわち移動速度は水分量に係りなくほぼ一定となっている。この事実および前図の結果を考慮すると、wetting frontは時間経過とともに一定の水分量 θ_* をもついわゆる transmission zone と上方で接合して、一定の速度 ω_* と形状を保持しつつ移動するようになると結論づけることができる。

そこで、これらの実験での θ_* と ω_* の値を調べてみると前表 2.2.2 のとおりとなる。この表より K-7 砂の場合若干の例外はあるが、 θ_* と ω_* の値は同一実験砂に対してほぼ同じ値となることが分るので、これらの特性量も浸透場によって一義的に決るものと考えられる。

また、同表には $\theta_* \omega_*$ の値が示されているが、この値は f_{∞} の値にはほぼ等しくなることが分る。

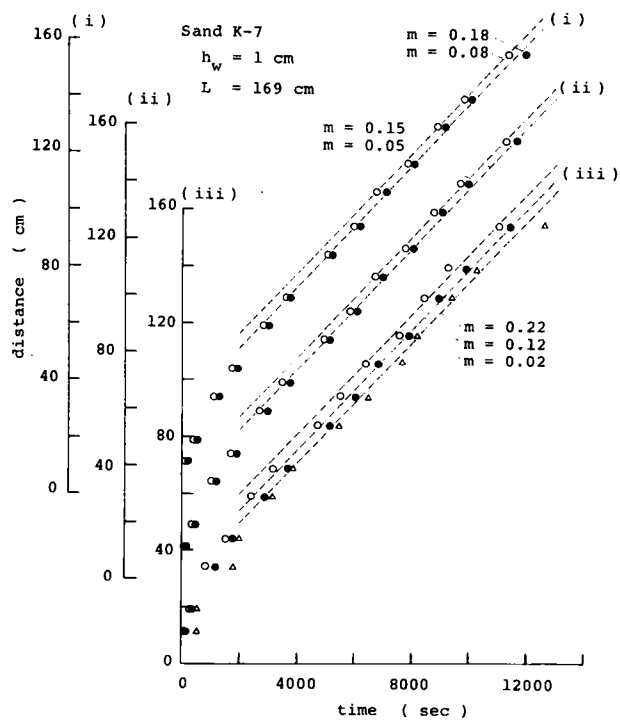
$$f_{\infty} \approx \theta_* \omega_* \quad \dots\dots\dots (2.2.8)$$



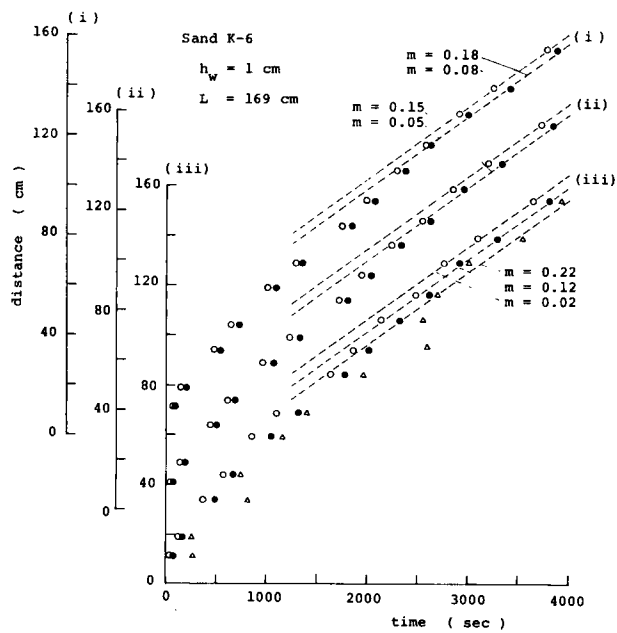
(1) K-7 砂の場合

(2) K-6 砂の場合

図 2.2.11 水分量分布の時間変化



(1) K-7 砂の場合



(2) K-6 砂の場合

図 2.2.12 wetting frontの移動

このことは、砂層表面へ侵入した浸透水がみかけ上上記の特性をもつ wetting front の移動にはばついやされることを意味するので、transmission zone は wetting front の移動によって延びるが、その上方の部分の水分量分布はほぼ固定されているものと考えることができる。

2.2.3 実験結果に対する 2、3 の検討

ここでは、2.2.2 で述べた浸透水の移動特性と空気圧の変化特性を考慮しつつ、現象の内部構造について考察する。

(1) 十分時間が経った段階における現象の解析^{14)、15)}

1) 不飽和域における基礎式

前述のとおり本来現象は不連続となっているが、適当な時間と空間の平均化によって、現象を連続的な事象とみなせるという可能性をえた。この平均化スケールは通常の Darcy スケールよりも大きいと考えられる。そこで、不飽和域における水と空気の移動に対し一般化された Darcy 則が成立するものとする、等方性を有した場で重力方向について、それぞれはつぎのように表わすことができる。¹⁶⁾

$$v = -K \cdot \left(\frac{\partial p_w}{\partial x} - 1 \right) \quad \dots\dots\dots (2.2.9)$$

$$v_a = -K_a \cdot \left(\frac{\partial p_a}{\partial x} - \frac{\rho_a}{\rho_w} \right) \quad \dots\dots\dots (2.2.10)$$

ここに、 v 、 v_a は水および空気の流量流速、 K は不飽和透水係数、 K_a は透気係数、 p_w は水の圧力水頭、 p_a は大気圧を基準にとった空気圧（増加空気圧で水頭による表示）、 ρ_w 、 ρ_a は水および空気の質量密度、 x は浸透面を原点にとり重力方向を正符号にとった位置座標である。

ここで、式(2.2.9)の右辺中の p_w を同時間、同位置での p_a を用いて次式のように書換えることにする。

$$p_w = \psi + p_a \quad \dots\dots\dots (2.2.11)$$

$$\text{ここに、} \psi = p_w - p_a \quad \dots\dots\dots (2.2.12)$$

であり、 ψ は毛管ポテンシャルに対応するものである。

つぎに、浸透場は膨脹や収縮によって変化しないものとし、また一様であると考え。さらに、 ψ は θ と局所平衡状態の関係にあって、一対一の対応にあるものとする。これらのことにより、式(2.2.9)は式(2.2.11)を用いてつぎのように変形できる。

$$v = -D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} + K(\theta) \cdot \left(1 - \frac{\partial p_a}{\partial x}\right) \quad \dots\dots\dots (2.2.13)$$

$$\text{ここに、} D = K \frac{d\psi}{d\theta} \quad \dots\dots\dots (2.2.14)$$

ここでは、 K は近似的に θ のみの関数であるとした。 D は水分の拡散係数と呼ばれている。一方、水と空気の連続式はそれぞれ次式となる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots (2.2.15), \quad \frac{\partial \rho_a \theta_a}{\partial t} + \frac{\partial \rho_a v_a}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots (2.2.16)$$

ここで、 θ_{sat} を飽和体積含水率とすると、 θ_a はつぎの関係式で与えることができる。

$$\theta_a = \theta_{sat} - \theta \quad \dots\dots\dots (2.2.17)$$

なお、式(2.2.15)では水は非圧縮流体とみなした。そこで、式(2.2.15)へ式(2.2.13)を代入すると、また式(2.2.16)へ式(2.2.10)、式(2.2.17)を代入すると、それぞれはつぎのようになる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ D(\theta) \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} - K(\theta) \cdot \left(1 - \frac{\partial p_a}{\partial x}\right) \right\} \quad \dots\dots\dots (2.2.18)$$

$$\frac{\partial \rho_a (\theta_{sat} - \theta)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \rho_a \cdot K_a(\theta) \cdot \left(\frac{\partial p_a}{\partial x} - \frac{\rho_a}{\rho_w}\right) \right\} \quad \dots\dots\dots (2.2.19)$$

ここに、 K_a は近似的に θ のみの関数であるとみなした。

さらに、空気は等温変化をする理想気体であるとみなすと、この場合の状態方程式は次式となる。

$$\rho_a = C \cdot (P_{a0} + p_a) = C \cdot P_a \quad \dots\dots\dots (2.2.20)$$

ここに、 C は定数、 P_{a0} は大気圧である。

以上によって基礎式系は式(2.2.18)、式(2.2.19)、式(2.2.20)によって構成されることになる。その従属変数は θ 、 ρ_a 、 p_a の3つとなるが、式の数3つであるので基礎式系は閉じたものになっている。

2) 水分の移動特性と空気圧の変化特性からみた内部構造

前述のとおり、時間経過とともに、wetting frontはその上端を一定の水分量 θ_* をもつtransmission zoneに接合して一定の水分量分布の形状を保ちつつ一定の速度 ω_* で移動するようになり、また砂層底部での空気圧は一定の割合で増大するようになる。そこで、近似的にwetting frontの形状と速度の不変性を想定すると、水分量分布に関してつぎのような解を与えることができる。

$$x(\theta, \tau) = \omega_* \cdot \tau + \xi(\theta), \quad \tau = t - t_0 \quad \dots\dots\dots (2.2.21)$$

ここに、 t_0 は上記の不変性がほぼ成立するようになったときの時間を意味する。したがって、 $\xi(\theta)$ は明らかに、 $t = t_0$ における水分量分布を示す。この場合の水分の初期条件は、2.2.1より次式となる。

$$\theta = \theta_0 = \text{const.} \approx 0 \quad \dots\dots\dots (2.2.22)$$

ここに、 θ_0 は初期体積含水率であり、したがって、式(2.2.21)の適用範囲はwetting front 近傍の $\theta_* > \theta > \theta_0$ である。

a. 基礎式の変形と条件式

近似式(2.2.21)が成立するときの諸種の関係を求めるために、状態方程式(2.2.20)を考慮しつつ水の運動式(2.2.18)と空気の運動式(2.2.19)に式(2.2.21)を代入すると、それぞれつぎのようになる。

$$\omega_* \frac{d\theta}{d\xi} + \frac{d}{d\xi} \left(D \frac{d\theta}{d\xi} + K \frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right) - \frac{dK}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{d\xi} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.2.23)$$

$$(\theta_{sat} - \theta) \cdot \left(\frac{\partial p_a}{\partial \tau} - \omega_* \frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right) + P_a \omega_* \frac{d\theta}{d\xi} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left\{ P_a K_a \left(\frac{\partial p_a}{\partial \xi} - \frac{\rho_a}{\rho_w} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (2.2.24)$$

なお、解析の都合上 $\theta = \theta_{*-}$ と $\theta = \theta_{0+}$ に対応する ξ をつぎのように定めておく。このことによって、運動の場の構造理解に影響は与えないであろう。

$$\lim_{\theta \rightarrow \theta_{*-}} \xi = \xi_* \quad , \quad \lim_{\theta \rightarrow \theta_{0+}} \xi = \xi_0 \quad \dots\dots\dots (2.2.25)$$

したがって、前述の水分量分布の形状特性および水分の初期条件を考慮すると、 ξ_* 、 ξ_0 での水分量に関する条件は次式のように考えてもよい。

$$\lim_{\xi \rightarrow \xi_*} \frac{d\theta}{d\xi} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.2.26) \quad , \quad \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \frac{d\theta}{d\xi} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.2.27)$$

$$\lim_{\xi \rightarrow \xi_0} v = \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left\{ -D \frac{d\theta}{d\xi} + K \left(1 - \frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right) \right\} = K_0 \left\{ 1 - \left(\frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right)_0 \right\} \equiv v_0 \approx 0$$

\dots\dots\dots (2.2.28)

ここに添字 0 は $\theta = \theta_{0+}$ での値を意味し、以下でも同様の意味で用いる。

一方、空気の条件はつぎのとおりである。砂層底部では $v_a = 0$ となるので、 $\xi = \xi_0$ での空気の流量流速 v_{a0} は水分の初期条件を考慮するとはば零とみなせる。また、不飽和域下端での水と空気の流量流速の絶対値は物理的にはば等しいと考えてよいので、つぎの条件が設定できる。

$$\lim_{\xi \rightarrow \xi_0} v_a = \lim_{\xi \rightarrow \xi_0} \left\{ -K_a \left(\frac{\partial p_a}{\partial \xi} - \frac{\rho_a}{\rho_w} \right) \right\} = v_{a0} \approx -v_0 \quad \dots\dots\dots (2.2.29)$$

また、 $\xi = \xi_*$ に対応する条件はア・プリオリに与えることができないので、とりあえず未知であるが時間の関数 $u(\tau)$ を用いてつぎのようにおく。

$$\lim_{\xi \rightarrow \xi_*} \left(\frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right)_* = \lim_{\xi \rightarrow \xi_*} \left(\frac{\partial p_a}{\partial \tau} - \omega_* \frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right) = u(\tau) \quad \dots\dots\dots (2.2.30)$$

b. wetting front の移動速度

式(2.2.23)を τ を固定して ξ につき区間 (ξ, ξ_0) で積分し、条件式(2.2.28)を考慮すると次式をうる。

$$\omega_* (\theta - \theta_0) + D \frac{d\theta}{d\xi} + K \frac{\partial p_a}{\partial \xi} - K + v_0 = 0 \quad \dots\dots\dots (2.2.31)$$

この式で $\theta \rightarrow \theta_{*-}$ とおき、条件式(2.2.26)を考慮すると次式をうる。

$$\omega_* = \frac{K_* \left\{ 1 - \left(\frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right)_* \right\} - v_0}{\theta_* - \theta_0} \quad \dots\dots\dots (2.2.32)$$

ここに、 K_* 、 $(\partial p_a / \partial \xi)_*$ における添字*は $\theta = \theta_{*-}$ での値を意味し、以下でも同様な意味で用いる。

つぎに、式(2.224)を τ を固定して ξ につき区間 (ξ, ξ_0) で積分し、条件式(2.229)を考慮すると次式となる。

$$\begin{aligned} \int_{\xi_0}^{\xi} (\theta_{sat} - \theta) \cdot \left(\frac{\partial p_a}{\partial \tau} - \omega_* \frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right) d\xi + P_a \omega_* \cdot (\theta - \theta_0) \\ = P_a \cdot \left\{ K_a \left(\frac{\partial p_a}{\partial \xi} - \frac{\rho_a}{\rho_w} \right) + v_{a0} \right\} \quad \cdots \cdots \cdots (2.233) \end{aligned}$$

なお、上式では実験結果を考慮して $p_a \ll P_{a0}$ とした。このような場合、空気の移動に対し、重力の影響は非常に小さいと考えてもよいので、 $\partial p_a / \partial \xi - \rho_a / \rho_w \approx \partial p_a / \partial \xi$ とおくと、上式は次式で書換えることができる。

$$\frac{\partial p_a}{\partial \xi} = \frac{\theta - \theta_0}{K_a} \omega_* + \eta - \frac{v_{a0}}{K_a} \quad \cdots \cdots \cdots (2.234)$$

$$\text{ここに、} \eta = -\frac{1}{K_a P_a} \int_{\xi}^{\xi_0} (\theta_{sat} - \theta) \cdot \left(\frac{\partial p_a}{\partial \tau} - \omega_* \frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right) d\xi \quad \cdots \cdots (2.235)$$

ここでは式(2.229)で $-v_{a0} \approx v_0$ とおいたので、同式と式(2.228)から $(\partial p_a / \partial \xi)_0$ が、またこれを式(2.228)へ代入すると v_0 がそれぞれつぎのように与えられる。

$$\left(\frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right)_0 = \frac{K_0}{K_0 + K_{a0}} = A_0 \quad \cdots \cdots (2.236), \quad v_0 = K_0 (1 - A_0) \quad \cdots \cdots (2.237)$$

$$\text{ここに、} A(\theta) = \frac{K(\theta)}{K(\theta) + K_a(\theta)} \quad \cdots \cdots \cdots (2.238)$$

であって、 $A_0 = A(\theta_0)$ であるが、 $A(\theta)$ の関数形は後述の図2.4.5で示される。式(2.234)で $\xi \rightarrow \xi_*$ とした $(\partial p_a / \partial \xi)_*$ を式(2.232)に代入し、式(2.237)を考慮すると次式をうる。

$$\omega_* = \frac{K_*(1 - A_*)(1 - \eta_*) - K_0(1 - A_0)}{\theta_* - \theta_0} \quad \cdots \cdots \cdots (2.239)$$

とくに $|\eta_*| \ll 1$ のときには、 ω_* は次式で近似できる。

$$\omega_* = \frac{K_*(1 - A_*) - K_0(1 - A_0)}{\theta_* - \theta_0} \quad \cdots \cdots \cdots (2.240)$$

式(2.2.31)に式(2.2.34)を代入し、式(2.2.29)と式(2.2.37)を考慮すると次式となる。

$$\frac{d\xi}{d\theta} = - \frac{D(1-A)}{(\theta - \theta_0)\omega_* - K(1-A) + KA(K_a\eta/K) + K_0(1-A_0)} \quad \dots (2.2.41)$$

$d\xi/d\theta \leq 0$ であるので、 $D(1-A) > 0$ を考慮すると、上式よりつぎの関係をうる。

$$\omega_* \geq \frac{K(1-A)(1-\eta) - K_0(1-A_0)}{\theta - \theta_0} \quad \dots (2.2.42)$$

なお、等号の場合は $d\theta/d\xi = 0$ のときである。とくに $|\eta| \ll 1$ のとき、上式は次式で近似できる。

$$\omega_* \geq \frac{K(1-A) - K_0(1-A_0)}{\theta - \theta_0} \quad \dots (2.2.43)$$

後述の図2.4.5より分るように、関数 $\{K(1-A) - K_0(1-A_0)\}/(\theta - \theta_0)$ は、 $K(1-A)$ が最大値をとる水分量 θ_c より若干小さな水分量 θ'_c で最大値をとり、 θ の増加とともに、 $\theta > \theta'_c$ のとき減少し、 $\theta < \theta'_c$ のとき増加する特徴をもつ。よって、 $|\eta| \ll 1$ のとき、 ω_* は式(2.2.43)からつぎの関係を満すことになる。

$$\theta_* \leq \theta'_c \text{ のとき、 } \omega_* \geq \frac{K_*(1-A_*) - K_0(1-A_0)}{\theta_* - \theta_0} \quad \dots (2.2.44)_1$$

$$\theta_* > \theta'_c \text{ のとき、 } \omega_* \geq \frac{K'_c(1-A'_c) - K_0(1-A_0)}{\theta'_c - \theta_0} \quad \dots (2.2.44)_2$$

ここに、添字 c' は $\theta = \theta'_c$ での値を意味する。上式で式(2.2.40)を考慮すると、 θ_* はつぎの条件を満す。

$$\theta_* \leq \theta'_c \quad \dots (2.2.45)$$

よって、 ω_* の存在条件は式(2.2.44)₁ で与えられる。

c. wetting frontの形状

式(2.2.41)中の ω_* へ式(2.2.39)を代入すると、次式となる。

$$\frac{d\xi}{d\theta} = - \frac{D(1-A)}{\frac{\theta-\theta_0}{\theta_*-\theta_0} \{K_*(1-A_*)(1-\eta_*) - K_0(1-A_0)\} - K(1-A)} + \frac{KA(\frac{K_a}{K}\eta) + K_0(1-A_0)}{\dots\dots\dots} \quad (2.246)$$

これを θ につき区間 $(\theta, \theta_* - \Delta_*)$ で積分すると次式をうる。

$$\xi - \xi_*^A = - \int_{\theta}^{\theta_* - \Delta_*} \frac{D(1-A)}{-\frac{\theta-\theta_0}{\theta_*-\theta_0} \{K_*(1-A_*)(1-\eta_*) - K_0(1-A_0)\} + K(1-A) - KA(\frac{K_a}{K}\eta) - K_0(1-A_0)} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.247)$$

ここに、 ξ_*^A は $\theta = \theta_* - \Delta_*$ での ξ の値である。とくに、 $|\eta| \ll 1$ のとき、上式は次式で近似できる。

$$\xi - \xi_*^A = - \int_{\theta}^{\theta_* - \Delta_*} \frac{D(1-A)}{-\frac{\theta-\theta_0}{\theta_*-\theta_0} \{K_*(1-A_*) - K_0(1-A_0)\} + K(1-A) - K_0(1-A_0)} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.248)$$

結局、式(2.247)あるいは式(2.248)が求めるwetting frontの形状である。

d. 空気圧の増加割合

式(2.231)を $\partial p_a / \partial \xi$ で整理し、式(2.237)を考慮すると次式になる。

$$\frac{\partial p_a}{\partial \xi} = \frac{1}{K} \{K - (\theta - \theta_0)\omega_* - D \frac{d\theta}{d\xi} + K_0(1-A_0)\} \quad \dots\dots\dots (2.249)$$

これより $\partial p_a / \partial \xi$ は θ あるいは ξ のみの関数となっていることが分るので、 p_a は ξ の関数と τ の関数の和という形で示されることになる。wetting frontの先端($\xi = \xi_0$)から砂層底部の間での空気の流れ流速 v_a は前述の式(2.229)を設定した理由よりはば零とみなせる。 v_a を与える式(2.210)に着目すると、 $\rho_a / \rho_w \sim 10^{-3}$ であり、結局 $\partial p_a / \partial x \approx 0$ とみなせるので、この間の空気圧ははば一様になっていると考えてもよい。このことより、 $(p_a)_{\theta \rightarrow \theta_{0+}}$ は砂層底部の空気圧に対応するので、つぎの関係がえられる。

$$\frac{\partial p_a}{\partial \tau} \approx \frac{dp_{aL}}{dt} \dots\dots\dots (2.250)$$

$\partial p_a / \partial \tau$ は式 (2.230) を用いてつぎのように表わせる。

$$\frac{\partial p_a}{\partial \tau} = \omega_* \left(\frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right)_* + u(\tau) \dots\dots\dots (2.251)$$

上式中の $(\partial p_a / \partial \xi)_*$ は式 (2.232) と式 (2.237) より次式で表わせる。

$$\left(\frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right)_* = 1 - \frac{\omega_* (\theta_* - \theta_0)}{K_*} - \frac{K_0 (1 - A_0)}{K_*} \dots\dots\dots (2.252)$$

また、上式中の ω_* へ式 (2.239) を代入すると次式をうる。

$$\left(\frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right)_* = A_* + (1 - A_*) \eta_* \dots\dots\dots (2.253)$$

とくに、 $|\eta_*| \ll 1$ のときは次式で近似できる。

$$\left(\frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right)_* = A_* \dots\dots\dots (2.254)$$

よって、式 (2.251) へ式 (2.252) を代入したもの、および式 (2.253)、式 (2.254) を代入し式 (2.239) を考慮したものは、それぞれつぎのとおりである。

$$\frac{\partial p_a}{\partial \tau} = \omega_* \left\{ 1 - \frac{\omega_* (\theta_* - \theta_0)}{K_*} - \frac{K_0 (1 - A_0)}{K_*} \right\} + u(\tau) \dots\dots\dots (2.255)$$

$$\frac{\partial p_a}{\partial \tau} = \frac{K_* (1 - A_*) (1 - \eta_*) - K_0 (1 - A_0)}{\theta_* - \theta_0} \cdot \{ A_* + (1 - A_*) \eta_* \} + u(\tau)$$

\dots\dots\dots (2.256)

とくに、 $|\eta_*| \ll 1$ のとき

$$\frac{\partial p_a}{\partial \tau} = \frac{K_* (1 - A_*) - K_0 (1 - A_0)}{\theta_* - \theta_0} \cdot A_* + u(\tau) \dots\dots\dots (2.257)$$

e. 空気圧分布

$\partial p_a / \partial \xi = \partial p_a / \partial \theta \cdot d\theta / d\xi$ の関係があるので、 $\partial p_a / \partial \xi$ を示す式 (2.234) の両辺に式 (2.246) の $d\xi / d\theta$ を掛けたものを、 θ につき区間 $(\theta, \theta_* - \Delta_*)$ で積分し、式 (2.229) と式 (2.237) を考慮すると次式となる。

$$p_a - (p_a)_*^d = \int_{\theta}^{\theta_* - \Delta_*} \frac{AD}{K} d\theta - \int_{\theta}^{\theta_* - \Delta_*} \frac{AD(1-A)(1 + \frac{K_a}{K}\eta)}{-\frac{\theta - \theta_0}{\theta_* - \theta_0} \{K_*(1-A_*)(1-\eta_*) - K_0(1-A_0)\} + K(1-A) - K_0(1-A_0) - AK(\frac{K_a}{K}\eta)} d\theta$$

..... (2.258)

ここに、 $(p_a)_*^d$ は $\theta = \theta_* - \Delta_*$ での p_a の値である。とくに $|\eta| \ll 1$ のときには上式は次式で近似できる。

$$p_a - (p_a)_*^d = \int_{\theta}^{\theta_* - \Delta_*} \frac{AD}{K} d\theta - \int_{\theta}^{\theta_* - \Delta_*} \frac{AD(1-A)}{-\frac{\theta - \theta_0}{\theta_* - \theta_0} \{K_*(1-A_*) - K_0(1-A_0)\} + K(1-A) - K_0(1-A_0)} d\theta$$

..... (2.259)

結局、式 (2.258) あるいは式 (2.259) が求める wetting front に沿った空気圧分布となる。

f. 誘導された諸式の検討

以上の b. ~ e. で導出された諸式を実験値を用いて調べる。その際、 $\xi = \xi_0$ での水および空気の流量流速 v_0, v_{a0} を前述に従い零とおく。このことより、 $v_0 \rightarrow 0$ は $\theta_0 \rightarrow 0, K_0 \rightarrow 0$ 、また $v_{a0} \rightarrow 0$ は $(\partial p_a / \partial \xi)_0 \rightarrow 0, A_0 \rightarrow 0$ となる。

1) 条件 $|\eta_*| \ll 1$ の妥当性

まず $(\partial p_a / \partial \xi)_*$ のオーダを検討する。空気は重力と逆方向に移動しているので、式 (2.210) で与えたその流量流速 v_a は $v_a < 0$ となるが、 $K_a > 0, \rho_a / \rho_w > 0$ を考慮すると $\partial p_a / \partial x > 0$ 、すなわち $\partial p_a / \partial \xi > 0$ をうる。よって、 $(\partial p_a / \partial \xi)_* > 0$ となるが、式 (2.232) で与えた ω_* が正符号という物理的条件を満たすためには、定数値の $(\partial p_a / \partial \xi)_*$

はつぎの関係を満足せねばならない。

$$1 > \left(\frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right)_* > 0 \quad \dots\dots\dots (2.2.60)$$

$(\partial p_a / \partial \xi)_*$ は式 (2.2.53) で A_* と η_* によって表わされるので、 A_* と η_* のオーダーを検討する。まず A_* は A の定義式 (2.2.38) より $K(\theta_*)$ と $K_a(\theta_*)$ が分れば決る。

$K(\theta_*)$ は付録(3)に示した直接的な測定より与えられるが、 $K_a(\theta_*)$ は透気係数を直接測定しなかったで、ここではとりあえずつぎのような関数形で表わすことにする。¹⁷⁾

$$K_a(\theta) = K(\theta_{sat}) \frac{\mu_w}{\mu_a} \Phi(\theta); \quad \Phi(\theta) = \left(1 - \frac{\theta}{\theta_{sat}}\right)^A \quad \dots\dots\dots (2.2.61)$$

ここに、 μ_w 、 μ_a はそれぞれ水と空気の粘性係数、 A はある正の定数値、である。 A の値はア・プリオリに決定できないが、ここでは K-7 砂を対象にし、2.4.6 で述べるように $A=2$ と $A=1.8$ の場合を考える。表 2.2.2 を参照にして $\theta_* = 0.36 \sim 0.38$ を用いると、 A_* の値は $A=2$ の場合 $0.18 \sim 0.27$ 、 $A=1.8$ の場合 $0.1 \sim 0.14$ となる。つぎに、 η_* のオーダーは式 (2.2.35) でオーダー評価することにより次式となる。

$$\eta_* \sim - \frac{\theta_{sat}}{K_* P_{a0}} L \dot{p}_{a\infty} \quad \dots\dots\dots (2.2.62)$$

よって、式 (2.2.53) の右辺の 2 項の比をとるとつぎのようになる。

$$\frac{(1-A_*)|\eta_*|}{A_*} \sim \frac{\theta_{sat}}{K_* P_{a0}} L \dot{p}_{a\infty} \quad \dots\dots\dots (2.2.63)$$

表 2.2.2 を参照にして K-7 砂、K-6 砂に対して、 $\theta_* \approx 0.37$ 、 $K_* \approx 4 \times 10^{-3}$ 、 1×10^{-2} cm/sec (付録(3)参照) とし、また $\theta_{sat} \approx 0.46$ 、 $P_{a0} \approx 10^3$ cmAq、 $L = 160$ cm とし、上式右辺の値を計算すると、それぞれ 4×10^{-2} 、 7×10^{-2} となる。このことは $(1-A_*) \cdot |\eta_*| / A_* \ll 1$ すなわち $A_* + (1-A_*) \cdot \eta_* \approx A_*$ 、さらに $A_* < (1-A_*)$ であるので $|\eta_*| \ll 1$ を意味する。よって、 $(\partial p_a / \partial \xi)_*$ は式 (2.2.54) で近似できることになり、また同様に式 (2.2.40)、式 (2.2.43) ~ 式 (2.2.45)、式 (2.2.48)、式 (2.2.57) および式 (2.2.59) の妥当性が確認されたことになる。

ii) 種々の特性量の検討

ω_* の値：式 (2.2.40) で与えられた ω_* に着目する。 K_0 、 A_0 および θ_0 は零に等しく、また $1-A_* \approx 1$ である (図 2.4.5 参照) であるので、 $\omega_* \approx K_* / \theta_*$ と考えられる。実際、表 2.2.2 で示した ω_* と K_* / θ_* を比較すると、 ω_* はほぼ K_* / θ_* に等しくなっていることが分る。

wetting frontの形状: $1-A \approx 1$ の条件下で、 θ_* と小さな正值 Δ_* を与えると式 (2. 2.48) から wetting front の分布形状が計算できる。図 2. 2.13は、図 2. 2.4 (1)に対応する場合の実験での wetting front の水分量分布形状と計算による分布形状 (破線) との比較であって、計算では $h_w = 1$ cm の場合 $\theta_* = 0.37$ 、 $h_w = 5$ cm の場合 $\theta_* = 0.36$ とした。なお実験値は、例えば $h_w = 1$ cm の場合、図 2. 2.12(1)で示した種々の破線が縦軸と交わる点の値を求めることにより決る。この図より、計算値は実験値とよく合致していることが分る。なお、水分量の小さな部分で両者の合致度が低いのは、前述した水分の測定器の特性によるものであろう。

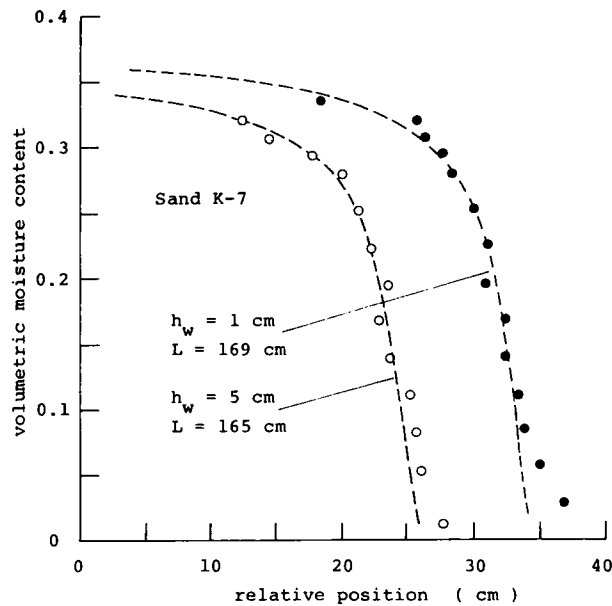


図 2.2.13 wetting frontの形状の実験値と計算値との比較

u について: 式 (2. 2.50) を考慮すると、実験事実 $dp_{aL}/dt \approx \text{const.}$ ($= \dot{p}_{a\infty}$) より式 (2. 2.30) における $(\partial p_a / \partial \tau)_*$ は一定となる。よって、式 (2. 2.30) で $(\partial p_a / \partial \tau)_* = \text{const.}$ と $(\partial p_a / \partial \xi)_* = \text{const.}$ の関係を用いると、 $u(\tau)$ は一定となる。この一定値を u_0 と記すことにすると、式 (2. 2.30) より u_0 あるいは $(\partial p_a / \partial \xi)_*$ はそれぞれつぎのようになる。

$$u_0 = \dot{p}_{a\infty} - \omega_* \left(\frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right)_* \dots\dots\dots (2.2.64)_1$$

$$\left(\frac{\partial p_a}{\partial \xi} \right)_* = \frac{\dot{p}_{a\infty} - u_0}{\omega_*} \dots\dots\dots (2.2.64)_2$$

表 2.2.2 で示した $\dot{p}_{a\infty}$ と ω_* を用いて $\dot{p}_{a\infty}/\omega_*$ の値を求めると、K-7 砂の場合はほぼ 0.2~0.25、K-6 砂の場合はほぼ 0.3~0.4 となる。K-7 砂の場合 $\dot{p}_{a\infty}/\omega_*$ の値は j) での A_* の値とはほぼ一致することが分る。いずれにしても、 u_0 は $u(\tau)$ の定義式 (2.2.30) より分るように正符号をもつと考えられる。また u_0 は $\dot{p}_{a\infty}$ と比べ比較的小さな値であろうことが予想されるが、この点については 2.4.5(2) を参照されたい。

iii) 開放浸透の場合との比較

初期水分量 $\theta = \theta_0$ の一様な浸透場において、浸透面で $\theta = \theta_* (>\theta_0)$ の境界条件が与えられるような開放浸透の場合、時間とともに wetting front の速度と形状はそれぞれ $A_* = 0$ 、 $A_0 = 0$ とした式 (2.2.40) および式 (2.2.48) によって表わせることが知られている¹⁸⁾。a.~e. の演算をこのような開放浸透の場合を含めて考えると、開放浸透では $\partial p_a / \partial \xi = 0$ あるいは $\eta = 0$ 、 $A = 0$ とみなせるので、a.~e. の結果は広い適用性をもっているといえる。

(2) 初期段階における現象の解析^{11), 15)}

1) 水分の移動特性からみた空気圧の挙動

砂層表面近傍の水分量を 2.2.2(13) で考えたと同様に θ_b と記し、これが不変であるとするとし、そして、式 (2.2.4) で与えた実験式が水分の全範囲 (0、 θ_b) で成立するものとする。

(1) で水分量が比較的小さな領域を対象とした場合、水と空気の運動の式はほぼ一般化された Darcy 則に従うことが分ったので、これらの式が擬似飽和域の下方に存在する不飽和域の全域に対して成立するものとする。そこで、 x と t を独立変数として表された水分の基礎式 (2.2.18) を、 θ と t を独立変数として書換えると次式になる。

$$-\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ D(\theta) \frac{\partial x}{\partial \theta} \right\} - \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ K(\theta) \left(1 - \frac{\partial p_a}{\partial \theta} \frac{\partial x}{\partial \theta} \right) \right\} \dots\dots (2.2.65)$$

水分の基礎式 (2.2.65) が式 (2.2.4) を近似解としてもつとき、どのような浸透状況にあるかを調べるために、上式に式 (2.2.4) の関係を代入するわけであるが、その際 $\partial x / \partial t$ 、 $\partial x / \partial \theta$ は次式となる。

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{t^{-1/2}}{2} \varphi, \quad \frac{\partial x}{\partial \theta} = t^{1/2} \varphi', \quad \dots\dots\dots (2.2.66)$$

ここに、ダッシュノは θ による微分を意味する。この関係を式(2.2.65)に代入すると次式をうる。

$$-\frac{t^{-1/2}}{2} \varphi = t^{-1/2} \frac{d}{d\theta} \left(\frac{D}{\varphi'} \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left[K \cdot \left\{ 1 - \frac{\partial p_a}{\partial \theta} / (\varphi' t^{1/2}) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (2.2.67)$$

ところで、式(2.2.22)で示した $\theta = \theta_0 \approx 0$ でつきの関係が成立すると考えてよい。

$$1 / \frac{\partial x}{\partial \theta} \approx 0 \quad \dots\dots\dots (2.2.68)$$

$$\theta = \theta_{0+} \approx 0 \text{ で、}$$

$$v \approx 0 \quad \dots\dots\dots (2.2.69)$$

これらの条件を考慮して、式(2.2.67)を t を固定して θ につき区間 (θ_{0+}, θ) で積分するとつぎのようになる。

$$-\frac{t^{-1/2}}{2} \int_{\theta_{0+}}^{\theta} \varphi d\theta = \frac{D}{\varphi' t^{1/2}} - K + K \frac{\partial p_a}{\partial \theta} / (\varphi' t^{1/2}) \quad \dots\dots\dots (2.2.70)$$

なお、右辺第2項は重力項に対応する。これを $\partial p_a / \partial \theta$ につき整理すると次式をうる。

$$\frac{\partial p_a}{\partial \theta} = H \varphi' + t^{1/2} \varphi' y \quad \dots\dots\dots (2.2.71)$$

$$\text{ここに、} \quad H(\theta) = - \left\{ \frac{1}{2} \int_0^{\theta} \varphi d\theta + \frac{D}{\varphi'} \right\} / K \quad \dots\dots\dots (2.2.72)$$

$$y = \{ K(\theta) - K(\theta_0) \} / K(\theta) \quad \dots\dots\dots (2.2.73)$$

なお、式(2.2.71)を $\partial x / \partial \theta$ で割り式(2.2.66)を考慮すると次式となる。

$$\left(\frac{\partial p_a}{\partial x} \right)_t = \frac{\partial p_a}{\partial \theta} \frac{\partial x}{\partial \theta} = t^{-1/2} H + y \quad \dots\dots\dots (2.2.74)$$

つぎに、空気の運動の基礎式(2.2.19)と式(2.2.20)に注目する。式(2.2.19)で前述したと同様の理由で次式を仮定する。

$$\frac{\partial p_a}{\partial x} - \frac{\rho_a}{\rho_w} \approx \frac{\partial p_a}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (2.2.75)$$

そして、式(2.2.20)を考慮して式(2.2.19)を独立変数を θ 、 t で書換えると次式となる。

$$\begin{aligned} (\theta_{sat} - \theta) \left\{ \frac{\partial p_a}{\partial t} - \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial p_a}{\partial \theta} \right\} + P_a \cdot \frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ = \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ K_a P_a \frac{\partial p_a}{\partial \theta} \frac{\partial x}{\partial \theta} \right\} \cdot 1 \frac{\partial x}{\partial \theta} \quad \dots\dots\dots (2.2.76) \end{aligned}$$

上式に式(2.2.66)、式(2.2.74)の關係を用いると、次式となる。

$$\frac{\partial p_a}{\partial t} - \frac{1}{2t} \frac{\varphi}{\varphi'} \frac{\partial p_a}{\partial \theta} = - \frac{1}{t} \frac{G_1(\theta, t)}{\theta_{sat} - \theta} \quad \dots\dots\dots (2.2.77)$$

ここに、

$$\begin{aligned} G_1 = t \cdot \left\{ P_a \frac{\partial x}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(K_a P_a \frac{\partial p_a}{\partial \theta} \frac{\partial x}{\partial \theta} \right) \right\} \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ = \frac{P_a}{2} \frac{\varphi}{\varphi'} - \frac{P_a}{\varphi'} \left(\frac{dK_a H}{d\theta} + t^{1/2} y \frac{dK_a}{d\theta} \right) - K_a H^2 \left(1 + y \frac{t^{1/2}}{H} \right)^2 \dots\dots\dots (2.2.78) \end{aligned}$$

いま対象としているのは浸透の初期段階であるので、水分の運動の式(2.2.13)で重力項が拡散項に比し無視でき、すなわち $|D \partial \theta / \partial x| \gg K$ と仮定してよいだろう。前述のとおり y はこの場合の重力項に対応していたので、式(2.2.71)、式(2.2.74)および式(2.2.78)で形式的に $y=0$ とおくと、それぞれはつぎのようになる。

$$\frac{\partial p_a}{\partial \theta} = H \varphi' \quad \dots\dots\dots (2.2.79)$$

$$\frac{\partial p_a}{\partial \theta} \frac{\partial x}{\partial \theta} = t^{-1/2} H \quad \dots\dots\dots (2.2.80)$$

$$\{G_1\}_{y=0} \equiv G(\theta) = \frac{P_{a0}}{2} \cdot \frac{\varphi}{\varphi'} - \frac{P_{a0}}{\varphi'} \cdot \frac{dK_a H}{d\theta} - K_a H^2 \quad \dots\dots\dots (2.2.81)$$

なお、最後の式では、 $p_a \ll P_{a0}$ と考えられるので、 $P_a \rightarrow P_{a0}$ においてある。そこで、式 (2.2.77) に式 (2.2.81) を代入し、式 (2.2.79) を考慮すると次式をうる。

$$\frac{\partial p_a}{\partial t} = \left(\frac{1}{2} \varphi H - \frac{G}{\theta_{sat} - \theta} \right) / t \quad \dots\dots\dots (2.2.82)$$

式 (2.2.79) に注目すると、右辺は θ のみの関数となっているので、 p_a は (1) の場合と同様に θ の関数と t の関数の和という形で表わされることになる。よって、式 (2.2.82) の右辺を $\theta = \theta_{b-}$ で表わすことにすると、次式とする。

$$\frac{\partial p_a}{\partial t} = \frac{\gamma}{t} \quad \dots\dots\dots (2.2.83)$$

$$\text{ここに、} \gamma = \frac{1}{2} \varphi_b H_b - \frac{G_b}{\theta_{sat} - \theta_b} = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (2.2.84)$$

なお、添字 b は $\theta = \theta_{b-}$ での値を意味する。また式 (2.2.83) を θ を固定して t につき区間 (t_i, t) で積分すると次式をうる。

$$p_a(\theta, t) = \gamma \ln t - \gamma \ln t_i + p_a(\theta, t_i) \quad \dots\dots\dots (2.2.85)$$

ここに、 t_i は $t_i < t$ を満す定数値である。実験における計測空気圧 p_{aL} は (1) で述べたように $p_a(\theta, t)$ で $\theta \rightarrow \theta_0 \approx 0$ としたものにほぼ対応するので、上式より次式で与えられることになる。

$$p_{aL}(t) = \gamma \ln t - \gamma \ln t_i + p_{aL}(t_i) \quad \dots\dots\dots (2.2.86)$$

この関係式は実験より求めた式 (2.2.1) と同形式であることが分るので、式 (2.2.1) における実験定数 a, b はそれぞれ $\gamma, -\gamma \ln t_i + p_{aL}(t_i) - h_w$ に対応することになる。

以上、 $|D / \frac{\partial x}{\partial \theta}| \gg K$ なる条件下で、水と空気の基本式系が $x = \varphi(\theta) t^{1/2}$ といういわゆる相似解を有する場合、wetting front の先端での空気圧にはほぼ対応する計測空気圧は、必然的に式 (2.2.1) あるいは式 (2.2.86) で示した対数関数に従って変化することが導かれた。2.2.2(1) で $t_e \approx t_e'$ なる実験事実を記したが、このことよりこの結果は当然の帰結といえよう。

さて、ある時間での砂層内の空気圧は、式 (2.2.79) を t を固定し θ につき区間 (θ, θ_{b-})

で積分することにより、 $\theta = \theta_{b-}$ の点の空気圧を用いて次式のように与えることができる。

$$p_a(\theta, t) = p_a(\theta_{b-}, t) + \int_{\theta}^{\theta_b} H\varphi' d\theta \quad \dots\dots\dots (2.2.87)$$

$\{p_a(\theta, t) - p_a(\theta_{b-}, t)\}$ なる量すなわち $\theta = \theta_{b-}$ 点の空気圧を基準とした内部の相対的な空気圧は、上式より θ の関数となることが分るので、 θ と同様に x と $t^{1/2}$ を用いた相似解 $xt^{-1/2}$ の表示に従う。なお、 $p_a(\theta_{b-}, t)$ が一定値となる場合、ある水分量 θ をとる点の空気圧 $p_a(\theta, t)$ は時間的に一定となる。以上のことより、砂層内の空気圧が時間とともに増加することが実験的に認められたが、擬似飽和域下端の空気圧は不飽和域上端 ($\theta = \theta_{b-}$ となる点) でのものに等しくなると考えてよいので、擬似飽和域下端での空気圧は式 (2.2.85) に示したような対数関数に従って増加しているといえる。

2) S と r との関係

水分の流量流速 v は式 (2.2.13) で与えられるが、1) で $|D\partial\theta/\partial x| \gg K$ と考えたので、 v は次式で近似できることになる。

$$v = -D(1-\tilde{A}) \cdot \frac{\partial x}{\partial \theta} \quad \dots\dots\dots (2.2.88)$$

$$\text{ここに、} \tilde{A} = -\frac{K}{D} \left(\frac{\partial p_a}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial x}{\partial \theta} \right) \cdot \frac{\partial x}{\partial \theta} = -\frac{K}{D} \cdot \frac{\partial p_a}{\partial \theta} \quad \dots\dots\dots (2.2.89)$$

式 (2.2.88) へ式 (2.2.66) の関係を、式 (2.2.89) へ式 (2.2.71) を代入すると、それぞれは次式となる。

$$v = -\frac{t^{-1/2}}{\varphi'} \cdot D(1-\tilde{A}) \quad \dots\dots\dots (2.2.90)$$

$$\tilde{A} = -\frac{KH\varphi'}{D} = \frac{1}{D} \left\{ \frac{\varphi'}{2} \int_0^{\theta} \varphi d\theta + D \right\} \quad \dots\dots\dots (2.2.91)$$

\tilde{A} は θ の関数となることが分るが、式 (2.2.89) で $\partial p_a / \partial \theta < 0$ より $\tilde{A} > 0$ 、式 (2.2.88) で $v > 0$ 、 $\partial x / \partial \theta < 0$ より $\tilde{A} < 1$ となるので $1 > \tilde{A} > 0$ の不等式を満たすことになる。

一方、空気の流れ流速 v_a は式 (2.2.10) で与えたが、条件式 (2.2.75) を設定したので、いまの場合は式 (2.2.66)、式 (2.2.72) および式 (2.2.80) の関係を用いつぎようになる。

$$v_a = -t^{-1/2} K_a H = t^{-1/2} \frac{1-A}{A} \cdot \frac{\tilde{A}D}{\varphi'} \quad \dots\dots\dots (2.2.92)$$

なお、 A は式(2.2.38)で定義した θ の関数である。

そこで、式(2.2.90)で与えられた v と式(2.2.92)で与えられた v_a との和を計算すると次式になる。

$$v + v_a = t^{-1/2} V \quad \dots\dots\dots (2.2.93)$$

$$\text{ここに、} V = -\frac{D}{\varphi'} \left(1 - \frac{\tilde{A}}{A}\right) \quad \dots\dots\dots (2.2.94)$$

この V を使って式(2.2.84)で定義した r を表わすことにする。すなわち、式(2.2.84)の右辺に対し式(2.2.91)、式(2.2.94)の関係をを用いると、結局次式となる。

$$r = \frac{\varphi_b}{4K_{ab}} (S - 2V_b) + \left\{ \frac{(S - 2V_a)^2}{4K_{ab}} + \frac{S - 2V_b A_b}{2D_b (1 - A_b)} P_{a0} \left(\frac{dV}{d\theta} \right)_b \right\} / (\theta_{sat} - \theta_b) \quad \dots\dots (2.2.95)$$

ここに、添字 b は $\theta = \theta_b$ での値を意味し、 S は次式で定義したものである。

$$S = \int_0^{\theta_b} \varphi d\theta \quad \dots\dots\dots (2.2.96)$$

なお、上式の S は式(2.2.2)の S に対応するものである。とくに、

$$\left(\frac{dV}{d\theta} \right)_b \approx 0 \quad \dots\dots (2.2.97), \quad \varphi_b \ll \frac{S - 2V_b}{\theta_{sat} - \theta_b} \quad \dots\dots\dots (2.2.98)$$

が成立するとき、

$$r \approx \frac{(S - 2V_b)^2}{4K_{ab} (\theta_{sat} - \theta_b)} \quad \dots\dots\dots (2.2.99)$$

$$\text{あるいは} \quad \frac{S^2}{4r} \approx (\theta_{sat} - \theta_b) K_{ab} / \left(1 - \frac{2V_b}{S}\right)^2 \quad \dots\dots\dots (2.2.100)$$

いま、 v と v_a の $\theta = \theta_{b-}$ での比を次式のように $-r(t)$ で与える。

$$v_{ab} = -r(t) v_b \quad \dots\dots\dots (2.2.101)$$

これを、 $\theta = \theta_{b-}$ とした式 (2.2.93) に代入すると次式をうる。

$$S - 2V_b = rS \quad \dots\dots\dots (2.2.102)$$

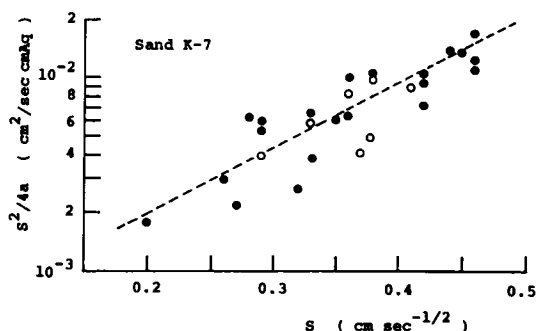
さらに、上式を式 (2.2.97) に代入すると次式になる。

$$\frac{S^2}{4\gamma} \approx \frac{(\theta_{sat} - \theta_b) K_{ab}}{r^2} \quad \dots\dots\dots (2.2.103)$$

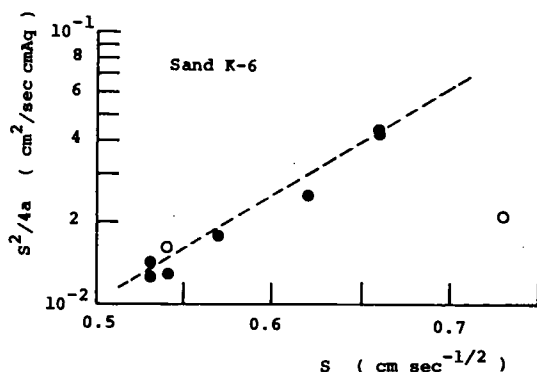
さて、条件式 (2.2.97)、式 (2.2.98) を調べるために式 (2.2.95) 右辺の各項に着目すると、式 (2.2.98) は式 (2.2.93) で $\theta = \theta_b$ 近傍での間隙空気はさほど圧縮されないことを考慮すると一応の妥当性をもつこと、また式 (2.2.97) は式 (2.2.96) を考慮すると同様に妥当であることが分る。 γ は実験結果の式 (2.2.1) の a を意味するので、式 (2.2.103) を参照にして表 2.2.1 より $S^2/4a$ と S の関係を調べると図 2.2.14(1)、(2) のようになり、それぞれ K-7 砂、K-6 砂の場合である。なお、図中の黒丸は $h_w = 1$ cm、白丸は $h_w > 1$ cm の場合である。この図より、 $S^2/4a$ は大略図中の破線で示したような変化をすることが分り、 S の増加関数になっている。ここで、 $S^2/4a$ と S の関係を近似的に上記の破線と与えられるとすると、K-7 砂、K-6 砂の場合、それぞれ $S = 0.26, 0.5$ cm sec^{-1/2} を境にして、この値より S が大きくなるときは $\partial a / \partial S < 0$ 、 S が小さくなるときは $\partial a / \partial S > 0$ となることが分る。本実験の S の値はほとんど $\partial a / \partial S < 0$ の範囲となるので、 a は S の増大とともに減少する傾向にあるといえる。

3) 透 気 係 数

条件式 (2.2.97)、式 (2.2.98) のもとで、透気係数を調べる。もし、 $\theta_{sat} - \theta$ 、 a 、および $S^2/4a$ が与えられるならば、式 (2.2.61) と式 (2.2.103) から式 (2.2.61) の A の値が決ることになる。そこで、K-7 砂の場合を例にとると、 $\theta_b \approx 0.9\theta_{sat}$ 、 $\theta_{sat} \approx 0.46$ のもとで $\theta_{sat} - \theta_b \approx 0.05$ とおき、図 2.2.14(1) を参照にして $S^2/4a = 5 \times 10^{-3}$ cm² / sec とし、 $r = 0.7$ と 0.5 に対して A の値を計算すると、それぞれは 1 と 1.2 となる。(1) 2 で示した A の値はほぼ 1.9 であったので、浸透初期ではある程度時間が経った段階に比べて透気係数は大きくなることが分る。



(1) K-7砂の場合



(2) K-6砂の場合

図 2.2.14 $S^2/4a$ と S との関係

2.3 U字管による空気放出機構に関する実験的考察¹⁹⁾

ここでは、2.2 に述べた砂層浸透における空气の放出機構を明らかにするために、底部を閉じている砂層をU字形をしたガラス管に、また浸透流体として水をグリセリンに置換えることによってモデル実験を行い、この結果を砂層浸透の場合に演繹して考察する。

2.3.1 実験の装置及び方法

実験装置の概観は図 2.3.1 に示した通りである。

すなわち、長さ 125 cm で内径が 0.5、0.8、1.0、1.2、1.5、1.8、2.0 mm の真直ぐな気乾状態のガラス管 (PYREX 製) を用い、そのうち任意の 2 本を内径 0.5 mm の小さな U 字形をしたガラス管に接続することによって高さがほぼ 130 cm の U 字管を作り、それを鉛直に立てたガラス板にそわして立て、その上端部の約 1 cm を内径 10 cm の透明なアクリル樹脂製の円筒器の底部より差込んで固定し、下端部はコックを通して空気圧測定センサーに接続されている。

浸透流体として、ローダミン-B で赤色に着色したグリセリンを用い、これを円筒容器上部よりガラス管上の液体厚がほぼ 4 cm となるよ

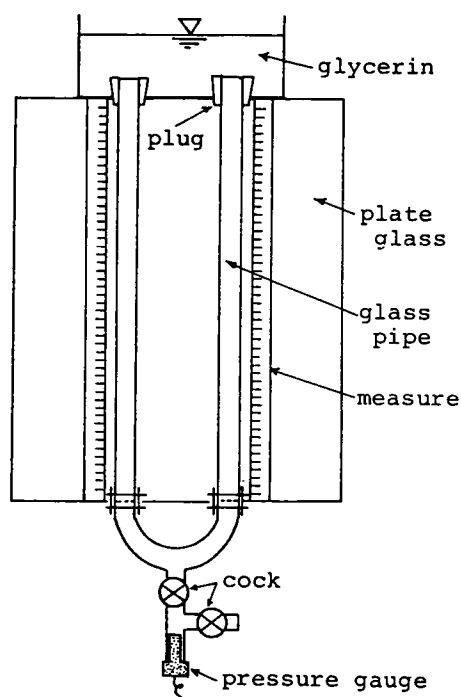


図 2.3.1 実験装置の概観図

うに瞬時に流し込むという方法で行った。なお、円筒容器の内径がガラス管の内径と比べ十分に大きいために、液体がガラス管内の全体を満たした場合でも液体厚の変化は無視できる程度となっているので、実験中のガラス管上の液体厚は常に一定と考えてよい。この液体厚を以下では h_f で記すことにする。

計測は液体の先端の移動とU字管の底部での空気圧の変化について行った。前者は、トレーシング・ペーパーを張付けた透明なガラス板の後方から蛍光灯によってガラス管とガラス管と平行に置いた透明な物差しを照らし、その前方より緑色のフィルターを付けた写真機で撮影するという方法によった。後者は、U字管の底部に接続した短いガラス管内に設置した外径 2.8 mm、長さ 8 mm の半導体方式の圧力変換器によった。

なお、液体としてグリセリンを用いたのはつぎの理由による。すなわち、市販のガラス管の最小径が 0.5 mm であったために、水のような粘性の低い液体を用いた場合余りにも現象が速くなり計測が難しくなること、また前述の砂層実験と同程度の現象速度を考慮したことによる。また、グリセリンの表面張力、粘性係数および質量密度の物理定数は温度の変化に対して非常に敏感であるので、実験に際してこれらの温度変化の影響を除外するために、砂層浸透の場合と同様には 21℃ の恒温室で実験を行った。

2.3.2 実験結果とその考察

(1) 現象の描写

図 2.3.2 は内径 0.5 mm と 0.8 mm のU字管の場合であって、液体先端の移動距離 (x_f) と空気圧 (p) の時間変化を、また図 2.3.3 は前図の場合でU字管の空気が円筒容器中へ放出され

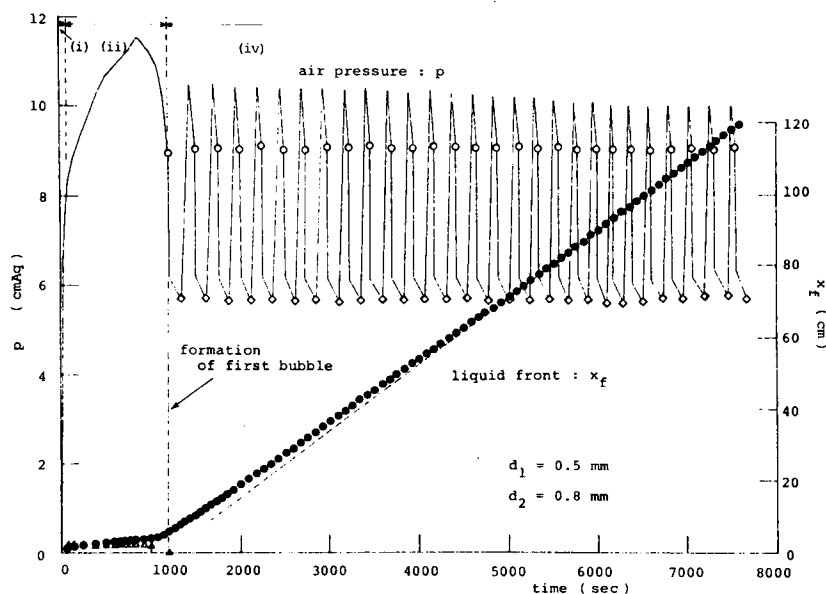


図 2.3.2 空気圧と wetting front の深さの時間変化

ているときの空気圧の変化を詳細に示したものである。この場合には 0.8 mm の管より空気が放出されていたが、以下では空気が放出される管の内径を d_2 、他方のものを d_1 と記す。これらの図、他の場合の実験例およ

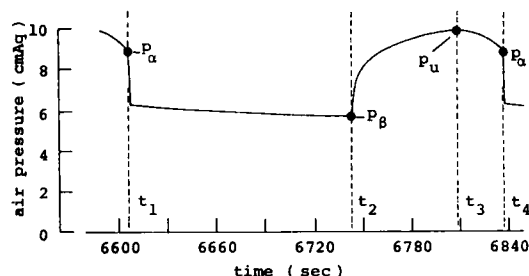


図 2.3.3 空気圧変化の詳細図

び実験中の観察よりつぎのことが分った。なお、以下の (i)、(ii)、……は図 2.3.2 中の (i)、(ii)、……に対応する。

- (i) 実験の開始と同時に両方の管へ液体が侵入し、その結果、空気圧は急増する。
- (ii) 時間経過とともに、 d_1 の管の液体は下方へと移動を続ける。一方、 d_2 の管ではやがて液体先端の移動が止まり、その後それまでとは逆に上方へ移動を始める。その間の空気圧は増加率が次第に減少し、ある時点より減少を始める（図 2.3.3 では t_3 に対応）。なお、ある実験例では、 d_2 の管中の液体が一方向の上方へと移動を始める前に、周期的に上方・下方の移動が繰り返される場合もある。
- (iii) d_2 管中の液体先端が管の上面に達したとき（図 2.3.3 では t_1 または t_4 に対応）、空気圧の急激な減少とともに気泡がその管の上面に形成され始め、それが大きくなったとき気泡は U 字管中の空気と分離して放出される（図 2.3.3 では t_2 に対応）。それと同時に d_1 管中の液体先端は、それまでゆっくりと移動し続けていたものが、急に速度を増して動き出す。
- (iv) 以下、同様な過程で気泡の形成・空気の放出が繰り返されるが、最初の空気の放出に比して、第 2 回目以降の空気放出は比較的容易に、また間歇的に行われる。なお、空気の放出の周期が短い場合には、 $t_1 - t_2$ 、 $t_3 - t_4$ の区間の変化は不明確となる。一方、 d_1 の液体先端はこの空気の不連続的な挙動にも係らずなめらかに移動を続け、その速度は時間とともに増大し、比較的早くほぼ一定となる。

なお、以下では図 2.3.3 で示したように、気泡が形成され始める時点（ t_1 あるいは t_4 ）およびそれが放出される時点（ t_2 ）における空気圧をそれぞれ p_α 、 p_β と記し、最初の気泡の場合の p_α をとくに $p_{\alpha,1}$ と記す。

(2) p_α と p_β の時間変化

種々の場合の p_α と p_β の時間変化を調べると、図 2.3.4 (1)、(2)、(3) で例示したような 3 つの変化形態に分類できることが分る。ここに、図(1)、(2)、(3)はそれぞれ $d_1 = 0.8 \text{ m}$ 、 $d_2 = 1.5$

mmの場合、 $d_1 = 2 \text{ mm}$ 、 $d_2 = 1 \text{ mm}$ の場合および $d_1 = 2 \text{ mm}$ 、 $d_2 = 0.8 \text{ mm}$ の場合であり、また図中の T は空気の放出間隔の時間を示す。なお、時間原点は空気圧が $p_{\alpha,1}$ となる点にとっている。すなわち、図の順に、

形態Ⅰ： p_α はほとんど変化せず、よって p_α は $p_{\alpha,1}$ にほぼ等しく、 p_β もほぼ一定となる場合、

形態Ⅱ： p_α は時間とともに増加した後にはほぼ一定となり、 p_β はほぼ一定となる場合、

形態Ⅲ： p_α は増加を続け、 p_β は一旦増加した後減少する場合、

である。

そこで、種々の場合の管径の組合せと上記の形態との関係について調べると図 2.3.5 のようになるが、同図では形態Ⅰ、ⅡⅢの場合をそれぞれ黒丸、白丸および黒三角で示している。なお、図中の破線は $d_1 = d_2$ を満す。これより、各形態の境界は必ずしも明確でないが、形態Ⅰは $d_2 \geq d_1$ の場合に生じ、また d_2/d_1 の値の減少とと

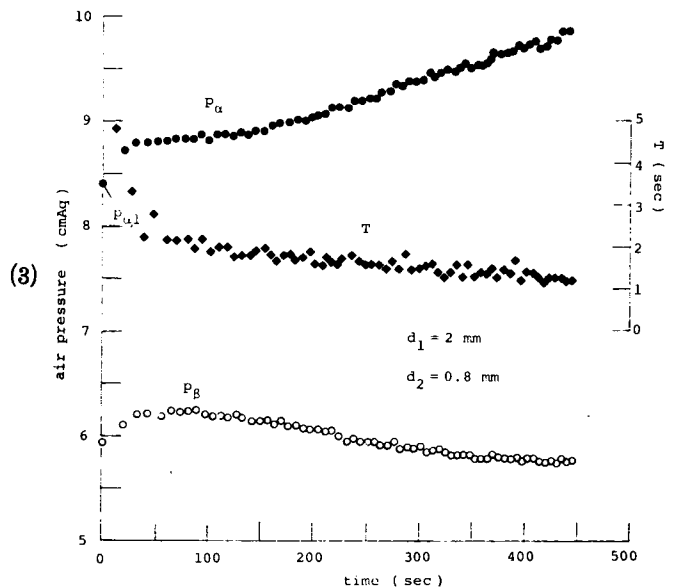
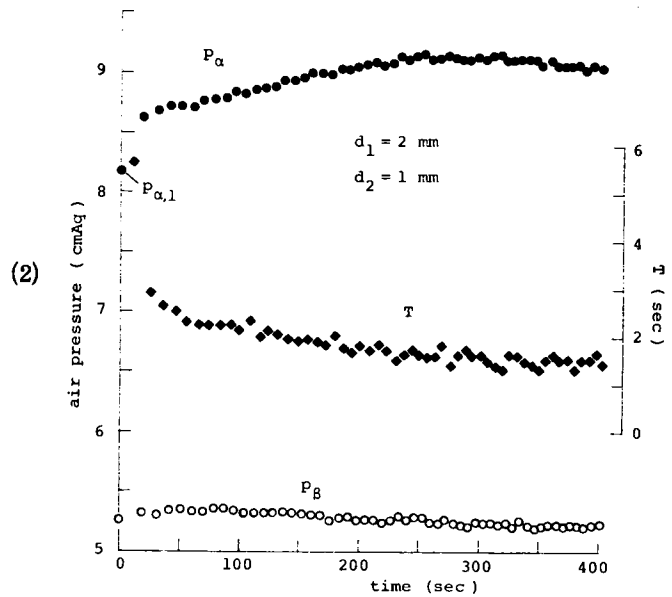
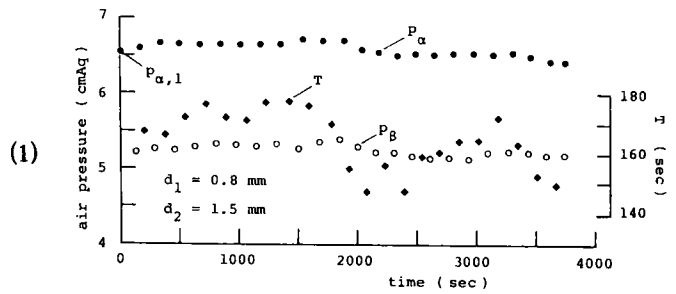


図 2.3.4 p_α 、 p_β と T の時間変化

もに形態の変化、すなわち形態
 $I \rightarrow$ 形態 $II \rightarrow$ 形態 III が生じることが分る。さらに、 $d_2/d_1 < 1$ の場合が生じているので、空気は必ずしも管径の大きな方から放出されないということも分る。

(3) $p_{a,1}$ と d_2 との関係

図 2.3.6 に実験で求めた $p_{a,1}$ と $1/d_2$ との関係を黒丸で示したが、同図には付録(1)で示した脱水過程の土柱法と同法な方法で求めた d_2 の管の平衡毛管上昇高 (h_{cf}) に h_f を加え、水頭単位に換算した値 (p^*) をも白丸で示してある。また、図 2.3.7 は同一の d_2 に対して $p_{a,1}$ と d_1 との関係を調べた一例である。図中の破線は図 2.3.6 の白丸に対応する値を示す。図 2.3.6 で d_2 を固定したときの黒丸には種々の d_1 が含まれるが、図 2.3.7 から d_1 に関係なく $p_{a,1}$ はほぼ一定となり、また $p_{a,1}$ はほぼ p^* に一致することが分る。

(4) 管 d_1 中の液体先端の速度と d_1 との関係

図 2.3.8 は、(1)の(IV)で述べた繰り返される空気の放出に伴っ

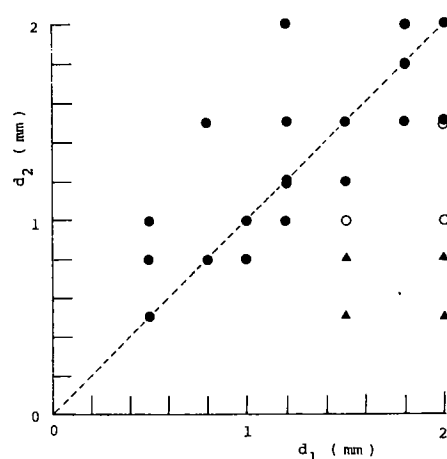


図 2.3.5 空気圧変化の形態区分図

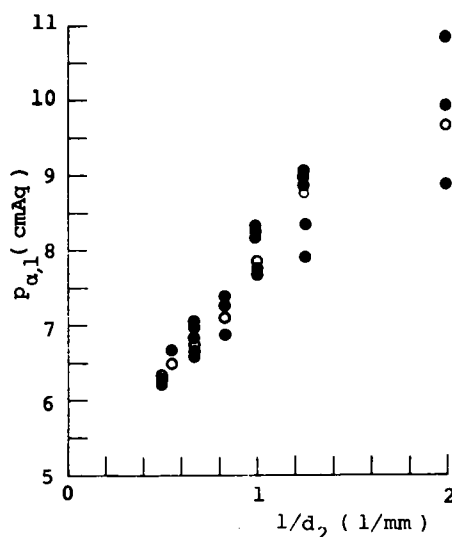


図 2.3.6 $p_{a,1}$ と $1/d_2$ との関係

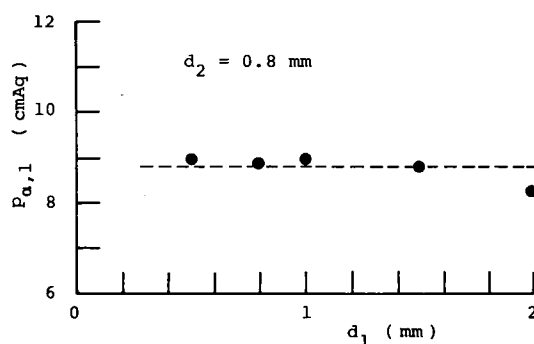


図 2.3.7 $p_{a,1}$ と d_1 との関係

て管 d_1 中の液体の先端の移動速度 (ω_f) がほぼ一定の値 ($\hat{\omega}_f$) になるということに着目し、その $\hat{\omega}_f$ と d_1 との関係を示したものである。この図より $\hat{\omega}_f$ は各 d_1 に対して多少のばらつきを示すが、ほぼ d_2 に無関係な一定値となり、また d_1 が大きくなほど $\hat{\omega}_f$ は大きくなることが分る。また実験値は図中で示した勾配 (正接) が 2 の破線に従っているので、 $\hat{\omega}_f \propto d_1^2$ の関係が成立することになる。

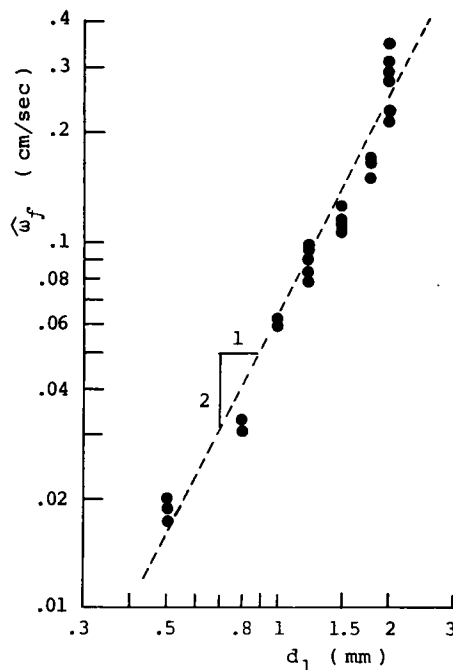


図 2.3.8 $\hat{\omega}_f$ と d_1 との関係

(5) 気泡の大きさと d_2 との関係

図 2.3.9 は(2)で示した形態Ⅰと形態Ⅱの場合が生じる実験で、空気放出時の気泡の大きさ (V_a) と d_2 との関係を示したものである。ここに、 V_a はつぎの方法で求めた。すなわち、時間とともに、 ω_f は一定値 $\hat{\omega}_f$ になること、また形態Ⅱの場合にも p_a はほぼ一定の値となることを考慮して、 \bar{T} をその際の平均的な気泡の放出周期とすると、平均的にみて空気の連続式は次式で与えることができる。

$$V_a = \pi \left(\frac{d_1}{2} \right)^2 \hat{\omega}_f \bar{T} \quad \dots\dots\dots (2.3.1)$$

従って、上式右辺の d_1 、 $\hat{\omega}_f$ 、 \bar{T} に実験値を代入すると V_a が決ることになるのである。図より d_2 を固定して V_a を調べると、多少のバラツキがあるが V_a は d_2 によってほぼ決ること、また d_2 が大きくなるなど V_a は大きくなることが分る。

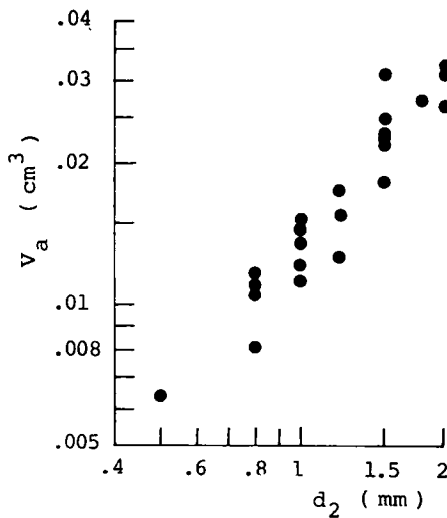


図 2.3.9 V_a と d_2 との関係

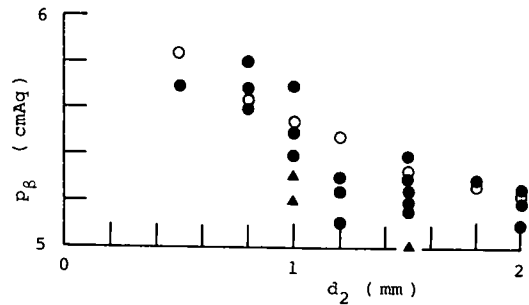


図 2.3.10 p_β と d_2 との関係

(6) p_β と d_2 との関係

図 2.3.10は(2)での形態Ⅰと形態Ⅱを示する場合の p_β の値とそこでの d_2 との関係を、それぞれ黒丸と黒三角で示したものである。また、同図中の白丸は以下のような計算に従って求めた値である。すなわち、いま、気泡が放出される直前の気泡に着目し、同気泡が d_2 管の中心軸に関して対称であるとする、気泡の頂点近傍での力の釣合式はつぎのようになる。

$$p_\beta = \frac{\rho_f}{\rho_w} \left\{ h_f - d_* + \frac{2\lambda}{R} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.3.2)$$

ここに、 ρ_w 、 ρ_f は水および浸透液体の質量密度、 d_* は管の上面と気泡の頂点間の距離、 R は気泡頂点の曲率半径、 λ は表面張力係数である。この気泡を球で近似して図 2.3.9 で示した各 d_2 に対する V_a より平均的な球の直径（この場合は d_* となる）を求め、この値および $\rho_w = 1 \text{ gr/cm}^3$ 、実験定数値 $\rho_f = 1.28 \text{ gr/cm}^3$ 、 $\lambda = 0.046 \text{ cmGly} \cdot \text{cm}$ 、 $h_f = 4 \text{ cmGly}$ を上式右辺に代入して計算した値が白丸である。この図より、形態Ⅱの場合と形態Ⅰの場合が同時に現われている d_2 の範囲の p_β は若干後の方が前者に比して小さいがほぼ同程度となること、 p_β は d_2 が増加するにつれ減少し、ほぼ h_f の値（ $\rho_f h_f \approx 5.1 \text{ cmAq}$ ）に等しくなること、および計算値は実験値とはほぼ一致することが分る。

一方、形態Ⅲの場合の p_β の時間変化の特性は不明であるが、管 d_1 の液体がその管の末端付近に達した際の p_β の値は、図 2.3.10で示した形態Ⅰの場合とはほぼ等しくなるという結果と

なっている実験事実を記すにとどめておく。

以上、 d_1 が大きく d_2 が小さなほど空気の放出周期は短くなることは式 (2.3.1) に得られた関係 $\hat{\omega}_f \propto d_1^2$ 、 $(\partial V_a / \partial d_2)_{d_1} > 0$ を用いると容易に分るので、空気圧変化の形態Ⅱの場合は形態Ⅰの場合に比して d_2 の管内の液体先端の移動が激しくなっていると考えられる (図 2.3.4 (1)、(2) の T を参照)。従って、形態Ⅱの場合には気泡が形成され始める際の接触角に動的な影響²⁰⁾ が現われ、そのため ω_f の増大とともに p_a も増大し、 ω_f がほぼ一定の値 $\hat{\omega}_f$ になるに従って定常状態が生じ、 p_a がほぼ一定値になると考えることができる。

また、空気は気泡の形成 — 管先端からの分離という過程によって放出されるので、空気柱の圧縮速度が速いと空気柱は過圧縮状態になると考えられる。この圧縮速度は d_1 が大きく d_2 が小さいほど顕著となるので、形態Ⅲの場合には、 d_1 の管への液体浸入体積 (強度) に見合うだけの空気が d_2 の管より放出されないで過圧縮過程が続き、その結果空気圧 p_a は増大を続けるものであらうと考えることができる。

(7) 空気柱内の圧力分布

気泡の形成、空気の放出時に関して問題となる管 d_2 の液体の先端での空気圧と U 字管底部の計測空気圧との関係について検討しておく。

管内の空気は気泡の形成、空気の放出に伴い不連続な挙動を示すと考えられるので、適当な大きさの時間スケールを用いて平均化を行うことによって連続的な現象とみなすことにする。まず、 d_1 の管での液体と d_2 の管での空気の運動が Washburn の方程式²¹⁾ (Darcy 則と同型) に従うとすると、それぞれの平均速度はつぎの式で与えることができる。

$$v_f = \frac{k_f}{\mu_f} \left\{ \rho_f g + \rho_f g \frac{h_c + h_f - p_f}{x_f} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.3.3)$$

$$v_a = \frac{k_a}{\mu_a} \left\{ \rho_a g + \frac{\Delta p'}{l} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.2.4)$$

ここに、添字 f 、 a はそれぞれ液体と気体を意味し、 ρ は質量密度、 μ は粘性係数、 h_c は毛管上昇高、 k は permeability と呼ばれるもので次元は $[(長さ)^2]$ 、 p_f は d_1 の管の液体と気体の境界面に働く空気圧、 g は重力加速度、 l は管の先端と U 字管の底部の距離、 x_f は d_1 の管の液体先端の移動距離、 $\Delta p'$ は d_2 の管における l 間の空気圧の減少量、である。

d_1 の管の液体先端の移動速度はある程度時間が経つと前述のとおりほぼ一定となるので、式 (2.3.3) 右辺の括弧内の第 2 項の大きさは $\rho_f g \gg (h_f + h_c - p_f)/x_f$ とみなしてよく、従って式 (2.3.3) は次式で近似できることになる。

$$v_f = \frac{k_f}{\mu_f} \rho_f g \quad \dots\dots\dots (2.3.5)$$

一方、気体の方の式(2.3.4)右辺中の重力項 $\rho_a g$ は圧力勾配項 $\Delta p'/l$ に比して無視できると考えられるので、式(2.3.4)は次式で近似できる。

$$v_a = \frac{k_a}{\mu_a} \frac{\Delta p'}{l} \quad \dots\dots\dots (2.3.6)$$

前述の空気圧の変化が形態Ⅰ、Ⅱの場合、式(2.3.5)が成立する範囲で、次式の連続式が成立すると考えてよい。

$$\pi \left(\frac{d_1}{2}\right)^2 v_f = \pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^2 v_a \quad \dots\dots\dots (2.3.7)$$

また、図2.3.8の結果はほぼつぎのように表せる。

$$\hat{\omega}_f \propto d_2^2 \quad \dots\dots\dots (2.3.8)$$

この式と式(2.3.5)を比較すると、つぎの関係が得られる。

$$k = \gamma_m d^2 \quad \dots\dots\dots (2.3.9)$$

ここに、 γ_m は定数である。そこで、関係式(2.3.9)を式(2.3.5)と式(2.3.6)に用い、そしてこれらを式(2.3.7)に代入すると、結局 $\Delta p'$ は次式で与えられることになる。

$$\Delta p' = \frac{\mu_a}{\mu_f} \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 \rho_f g l \quad \dots\dots\dots (2.3.10)$$

$$\Delta p = \frac{\mu_a}{\mu_f} \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 \frac{\rho_f}{\rho_w} l \quad \dots\dots\dots (2.3.11)$$

なお、後式は $\Delta p'$ を水柱単位の Δp で表したものである。いまの場合、 $\mu_f \approx 2.3 \times 10 \text{ gr/cm sec}$ 、 $\mu_a \approx 1.8 \times 10^{-4} \text{ gr/cm sec}$ 、 $\rho_f = 1.28 \text{ gr/cm}^3$ 、 $\rho_w = 1 \text{ gr/cm}^3$ であるので、 $l = 130 \text{ cm}$ として式(2.3.11)の右辺を計算すると $\Delta p = 1.3 \times 10^{-3} (d_1/d_2)^4 \text{ cmAq}$

となる。さらに、本実験で考えられる d_1/d_2 の最大値 4 (空気圧変化の形態Ⅲの場合で、 $d_1/d_2 = 2\text{mm}/0.5\text{mm}$) をこの式に代入すると $\Delta p \approx 0.3\text{ cmAq}$ となる。本実験の範囲では p の値は 5 ～ 10 cmAq 程度であったので、 Δp を p に対して無視することができる。この結果より計測空気圧を d_2 の管の液体先端でのものとみなすことができ、上記の妥当性が保証されたこととなる。なお、液体として水を用いる場合は μ_f が 10^{-2} gr/cm sec となるので、 Δp の値が重要になってくると考えられる。

2.3.3 砂層湛水浸透との類似性

ここでは、表現の簡略化のために U 字管による実験および 2.2 での実験をそれぞれモデル実験および砂層実験と呼ぶ。

(1) 砂層湛水浸透との比較

1) 初期段階

図 2.3.2 で示したモデル実験での空気圧変化と図 2.2.4 で示した砂層実験での比較的浸透の初期の空気圧変化との対比、および両者の場合の空气の放出状況の対比はつぎのようである。すなわち、モデル実験での (i) と砂層実験での①は類似であって、いずれも空気圧の急激な増加が認められ、またこの間では、空气の放出は前者の場合には全くなく、他方後者の場合には前述のとおりほとんどないので類似である。つぎに、モデル実験の (ii) では時間とともに空気圧の増加割合は減少しているので、この様子は砂層実験での②と類似である。しかし、この部分での空气の放出は前者の場合には全くないが、後者の場合には明らかに生じているので、この状況については類似性がない。さらに、モデル実験での (ii) の終点、すなわち間歇的な空气放出が始まる時点に対応する砂層実験での点は図 2.2.4 から認めることは容易でないので、以下でこのことについて調べる。

モデル実験での (ii) の終点の空気圧 p は U 字管上の液体厚 h_f と d_2 の管の平衡毛管上昇高 h_{cf} の和にはほぼ等しいので、 $p - h_f = h_{cf}$ に対応する砂層実験での $p_{aL} - h_w$ の値は water あるいは air entry value の絶対値となる。付録(1)より分るとおり、実験砂の air entry value は明確でないが、water entry value は K-7 砂で約 -20 cmAq、K-6 砂で約 -12 cmAq、K-5 砂で約 -5 cmAq となっている。式 (2.2.1) に従って特徴的な変化を示す空気圧がこの関係式より離反する点 ($t = t_e$) の $p_{aL} - h_w$ の値は図 2.2.7(1)、(2)で示したように water entry value の絶対値よりある程度大きくなっており、また water entry value の絶対値はこの $p_{aL} - h_w$ の下限値にはほぼなっている。このことから、砂層実験において空気圧が式 (2.2.1) の関係より離反する点がモデル実験での (ii) の

終点にはほぼ対応するものと考えることができる。そこで、砂層実験において、このような点どのような現象が生じているかを考察してみる。

ここでK-7砂を用いた水分の再分配実験の結果を引用することにする。この実験法については2.4.7で詳述するので、ここでは簡単に述べておく。実験は、底部を閉じた円筒に気乾状態の下層がK-7砂、上層がK-5砂よりなる2層砂柱を作り、これに2.2.1で示したと同様な方法で給水続け、wetting frontが下層にある程度進んだ状態で上方の給水を停止して行ったものである。図2.3.11は上層厚が24.5 cm、下層厚が144.5 cmの場合の水分量分布の変化の様子を浸透面上の湛水がなくなった時点に基づいて示したものであり、また図2.3.12はその際の円筒下端での空気圧の変化を示している。図2.3.11より、層境界面直下に発達していた水分の非常に大きな部分(擬似飽和域)が消滅する時間を正確には決定できないが、ほぼ2400~3000 secの間であると推定できる。図2.3.12でこの時間帯での空気圧の変化に注目すると、ほぼ3000 secでそれまでの緩慢な減少より急激な減少へと移行し、そのときの空気圧の値は約30 cmAqとなっていることが分る。これらのことより、擬似飽和域の存在は内部空気放出に際して非常に大きな

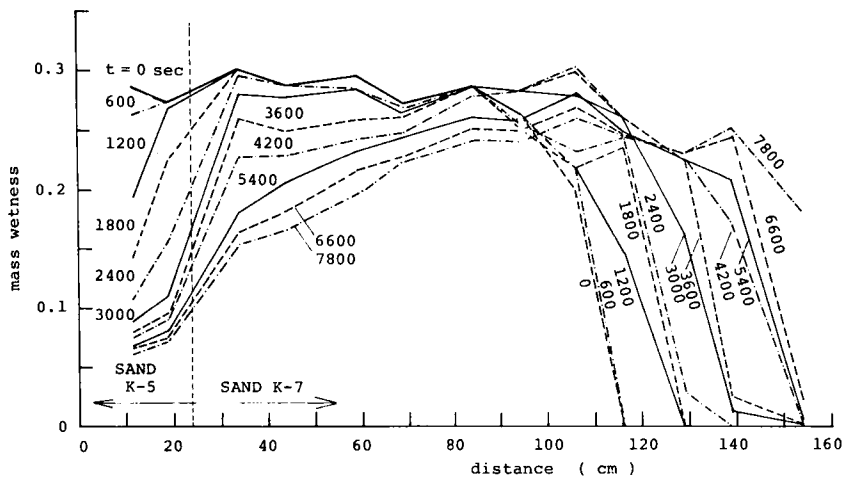


図 2.3.11 水分量分布の時間変化(水分の再分配実験)

抵抗となることが分る。また同域が消滅する際の空気圧がwater entry valueの絶対値より若干高めであるが、水分の再分配実験の場合は完全な脱水過程であることと空気圧の計測点が円筒下端であることを考慮すると、擬似飽和域の存在はair entry value、water

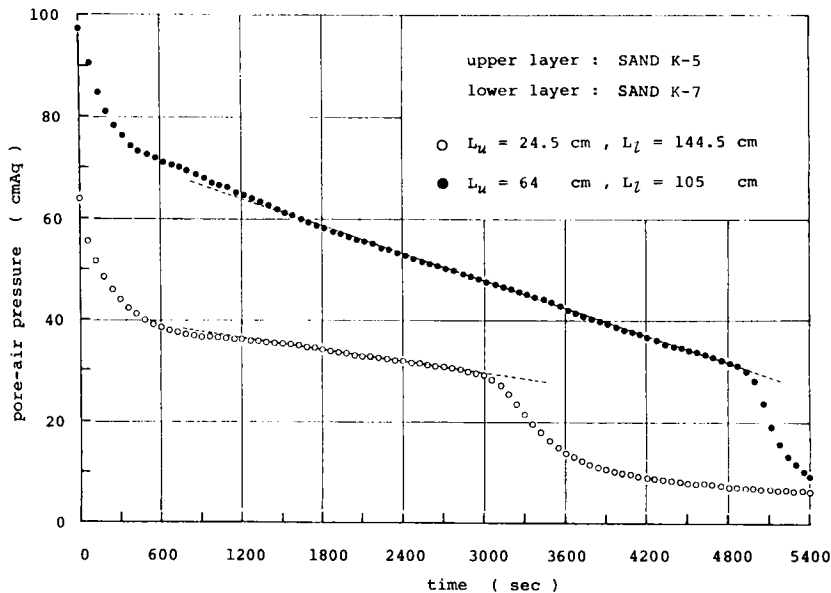


図 2.3.12 空気圧の時間変化（水分の再分配実験）

entry valueと物理的に深く関係しているといえる。従って、モデル実験での (ii) の終点に対応する砂層実験での点は擬飽和域の形成段階から発達段階への遷移点であると考えてよい。発達段階での空気の放出状況はモデル実験からの類推より間歇的な状態で生じることが予想されるが、この状況は 2.2.2(2)で示した観察事実と一致する。

2) 十分時間が経った段階

モデル実験において、2.3.2(2)、(4)より、最初の気泡が放出された時点よりある程度時間が経つと、 p_a は形態Ⅰ、形態Ⅱとも一定の値をとり、また d_1 管中の液体先端もほぼ一定の速度で移動する。一方、砂層実験では 2.2.2(2)で示したとおり、時間経過とともに、空気圧は一定の割合で増加するようになり、また wetting front は一定の形状と速度で移動するようになる。これらの事実を対比すると、両者の結果は類似であることが分る。そこで、モデル実験に基づいて砂層実験でのこれらの事実がどの程度説明できるかについて考察してみる。なお、砂層実験において、wetting front の下方の空気圧は 2.2.3(1)の結果よりはほぼ一様になっていると考えてよく、従って wetting front より下方の部分での空気圧は円筒下端の計測空気圧で代表させることができる。

そこで、つぎのような状況、すなわち d_1 の管中を浸入する液体の先端の標高より下方にある U 字管内の空気圧がどこでも等しい場合の思考実験を考えてみる。換言すると、管 d_1 中を

移動する液体の先端の標高より下方にある d_1 と d_2 の管および両者を接続するための小さな U 字形をしたガラス部の空隙体積と等しい空隙をもつ太い管によって、 d_1 と d_2 の管が d_1 管中の液体先端の直下で結合されている状態である。したがって、この結合管は d_1 の管中の液体先端の移動とともに、管の内径を減少させつつ下方に移動していくと考えるのである。

まず、式 (2.3.11) で l として d_1 の管の液体先端の移動距離 x_f をとり、同式を時間微分すると次式になる。

$$\frac{d\Delta p}{dt} = \frac{\mu_a}{\mu_f} \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^4 \frac{\rho_f}{\rho_w} \frac{dx_f}{dt} \quad \dots\dots\dots (2.3.12)$$

ここで砂層実験の場合の不飽和透水係数と透気係数に対応するものをそれぞれ K_{mf} および K_{ma} と記すと、これらは式 (2.3.3)、式 (2.3.4) および式 (2.3.9) よりつぎのように表すことができる。

$$K_{mf} = \frac{S_f}{S} \frac{k_f}{\mu_f} \rho_f g = \gamma_m \frac{d_1^4}{\mu_f} \frac{\rho_f g}{d_1^2 + d_2^2} \quad \dots\dots\dots (2.3.13)$$

$$K_{ma} = \frac{S_a}{S} \frac{k_a}{\mu_a} \rho_a g = \gamma_m \frac{d_2^4}{\mu_a} \frac{\rho_w g}{d_1^2 + d_2^2} \quad \dots\dots\dots (2.3.14)$$

ここに、 $S = S_a + S_f$ であり、また S_a と S_f はそれぞれ管 d_2 と管 d_1 の断面積である。

さらに式 (2.3.13) と式 (2.3.14) から $(d_1/d_2)^4$ を求め、これを式 (2.3.12) に代入すると次式となる。

$$\frac{d\Delta p}{dt} = \frac{K_{mf}}{K_{ma}} \frac{dx_f}{dt} \quad \dots\dots\dots (2.3.15)$$

なお、上式は条件式 (2.3.7) から得られたものであるので、 d_2 管の底部からの空気の流入強度とその上端からの流出強度とが等しいという条件下にあることは言及するまでもない。

モデル実験の場合、図 2.3.4 (1)、(2) で述べたような空気圧の変化形態を呈するので、 d_2 管上端での空気圧は時間平均的にみて一定になるものとみなしてよからう。そこで、結合管の空気圧を p_{front} と記すと、上式はつぎのようになる。

$$\frac{d p_{front}}{dt} = \frac{K_{mf}}{K_{ma}} \frac{dx_f}{dt} \quad \dots\dots\dots (2.3.16)$$

さらに、 d_1 管中の液体先端の移動速度 dx_f/dt が時間とともにほぼ一定になるという実験結果を上式に用いると、砂層実験での計測空気圧 p_{aL} に対応する p_{front} は時間とともに一定の割合で変化することになる。この結果は砂層実験で時間とともに空気圧は一定の増加割合で変化するという事実と一致する。一方、このような状況下の砂層実験の場合、 $u \approx 0$ とした式 (2.2.51) の $(\partial p_a / \partial \xi)_*$ に式 (2.2.54) を代入すると次式をうる。

$$\dot{p}_{a\infty} \approx \frac{\partial p_a}{\partial \tau} \approx \omega_* A_* = \frac{K_*}{K_{a*}} (1 - A_*) \omega_* \quad \dots\dots\dots (2.3.17)$$

式 (2.3.16) と式 (2.3.17) とを比較すると、 $(1 - A_*)$ だけ異っているが同形式のあることが分る。この相違は、砂層の場合 wetting front の移動に伴いこの上方に transmission zone が形成され、空気は上方に流れるのでこの部分で水の流れはより大きな抵抗を受けるが、思考実験ではこの効果が含まれていないことに起因する。

(2) 擬似飽和域の境界での空気の状態

モデル実験での空気の放出は、2.3.2(1)で述べたように、 d_2 管中の液体が空気圧によって上方に押し上げられてその液体の下端が管の上端にまで達し、その直後管の上面に気泡が形成され始め、それが大きくなった時点で管内の空気と分離されるという状況であった。ところが砂層実験の場合、擬似飽和域の下方にある不飽和域の空気が擬似飽和域を通して外界へ放出されるので、この不飽和域の空気の擬似飽和域への侵入と砂層表面からの空気の放出が、モデル実験において、気泡が形成されることおよび気泡がU字管の空気と分離することにそれぞれ対応するものと考えられる。従って、モデル実験における空気圧の p_a と p_p が砂層実験における擬似飽和域のそれぞれ下端と上端での空気圧に対応するはずであるが、これらは擬似飽和域が発達の段階で成立することは言及するまでもなからう。

1) 擬似飽和域下端での条件

モデル実験での空気圧変化の1つである形態Ⅲは前述のとおり過圧縮の状況であるので、砂層実験で擬似飽和域が発達段階にある場合を対象にする限り、2.2.2(2)で述べた空気放出の状況で、ある程度の期間放出がなかったという事実を考慮すると、形態Ⅲの p_a の変化は考察の対象外となる。従って、両実験の対比においてはモデル実験での形態Ⅰと形態Ⅱを考えればよいが、形態Ⅱにおいても時間とともに p_a が一定となる点を考慮すると、擬似飽和域下端での空気圧は p_a に対応するものとして一定の値、すなわち water あるいは air entry value を第1次近似的に選ぶことができよう。

2) 擬似飽和域上端での条件

モデル実験での p_g の値は 2.3.2(6)より管径 (d_2) が与えられるとほぼ計算から評価ができ、また管径が大きくなるとほぼいわゆる湛水深に相当するものに等しくなる。従って、分離時にある気泡の大きさが決ると、 p_g の値はほぼ決定できることになる。一方、砂層実験の場合、種々様々な大きさの気泡が放出されるので、気泡の大きさから p_g に対応する量を決定することは困難である。しかし、2.2.2(1)で述べた砂層実験で、湛水深はほぼ空気に対し静水圧的に作用するという事実を見い出しているので、 p_g に対応する擬似飽和域上端での空気圧として、近似的に湛水深を考えればよい。このことは、上記のモデル実験の結果より、砂層表面での空気圧は平均的にみて比較的大きな気泡で決ることを意味しよう。

以上は擬似飽和域が発達段階にあるときの条件であるが、この段階の前に現われる形成段階での条件について若干触れておく。形成段階は(1)1)で空気圧が式(2.2.1)に従って変化することを示した。このことは2.2.3(2)の考察より擬似飽和域下端の空気圧は式(2.2.1)と類似な関数に従って増大するので、擬似飽和域が形成段階にあるときの同域下端の空気圧はこのような関数に従うということが条件となる。

結局、モデル実験を介して、砂層実験での空気の放出条件、空気圧の変化と擬似飽和域の形成・発達の過程の対応、擬似飽和域が十分に発達した段階に認められる空気圧変化とwetting frontの移動に関する特性などかなりの程度物理的に明確になった。しかし、U字管を用いた簡単なモデル実験においてさえ、2.3.2(2)で述べたように空気がどちらの管より放出されるかは現時点ではア・プリオリに決定できず、このことよりも砂層実験での空気の放出の複雑さが分ろう。なお、2.1で述べたようにPeck⁴⁾、McWhorter⁶⁾による実験では内部空気圧がair entry valueあるいはwater entry valueの絶対値程度に対応する値になるまでは内部空気の外界への放出は生じなかったが、このこととモデル実験の結果は完全に一致していることを付加しておく。

2.4 湛水浸透機構の理論的研究

2.4.1 擬似飽和域における水及び空気の運動機構^{22), 23)}

(1) 運動機構の仮定

不飽和域の空気と連続した擬似飽和域内の空気は、外界への放出状態にないときは全域に互って存在することはなく、ただ放出時に限って全域に存在するものである。また、全域に互って存在しない場合でも、平均的(巨視的)にみると空気が存在しない領域は時間経過とともに発達(擬似飽和域の発達に対応)していくが、微視的にみると、2.3のU字管による実験で空

気が放出される管内で浸透流体が空気の放出後に下方へ、また内部空気圧の増加とともに上方へと移動していたことを考慮すると、この空気が存在しない領域の長さは変動しているものと考えられる。しかし、このような空気の存在状況にもかかわらず擬似飽和域には常に浸透水が存在し、また平均的にみると浸透水は下方へと移動しているので、この領域での水の運動を平均的にみて Darcy 則に従うと考え、次式を与える。

$$\hat{v} = \hat{K} \left\{ 1 - \frac{p_{w1} - p_{w0}}{x_1} \right\}, \quad \hat{v} = f \quad \dots\dots\dots (2.4.1)$$

ここに、前述と同じく位置座標 x を浸透面を原点に下方を正符号にとり、 \hat{v} は水の流量流速、 \hat{K} は透水係数に対応するもの（等価な透水係数）、 x_1 は擬似飽和域下端の座標（同域の厚さ）、 p_{w0} 、 p_{w1} はそれぞれ $x=0$ 、 $x=x_1$ での水の圧力水頭、である。上式では擬似飽和域内の水分状態（含水比）が一定と考えており、よって \hat{v} は浸透強度 f に等しい。上式中の p_{w1} を同時間の $x=x_1$ での空気圧 p_{a1} を用いて次式のように分解する。

$$p_{w1} = \psi_1 + p_{a1} \quad \dots\dots\dots (2.4.2)$$

$$\text{ここに、} \psi_1 = p_{w1} - p_{a1} \quad \dots\dots\dots (2.4.3)$$

式 (2.4.2) を式 (2.4.1) に代入すると、 f は次式となる。

$$f = \hat{v} = \hat{K} \left\{ 1 - \frac{\psi_1 + p_{a1} - p_{w0}}{x_1} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.4.4)$$

一方、同域の空気の存在状況は前述したとおりであるが、平均的にみると空気の移動は浸透水と逆方向にあるはずである。そこで、空気の移動を、平均的にみた式 (2.4.4) との対比において、平均的にみて連続的に考えることにし、その運動を近似的に次式の Darcy 則的な表現に従うものと仮定する。

$$\hat{v}_a = -\hat{K}_a \frac{p_{a1} - p_{a0}}{x_1} \quad \dots\dots\dots (2.4.5)$$

ここに、 \hat{v}_a は空気の流量流速で負の値をとり、 \hat{K}_a は透気係数に対応するもの（等価な透気係数）、 p_{a0} は $x=0$ での空気圧である。

以上の式(2.4.4)と式(2.4.5)が擬似飽和域での基礎式となるが、解析の都合上これらを以下のように変形することにする。まず、 \hat{v} 、 \hat{v}_a は時間の関数であるので、 \hat{v} と \hat{v}_a とを次式で定義される未知関数 $r(t)$ で関係づける。

$$\hat{v}_a = -r(t)\hat{v} \quad ; \quad r(t) \geq 0 \quad \dots\dots\dots (2.4.6)$$

上式の \hat{v}_a 、 \hat{v} にそれぞれ式(2.4.5)と式(2.4.4)の関係を代入し、 p_{a1} につき整理すると次式となる。

$$p_{a1} = (1-\alpha_r)x_1 - (1-\alpha_r)\psi_1 + p_{w0} + \alpha_r(p_{a0} - p_{w0}) \quad \dots\dots\dots (2.4.7)$$

あるいは、

$$p_{a1} = (1-\alpha_r)x_1 - \psi_1 + p_{w0} - \beta_r \quad \dots\dots\dots (2.4.8)$$

$$\text{ここに、} \alpha_r = \frac{\hat{K}_a}{\hat{K}_a + r\hat{K}} \quad \dots\dots\dots (2.4.9)$$

$$\beta_r = \alpha_r(-\psi_1 + p_{w0} - p_{a0}) \quad \dots\dots\dots (2.4.10)$$

式(2.4.4)の右辺の p_{a1} に式(2.4.8)を代入すると、 \hat{v} はつぎのようになる。

$$\hat{v} = \alpha_r \hat{K} \left\{ 1 + \frac{\beta_r / \alpha_r}{x_1} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.4.11)$$

以下では、解析の都合上、式(2.4.4)と式(2.4.5)の代替として式(2.4.11)および式(2.4.8)を擬似飽和域の基礎式とする。なお、2.3で考察した管内の液体を内部空気が押上げる寸前を考えると、力の釣合式は式(2.4.8)で $\alpha_r \rightarrow 0$ 、 $\beta_r \rightarrow 0$ 、 $\psi_1 \rightarrow$ 表面張力とおけばよいので、式(2.4.8)はこのような状況でのアナロジ的な表現であることが分る。

(2) α_r 、 β_r 、 ψ_1 の変化特性

擬似飽和域に対する基礎式は式(2.4.11)と式(2.4.8)である。そこでの同域下端の空気圧 p_{a1} と同域の水の流量流速 \hat{v} は α_r 、 β_r 、 ψ_1 、 p_{w0} 、 x_1 、 \hat{K} が与えられると容易に計算できる。

まず式(2.4.7)あるいは式(2.4.8)と式(2.4.11)に注目する。浸透水の流速は比較的遅いので、 p_{w0} は次式ではば与えることができる。

$$p_{w0} = h_w \quad \dots\dots\dots (2.4.12)$$

擬似飽和域内の空気運動は観察によって調べられることは不可能であるので、この過程を推測するために2.3でU字管を用いて補助的な実験を行った。その結果、U字管の場合における気泡の形成の開始および気泡の内部空気との分離は、砂層の場合における不飽和域の空気が擬似飽和域に侵入することおよび浸透面より同空気が放出されることにそれぞれ対応した。従って、 p_{a0} は2.3.3(2)よりはば次式で与えられることになる。

$$p_{a0} = h_w \quad \dots\dots\dots (2.4.13)$$

式(2.4.7)中の $(1-\alpha_r)\psi_1$ の物理的表現を得るために、同式が $h_w \approx 0$ 、 $x_1 \approx 0$ においても近似的に成立すると考えてみると、 $(1-\alpha_r)\psi_1$ は2.3.3(2)より次式の関係にあることになる。

$$(1-\alpha_r)\psi_1 \rightarrow \psi_e \quad \dots\dots\dots (2.4.14)$$

ここに、 ψ_e は前述のとおり air entry value あるいは water entry value であるが、上式で等号を用いず \rightarrow としたのは現象的にある程度浸透が進んだ状況(擬似飽和域の発達段階)にならねば上式で等号が成立しないからである。

さて、式(2.4.12)、式(2.4.13)の関係を考慮すると、式(2.4.11)、式(2.4.8)および式(2.4.10)はそれぞれつぎのようになる。

$$f = \alpha_r \hat{K} \left(1 - \frac{\psi_1}{x_1} \right) \quad \dots\dots\dots (2.4.15)$$

$$p_{a1} - h_w = (1-\alpha_r) \cdot (x_1 - \psi_1) \quad \dots\dots\dots (2.4.16)$$

$$\beta_r = -\alpha_r \psi_1 \quad \dots\dots\dots (2.4.17)$$

ところで、比較的浸透の初期段階にある浸透強度、砂層底部での空気圧および水分の移動は、それぞれ式(2.2.2)、式(2.2.1)および式(2.2.4)にはば従うことが分っている。さらに、 p_{a1} は p_{aL} と同形式の次式で示すような変化をすることは2.2.3(2)で述べた。

$$p_{a_1} - h_w = a \ln t + b' \quad \dots\dots\dots (2.4.18)$$

ここに、 b' は定数である。

そこで、式(2.4.15)と式(2.2.2)および式(2.4.16)と式(2.4.18)を等置する。

$$\frac{\alpha_r \hat{K}}{x_1} (x_1 - \psi_1) = \frac{S}{2} t^{-1/2} \quad \dots\dots\dots (2.4.19)$$

$$(1 - \alpha_r)(x_1 - \psi_1) = a \ln t + b' \quad \dots\dots\dots (2.4.20)$$

両式より $(x_1 - \psi_1)$ を消去し、 α_r につき整理すると次式をうる。

$$\alpha_r = \frac{S \varphi_1}{2} / \left\{ \frac{S \varphi_1}{2} + \hat{K} (a \ln t + b') \right\} \quad \dots\dots\dots (2.4.21)$$

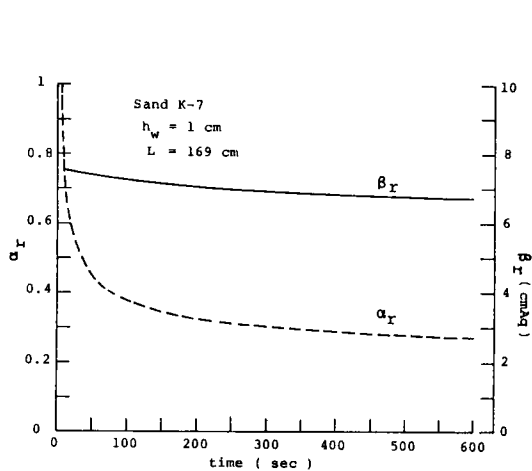
ここに、 $\varphi_1 = \varphi(\theta_1, t)$ である。この式を式(2.4.19)に代入し ψ_1 につき整理すると次式をうる。

$$\psi_1 = \varphi_1 t^{1/2} - \left\{ \frac{S \varphi_1}{2} + \hat{K} (a \ln t + b') \right\} / \hat{K} \quad \dots\dots\dots (2.4.22)$$

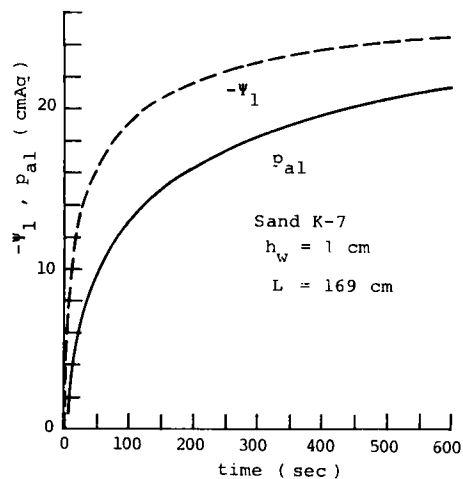
また、式(2.4.17)で与えられた β_r は式(2.4.21)と式(2.4.22)より次式となる。

$$\beta_r = \frac{S \varphi_1}{2} / \hat{K} - \frac{S \varphi_1}{2} \varphi_1 t^{1/2} / \left\{ \frac{S}{2} + \hat{K} (a \ln t + b') \right\} \quad \dots\dots\dots (2.4.23)$$

ここで、 α_r 、 β_r 、 ψ_1 の変化の様子を、2.2.2で示した $h_w = 1 \text{ cm}$ 、 $L = 169 \text{ cm}$ のK-7砂の場合(図2.2.4(1)に対応)とK-6砂の場合(図2.2.4(2)に対応)の実験例について調べてみることにする。表2.2.1には S 、 a 、 b の値が記載されているが、いずれについても b と φ_1 の値を評価できなかったので、ここではとりあえず $b = b'$ とおき、また φ_1 については若干の試算より概略的にそれぞれに対して0.2、0.4 $\text{cm sec}^{-1/2}$ なる値を考えることにする。図2.4.1(1)、(2)はK-7砂の場合であって、表2.2.1中の値と上記の値を用いて、それぞれ式(2.4.21)、式(2.4.23)および式(2.4.22)、式(2.4.18)を計算した結果である。また図2.4.2(1)、(2)はK-6砂の場合であって、それぞれ前図に対応している。なお、計算では \hat{K} を一定値とみなし、後述2.4.6での値を用いた。これらの図より、 α_r は浸透開始

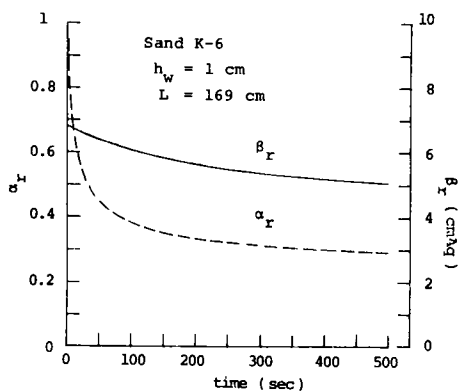


(1) α_r, β_r

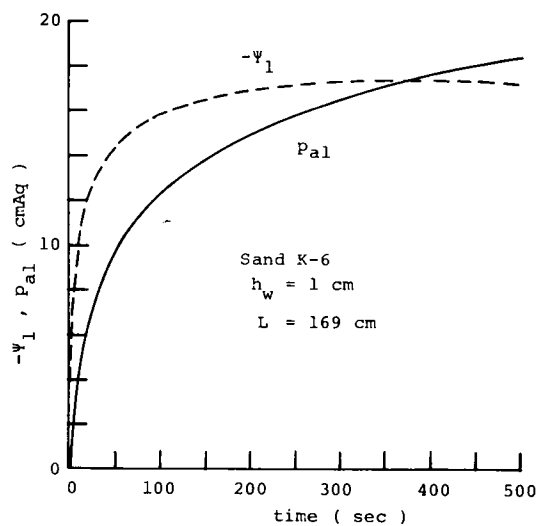


(2) $-\psi_1, p_{a1}$

図 2.4.1 α_r, β_r および $-\psi_1, p_{a1}$ の時間変化 (K-7 砂の場合)



(1) α_r, β_r



(2) $-\psi_1, p_{a1}$

図 2.4.2 図 2.4.1 と同様 (K-6 砂の場合)

直後で急激な減少をするが、その後は緩慢に減少すること、 β_r は α_r ほど急激な変化をしないが、減少方向の変化をすること、さらに $-\psi_1$ は浸透開始直後急激な増加をするが、その後は変化が緩慢となることが分る。これらの変化の様子は他の実験でも同様に認められた。ところで、浸透が進むにつれて 2.2.2(2)で示したように浸透強度、砂層底部の空気圧の変化割合および wetting front の形状と速度はほぼ一定となることが認められている。この事実を考慮して α_r の定義式 (2.4.9) を調べると、 α_r は時間経過とともにある値 α_c に近づくことが予想できる。また α_r のこの変化特性および式 (2.4.14) を考慮すると、 β_r も同様に一定値 β_c に近づくはずである。

$$\alpha_r \rightarrow \alpha_c \quad \cdots \cdots \cdots (2.4.24),$$

$$\beta_r \rightarrow \beta_c \quad \cdots \cdots \cdots (2.4.25)$$

なお、図 2.4.1(1)、図 2.4.2(1)で α_r と β_r がかなり時間を経過した後においても減少を続けるのは、 p_{a1} の変化を p_{aL} の変化で代用させたことにも原因があるが、その程度については測定できなかったので不明である。さらに、式 (2.4.14) で式 (2.4.24) の関係を考慮すると、 ψ_1 は時間とともにつぎの値となることが分ることになる。

$$\psi_1 \rightarrow \frac{\psi_e}{1-\alpha_c} \quad \cdots \cdots \cdots (2.4.26)$$

それゆえ、 β_c は式 (2.4.17) と式 (2.4.26) より次式で与えられる。

$$\beta_c = -\frac{\alpha_c}{1-\alpha_c} \psi_e \quad \cdots \cdots \cdots (2.4.27)$$

以上、上述したように擬似飽和域下端でのパラメータ x_1 あるいは \hat{v} を除外すると、基礎式 (2.4.15)、式 (2.4.16) および式 (2.4.17) に含まれるパラメータを知ることは可能となる。従って、これらの関係式は擬似飽和域に対してパラメータ x_1 あるいは \hat{v} と p_{a1} をもつ解であるとみなせる。

最後に、 α_r 、 ψ_1 の変化特性を現象面から考えてみる。まず α_r の変化は減少後一定値に近づく傾向となったが、これを α_r の定義式 (2.4.9) で調べると、 \hat{K}_a が減少した後一定値となる場合と $r\hat{K}$ が増大した後一定値となる場合とが考えられる。 \hat{K}_a の変化に起因する場合は擬似飽和域の形成段階より発達段階への過程において、同域の空気抵抗が増大することに対応する。一方 $r\hat{K}$ の場合については前述で \hat{K} が近似的に一定であるとしたが、場合によっては擬似飽

和域内の孤立空氣の割合が増大して \hat{K} が減少することはあっても増大することは考えにくいので、 $r\hat{K}$ の変化は主として $r(t)$ によって支配されることになる。 r の定義式 (2.4.6) より分るように、浸透開始直後での非常に著しい浸透水の砂層への浸入によって浸透水量に見合った分だけ空氣が放出されず ($r < 1$)、水によって内部空氣は一時的に閉塞状態となり、その後の時間経過とともに閉塞の程度が緩和されて \hat{v} と $-\hat{v}_a$ とがバランスをとるような方向 ($r \rightarrow 1$) に向うことが考えられる。 $r < 1$ の状態は 2.3.2 で述べた U 字管を用いた実験で空氣圧の変化が形態Ⅲを示す場合に対応し、またこれらは浸透の比較的初期の段階に考えられることである。

つぎに、 $-\psi_1$ の増大した後一定値に近づくという挙動について考えてみる。気乾状態の場の表面に灌水が生じた直後の現象を詳細かつ理想的にみるとつぎのようである²⁾。浸透面直下の部分の毛管ポテンシャル ψ_b は、まず①水分量 θ_b の急激な増大に伴って boundary wetting curve に沿って急増してある値になる。②その間にも空氣圧は増大を続けるのでその後 boundary drying curve に沿って ψ_b は減少を続け、 ψ_b が air entry value にほぼなったときに内部空氣は始めて外界に放出される。本実験では ψ_b が air entry value になる前に少なくとも空氣の放出が認められているので、空氣の放出に対して浸透場は一様にはなっていないことになるが、平均的にみると②での ψ_b の変化が生じているはずである。従って、この ψ_b の変化が ψ_1 の変化に対応するものと考え、 ψ_1 の変化特性が一応理解でき、またこのことも浸透の初期でのことである。

2.4.2 不飽和域における基礎式の近似化¹⁴⁾

2.2.3 で行った検討から、不飽和域での基礎式は、水については式 (2.2.18)、空氣については式 (2.2.19) と式 (2.2.20) で与えられることが分った。そこで、これらの基礎式に対する初期条件と境界条件をつぎのように設定する。

$$\text{初期条件: } t = 0 \quad \text{で、} \quad \theta = \theta_0 \approx 0 \quad \dots\dots\dots (2.4.28)$$

$$p_a = 0 \quad \dots\dots\dots (2.4.29)$$

$$\text{境界条件: } x = x_1 \quad \text{で、} \quad \theta = \theta_1 \quad \dots\dots\dots (2.4.30)$$

$$v = \hat{v} = f \quad \dots\dots\dots (2.4.31)$$

$$v = \hat{v}_a \quad \dots\dots\dots (2.4.32)$$

$$x=L \text{ で、 } v=0 \quad \cdots \cdots \cdots (2.4.33)$$

$$v_a=0 \quad \cdots \cdots \cdots (2.4.34)$$

ここに、 v 、 v_a は不飽和域でのそれぞれ水と空気の流量流速で式(2.2.13)と(2.2.10)で与えられるもの、 θ_1 は不飽和域上端の水分量であって一定不変の値と考える、 L は砂層厚であるが、前述のとおり浸透面を $x=0$ としているので砂層底面の位置座標でもある。なお、式(2.4.31)、式(2.4.32)は擬飽和域と不飽和域との境界面で水と空気の質量流速が連続するという条件であり、また式(2.4.33)、式(2.4.34)は砂層底部が密閉されているので両相の質量流束が零という条件である。ここで、水分の初期条件として $\theta_0 \approx 0$ としたのは実験で気乾状態の砂を使用したことと、解析の簡単化のためである。

さて、式(2.2.19)に状態方程式(2.2.20)を用いると、次式をうる。

$$-P_a \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ P_a K_a \left(\frac{\partial p_a}{\partial x} - \frac{\rho_a}{\rho_w} \right) \right\} - (\theta_{sat} - \theta) \frac{\partial P_a}{\partial t} \quad \cdots \cdots (2.4.35)$$

上式において P_a は x と t の関数であるが、これをつぎのように分離できるものとする。

$$P_a(x, t) = \bar{P}_a(t) + \Delta p_a(x, t); \quad \bar{P}_a \gg |\Delta p_a| \quad \cdots \cdots \cdots (2.4.36)$$

この関係を式(2.4.35)の右辺第1項に用いると、つぎのようになる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\bar{P}_a \left\{ D \frac{\partial \theta}{\partial x} - K \left(1 - \frac{\partial p_a}{\partial x} \right) \right\} + P_a K_a \left(\frac{\partial p_a}{\partial x} - \frac{\rho_a}{\rho_w} \right) \right] \approx (\theta_{sat} - \theta) \frac{\partial P_a}{\partial t} \quad \cdots \cdots \cdots (2.4.37)$$

上式を t を固定して x につき区間 (x, L) で積分し、条件式(2.4.33)および式(2.4.34)を用いて整理すると次式のようになる。

$$\frac{\partial p_a}{\partial x} = \frac{-\bar{P}_a \left(D \frac{\partial \theta}{\partial x} - K \right) + \frac{\rho_a}{\rho_w} P_a K_a - \int_x^L (\theta_{sat} - \theta) \frac{\partial P_a}{\partial t} dx}{K \bar{P}_a + K_a P_a} \quad \cdots \cdots (2.4.38)$$

さらに、右辺の分子の積分項を除いたものに対し式(2.4.36)の関係をを用いると次式となる。

$$\frac{\partial p_a}{\partial x} = -\frac{DA}{K} \frac{\partial \theta}{\partial x} + A(1-\varepsilon) + (1-A) \frac{\rho_a}{\rho_w} \quad \dots\dots\dots (2.4.39)$$

$$\text{ここに、} A = \frac{K}{K+K_a} \quad \dots\dots\dots (2.4.40)$$

$$\varepsilon = \int_x^L (\theta_{sat} - \theta) \frac{\partial P_a}{\partial t} dx / K \bar{P}_a \quad \dots\dots\dots (2.4.41)$$

なお、式(2.4.40)のAは式(2.2.38)で定義したAと同一のものであるが、再記している。

結局、不飽和域の基礎式は近似的に式(2.2.18)、式(2.4.39)および式(2.2.20)に変換されたことになる。なお、2.4.3の準備のために式(2.2.18)と式(2.4.39)を独立変数として θ と t を用いて書換えると、それぞれはつぎようになる。

$$-\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[D \frac{\partial x}{\partial \theta} - K \left\{ 1 - \left(\frac{\partial p_a}{\partial \theta} \frac{\partial x}{\partial \theta} \right) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (2.4.42)$$

$$\frac{\partial p_a}{\partial \theta} \frac{\partial x}{\partial \theta} = -\frac{AD}{K} \frac{\partial x}{\partial \theta} + A(1-\varepsilon) + (1-A) \frac{\rho_a}{\rho_w} \quad \dots\dots\dots (2.4.43)$$

2.4.3 近 似 解^{14),23)}

不飽和域での基礎式として式(2.4.42)、式(2.4.43)および式(2.2.20)を考えることにする。擬飽和域での基礎式の解は同域下端での \hat{v} あるいは x_1 と p_{a1} をパラメータにもつ式(2.4.15)、式(2.4.16)および式(2.4.17)で与えられている。従って、擬飽和域と不飽和域よりなる浸透場全域での基礎式の解は、不飽和域に対して同域上端で決めるパラメータをもつ解を初期条件式(2.4.28)と式(2.4.29)および境界条件式(2.4.33)と式(2.4.34)を用いて求め、この解と擬飽和域の既知の解とを不飽和域の上端で条件式(2.4.30)～式(2.4.32)を用いて接合すれば求まることになる。以下で用いる解法は開放浸透を対象にして開発された Parlange の方法²⁴⁾を拡張したものである。

(1) 第1次近似

式(2.4.42)を t を固定して θ につき区間 (θ, θ_1) で積分すると次式をうる。

$$\begin{aligned} -\int_{\theta_1}^{\theta} \frac{\partial x}{\partial t} d\theta &= \left(D \frac{\partial x}{\partial \theta} \right)_1 - K_1 \left\{ 1 - \left(\frac{\partial p_a}{\partial \theta} \frac{\partial x}{\partial \theta} \right) \right\}_1 \\ &\quad - D \frac{\partial x}{\partial \theta} + K \left\{ 1 - \left(\frac{\partial p_a}{\partial \theta} \frac{\partial x}{\partial \theta} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (2.4.44) \end{aligned}$$

ここに、添字1は $\theta = \theta_1$ における値を意味する。また、上式で条件式(2.4.28)、式(2.4.33)を考慮して $\theta \rightarrow 0_+$ とすると、つぎのようになる。

$$-\int_0^{\theta_1} \frac{\partial x}{\partial t} d\theta = (D/\frac{\partial x}{\partial \theta})_1 - K_1 \{1 - (\frac{\partial p_a}{\partial \theta} / \frac{\partial x}{\partial \theta})\}_1 \quad \dots\dots\dots (2.4.45)$$

ところで、上の2つの式の左辺はそれぞれ積分範囲に含まれる総水分量の時間変化を示すものであるが、ここではつぎの関係を満す θ に注目する。

$$\frac{\theta_1 - \theta}{\theta_1} \ll 1 \quad \dots\dots\dots (2.4.46)$$

この条件が満される場合、つぎの関係が成立するはずである。

$$\int_{\theta}^{\theta_1} \frac{\partial x}{\partial t} d\theta \ll \int_0^{\theta_1} \frac{\partial x}{\partial t} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.47)$$

したがって、式(2.4.44)と式(2.4.45)よりつぎの近似的な関係がえられる。

$$D/\frac{\partial x}{\partial \theta} - K\{1 - (\frac{\partial p_a}{\partial \theta} / \frac{\partial x}{\partial \theta})\} \approx D_1/(\frac{\partial x}{\partial \theta})_1 - K_1 \{1 - (\frac{\partial p_a}{\partial \theta} / \frac{\partial x}{\partial \theta})_1\} \quad \dots\dots\dots (2.4.48)$$

上式の右辺の値は条件式(2.4.31)から浸透強度に等しいので、次式がえられることになる。

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} = \frac{D}{-f + K\{1 - (\frac{\partial p_a}{\partial \theta} / \frac{\partial x}{\partial \theta})\}} \quad \dots\dots\dots (2.4.49)$$

さらに、上式右辺の $(\partial p_a / \partial \theta) / (\partial x / \partial \theta)$ へ式(2.4.43)を代入して、 $\partial x / \partial \theta$ につき整理すると次式をうる。

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} = \frac{D(1-A)}{-f + K\{(1-A)(1 - \frac{\rho_a}{\rho_w}) + A\epsilon\}} \quad \dots\dots\dots (2.4.50)$$

上式を t を固定して θ につき区間 (θ, θ_1) で積分し、条件式 (2.4.30) を考慮すると次式となる。

$$x = x_1 - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{-f + K(1-A)\left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_w}\right) + KA\epsilon} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.51)$$

ここで、上式右辺の被積分関数の分母の近似を考える。すなわち、 $\rho_a/\rho_w \sim 10^{-3}$ であるからつぎの関係をうる。

$$\frac{\rho_a}{\rho_w} \ll 1 \quad \text{すなわち、} \quad 1 - \frac{\rho_a}{\rho_w} \approx 1 \quad \dots\dots\dots (2.4.52)$$

ついで、式 (2.4.41) より $KA\epsilon \sim (\theta_{sat} AL / \bar{P}_a) \cdot dp_{aL} / dt$ と近似できる。前述のとおり $\bar{P}_a \sim 10^{-3}$ cmAq、 $\theta_{sat} \approx 0.46$ であり、 $L \sim 10^2$ cm とすると、 $KA\epsilon \sim 5 \times 10^{-2} \times Adp_{aL} / dt$ となる。一方、K-7 砂、K-6 砂を用いた場合の実験によると、擬似飽和域が発達しているときの浸透強度は低くてもそれぞれ 3×10^{-3} 、 1×10^{-2} cm/sec のオーダーであり、また砂層底部での空気圧の時間変化の割合 dp_{aL} / dt はそれぞれ 10^{-3} 、 10^{-2} cmAq/sec のオーダーとなっている (表 2.2.2 参照)。よって、このような場合には、それぞれ $KA\epsilon / f \sim 1.7 \times 10^{-2} A$ および $5 \times 10^{-2} A$ なるが、 A は定義式 (2.4.40) より明らかに 1 より小さな値であるので、少なくとも本実験の範囲ではつぎのような関係が成立する。

$$KA\epsilon \ll f \quad \dots\dots\dots (2.4.53)$$

式 (2.4.52)、式 (2.4.53) の関係を式 (2.4.51) に用いることによりつぎの近似式をうる。

$$x = x_1 - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{-f + K(1-A)} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.54)$$

上式は水分量分布を与えるものであるが、浸透強度との関係において、つぎのようにして水分の連続条件を満たさねばならない。まず、上式を t で偏微分する。

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{dx_1}{dt} - \frac{df}{dt} \int_{\theta}^{\theta_1} W d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.55)$$

$$\text{ここに、} W = \frac{D(1-A)}{\{-f + K(1-A)\}^2} \dots\dots\dots (2.4.56)$$

この式を t を固定して、 θ につき区間 $(0, \theta_1)$ で積分したものと浸透強度とを等しくおく
くと次式をうる。

$$f = \int_0^{\theta_1} \frac{\partial x}{\partial t} d\theta = \theta_1 \frac{dx_1}{dt} - \int_0^{\theta_1} \theta W d\theta \dots\dots\dots (2.4.57)$$

ところが、 x_1 、 dx_1/dt は式 (2.4.11) から f を用いてつぎのように与えることのできる。

$$x_1 = \frac{\beta_r \hat{K}}{f - \alpha_r \hat{K}} \dots\dots\dots (2.4.58)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = -Z \frac{df}{dt} + R \dots\dots\dots (2.4.59)$$

ここに、

$$Z(t) = \frac{\beta_r \hat{K}}{(f - \alpha_r \hat{K})^2}, \quad R(t) = \hat{K} \frac{(f - \alpha_r \hat{K}) \frac{d\beta_r}{dt} + \beta_r \hat{K} \frac{d\alpha_r}{dt}}{(f - \alpha_r \hat{K})^2} \dots\dots\dots (2.4.60)$$

式 (2.4.59) を式 (2.4.57) に代入し、 df/dt につき整理すると次式をうる。

$$\frac{df}{dt} = - \frac{f - \theta_1 R}{\int_0^{\theta_1} \theta W d\theta + \theta_1 Z} \dots\dots\dots (2.4.61)$$

結局、水分量の大きなところ (式 (2.4.46)) に注目して、式 (2.4.61)、式 (2.4.54)、式 (2.4.58) を水分に関する第1次近似解とみなしたことになる。なお、空気圧については直接第1次近似による表現を以降の考察上用いることはないので、表示を省略する。

なお、式 (2.4.59)、式 (2.4.61) の関係式を式 (2.4.55) に代入すると次式となる。

$$\frac{\partial x}{\partial t} = R + \frac{\int_0^{\theta_1} W d\theta + Z}{\int_0^{\theta_1} \theta W d\theta + \theta_1 Z} (f - \theta_1 R) \dots\dots\dots (2.4.62)$$

(2) 第2次近似

基礎式の1つである式(2.4.42)の左辺に、 θ の大きなところに着目してえられた第1次近似の式(2.4.62)を代入すると次式となる。

$$R + \frac{\int_{\theta}^{\theta_1} W d\theta + Z}{\int_{\theta}^{\theta_1} d\theta \int_{\theta}^{\theta_1} W d\theta + \theta_1 Z} (f - \theta_1 R) = - \frac{\partial}{\partial \theta} \left[D / \frac{\partial x}{\partial \theta} - K \left\{ 1 - \left(\frac{\partial p_a}{\partial \theta} / \frac{\partial x}{\partial \theta} \right) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (2.4.63)$$

上式を、 t を固定して θ につき区間 $(0, \theta)$ で積分し、条件式(2.4.28)、式(2.4.33)を考慮すると次式がえられる。

$$R\theta + \frac{\int_0^{\theta} d\theta \int_{\theta}^{\theta_1} W d\theta + \theta Z}{\int_0^{\theta_1} d\theta \int_{\theta}^{\theta_1} W d\theta + \theta_1 Z} (f - \theta_1 R) = - D / \frac{\partial x}{\partial \theta} + K \left\{ 1 - \left(\frac{\partial p_a}{\partial \theta} / \frac{\partial x}{\partial \theta} \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (2.4.64)$$

つぎに、第1次近似の場合と同様に式(2.4.64)と式(2.4.43)から $(\partial p_a / \partial \theta) / (\partial x / \partial \theta)$ を消去して $\partial x / \partial \theta$ につき整理すると次式のようなになる。

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} = \frac{D(1-A)}{K(1-A) \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_w} \right) + KA\epsilon - \theta \left(\frac{dx_1}{dt} \right)_0 - \{ f - \theta_1 \left(\frac{dx_1}{dt} \right)_0 \} I} \quad \dots\dots\dots (2.4.65)$$

ここに、

$$\left(\frac{dx_1}{dt} \right)_0 = \frac{R \int_0^{\theta_1} d\theta \int_{\theta}^{\theta_1} W d\theta + fZ}{\int_0^{\theta_1} d\theta \int_{\theta}^{\theta_1} W d\theta + \theta_1 Z} \quad \dots\dots\dots (2.4.66)$$

$$I = \frac{\int_0^{\theta} d\theta \int_{\theta}^{\theta_1} W d\theta}{\int_0^{\theta_1} d\theta \int_{\theta}^{\theta_1} W d\theta} \dots\dots\dots (2.4.67)$$

なお、 $(dx_1/dt)_0$ は第1次近似から決る dx_1/dt を意味する。

いまの場合にも式(2.4.52)が成立することは明らかである。また、 θ が大きな場合には式(2.4.53)より形式的に $\epsilon = 0$ とすることができようし、一方 θ が小さな場合には後述の図2.4.5 から A の値は十分小さくなるので、オーダ評価より式(2.4.65)の右辺の分母において $KA\epsilon$ の項は $K(1-A)$ に対して無視することができる。よって、以下では近似的に $\epsilon \rightarrow 0$ とみなすことにすると、式(2.4.65)は次式となる。

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} = \frac{D(1-A)}{K(1-A) - \theta \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_0 - \{f - \theta_1 \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_0\} I} \dots\dots\dots (2.4.68)$$

上式において、 t を固定して θ につき区間 (θ, θ_1) で積分し、境界条件式(2.4.30)を考慮すると次式をうる。

$$x = x_1 - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{K(1-A) - \theta \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_0 - \{f - \theta_1 \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_0\} I} d\theta \dots\dots (2.4.69)$$

なお、上式右辺の x_1 は式(2.4.58)で与えられる。

式(2.4.69)は水分量分布の第2次近似であるが、上式中の f は Parlange の方法によれば第1次近似の式(2.4.61)より決められる。しかし、Knight・Philip²⁵⁾ が指摘したように第1次近似より決る f を第2次近似の f とすると、第2次近似では水の連続条件が満たされないことになる。よって、第1次近似のところで行った水分の連続条件の設定(式(2.4.57))と同様な考え方に従って、第2次近似について条件設定を行えばよい。すなわち、まず式(2.4.69)を t で偏微分し式(2.4.59)を考慮すると次式となる。

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\hat{K}}{f_m} \left(\frac{d\beta_r}{dt} + \frac{\beta_r \hat{K}}{f_m} \frac{d\alpha_r}{dt} \right) - E_0 \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{Y} \left(\frac{\theta}{\theta_1} - I \right) d\theta$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{df}{dt} \cdot \left\{ \frac{\beta_r \hat{K}}{f_m^2} + E_1 \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{Y^2} \left(\frac{\theta}{\theta_1} - I \right) d\theta \right. \\
& \quad \left. + \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{Y^2} (I + E_2) d\theta \right\} \dots\dots\dots (2.470)
\end{aligned}$$

$$\zeta \zeta \zeta, f_m = f - \alpha_r \hat{K} \dots\dots\dots (2.471)$$

$$Y = \left[K(1-A) - \theta_1 \left\{ \frac{\theta}{\theta_1} - \frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} \right\} \left(\frac{dx_1}{dt} \right)_0 - f \frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} \right] \dots\dots (2.472)$$

$$\begin{aligned}
E_0(t) = & \frac{\theta_1 \cdot B_2(\theta_1) \cdot \left(\frac{\hat{K}}{f_m} \right)^2}{\left\{ B_2(\theta_1) + \frac{\theta_1 \beta_r \hat{K}}{f_m^2} \right\}^2} \cdot \left[\begin{aligned} & \beta_r \left\{ B_2(\theta_1) + \frac{\theta_1 \beta_r \hat{K}}{f_m^2} \right\} \frac{d^2 \alpha_r}{dt^2} + \frac{2 \beta_r \hat{K}}{f_m} B_2(\theta_1) \times \\ & \left(\frac{d\alpha_r}{dt} \right)^2 + \left\{ 2 B_2(\theta_1) - \frac{\theta_1 \beta_r \hat{K}}{f_m^2} \right\} \frac{d\alpha_r}{dt} \frac{d\beta_r}{dt} \\ & - \frac{\theta_1}{f_m} \left(\frac{d\beta_r}{dt} \right)^2 + \frac{f_m}{\hat{K}} \left\{ B_2(\theta_1) + \frac{\theta_1 \beta_r \hat{K}}{f_m^2} \right\} \frac{d^2 \beta}{dt^2} \\ & + \frac{f}{\hat{K}} \left\{ \frac{d\beta_r}{dt} + \frac{2 \beta_r \hat{K}}{f_m} \frac{d\alpha_r}{dt} \right\} \end{aligned} \right] \\
& \dots\dots\dots (2.473)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_1(t) = & \frac{\frac{\theta_1 \beta_r \hat{K}}{f_m^2}}{\left\{ B_2(\theta_1) + \frac{\theta_1 \beta_r \hat{K}}{f_m^2} \right\}^2} \cdot \left[\begin{aligned} & B_2(\theta_1) + \frac{\theta_1 \beta_r \hat{K}}{f_m^2} - 2f \left\{ B_3(\theta_1) - \frac{B_2(\theta_1)}{f_m} \right\} \\ & + \frac{1}{\beta_r} \left[\frac{\theta_1 \beta_r \hat{K}}{f_m} \left\{ 2B_3(\theta_1) + \frac{B_2(\theta_1)}{f_m} \right\} \right. \\ & \quad \left. - B_2(\theta_1)^2 \right] \frac{d\beta_r}{dt} + \frac{2\hat{K}}{f_m} \left\{ \frac{\theta_1 \beta_r \hat{K}}{f_m} B_3(\theta_1) \right. \\ & \quad \left. - B_2(\theta_1)^2 \right\} \frac{d\alpha_r}{dt} \end{aligned} \right] \\
& \dots\dots\dots (2.474)
\end{aligned}$$

$$E_2(\theta, t) = 2 \cdot \left\{ f - \frac{\theta_1 \hat{K}}{f_m} \frac{\frac{\beta_r f}{f_m} + B_2(\theta_1) \left(\frac{d\beta_r}{dt} + \frac{\beta_r \hat{K}}{f_m} \frac{d\alpha_r}{dt} \right)}{B_2(\theta_1) + \frac{\theta_1 \beta_r \hat{K}}{f_m^2}} \right\} \times$$

$$\frac{B_3(\theta_1)}{B_2(\theta_1)} \cdot \left\{ \frac{B_3(\theta)}{B_3(\theta_1)} - \frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} \right\} \quad \dots\dots\dots (2.4.75)$$

$$B_2(\theta) \equiv B_2(\theta, f) = \int_0^\theta d\theta \int_\theta^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{\{-f+K(1-A)\}^2} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.76)$$

$$B_3(\theta) \equiv B_3(\theta, f) = \int_0^\theta d\theta \int_\theta^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{\{-f+K(1-A)\}^3} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.77)$$

式(2.4.70)を、 t を固定して θ につき区間 $(0, \theta_1)$ で積分し、条件式(2.4.31)を考慮すると次式をうる。

$$\begin{aligned} -\frac{df}{dt} = & \frac{f - \frac{\theta_1 \hat{K}}{f_m} \left(\frac{d\beta_r}{dt} + \frac{\beta_r \hat{K}}{f_m} \frac{d\alpha_r}{dt} \right) + E_0 \int_0^{\theta_1} d\theta \int_\theta^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{Y^2} \times}{\frac{\theta_1 \beta_r \hat{K}}{f_m^2} + E_1 \int_0^{\theta_1} d\theta \int_\theta^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{Y^2} \left\{ \frac{\theta}{\theta_1} - \frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} \right\} d\theta +} \\ & \frac{\left\{ \frac{\theta}{\theta_1} - \frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} \right\} d\theta}{\int_0^{\theta_1} d\theta \int_\theta^{\theta_1} d\theta \frac{D(1-A)}{Y^2} \left\{ \frac{B_2(\theta)}{B_2(\theta_1)} + E_2 \right\} d\theta} \quad \dots\dots\dots (2.4.78) \end{aligned}$$

一方、式(2.4.43)の両辺に $\partial x / \partial \theta$ を掛け、式(2.4.52)を考慮して、 t を固定して θ につき区間 (θ, θ_1) で積分すると次式をうる。

$$p_a(\theta, t) = p_a(\theta_1, t) + \int_{\theta_1}^{\theta} \frac{AD}{K} d\theta - \int_{\theta}^{\theta_1} A(1-\varepsilon) \frac{\partial x}{\partial \theta} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.79)$$

さらに、上式右辺中の $\partial x / \partial \theta$ に式(2.4.52)を考慮した式(2.4.65)を代入すると次式をうる。

$$\begin{aligned} p_a(\theta, t) = & p_a(\theta_1, t) + \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{AD}{K} d\theta - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{AD(1-A)(1-\varepsilon)}{K(1-A) + KA\varepsilon - \theta \left(\frac{dx_1}{dt} \right)_0} \\ & \frac{d\theta}{-\left\{ f - \theta_1 \left(\frac{dx_1}{dt} \right)_0 \right\} I} \quad \dots\dots\dots (2.4.80) \end{aligned}$$

ここで、式(2.4.65)を式(2.4.68)で近似したと同様の理由で $\varepsilon \rightarrow 0$ とおくと、上式は次式で近似できることになる。

$$p_a(\theta, t) = p_a(\theta_1, t) + \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{AD}{K} d\theta - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{AD(1-A)}{K(1-A) - fI - \theta_1 \left(\frac{dx_1}{dt}\right)_0 \left(\frac{\theta}{\theta_1} - 1\right)} d\theta$$

..... (2.4.81)

ここに、 $p_a(\theta_1, t)$ は 2.4.1 (1) で導入した p_{a1} に一致し、また砂層底部の空気圧 (測定空気圧) は上式で $\theta \rightarrow 0$ としたものにほぼ対応する。

さて、以上の誘導過程において、擬似飽和域下端 $x = x_1$ での空気の質量流束の連続条件、すなわち式 (2.4.32) の条件が導入されていない。そこで、この条件について検討を行なう。水と空気の不飽和域での流量流束はそれぞれ式 (2.2.13)、式 (2.2.10) で与えられるが、これらを独立変数 θ, t で書換えると、それぞれはつぎのようになる。

$$v = -D \frac{\partial x}{\partial \theta} + K \cdot \left(1 - \frac{\partial p_a}{\partial \theta} \frac{\partial x}{\partial \theta}\right) \quad \text{..... (2.4.82)}$$

$$v_a = -K_a \cdot \left(\frac{\partial p_a}{\partial \theta} \frac{\partial x}{\partial \theta} - \frac{\rho_a}{\rho_w}\right) \quad \text{..... (2.4.83)}$$

これらの式に含まれる $\partial x / \partial \theta$ 、 $\partial p_a / \partial \theta$ にそれぞれ式 (2.4.65) および式 (2.4.80) を θ で偏微分したものをこれらの式に代入した後、 v と v_a との和 (V_t) を計算すると次式をうる。ただし、計算中に現われる ρ_a / ρ_w の項は前述の理由から零とおいている。

$$V_t(\theta, t) = v + v_a = K \cdot \varepsilon \quad \text{..... (2.4.84)}$$

これを $x = x_{1+}$ 、すなわち $\theta = \theta_{1-}$ で考えると、条件式 (2.4.31)、式 (2.4.32) を考慮することにより次式となる。

$$V_t(\theta_1, t) = \hat{v} + \hat{v}_a = K(\theta_1) \cdot \{\varepsilon\}_{x=x_1} \quad \text{..... (2.4.85)}$$

いま、 ε が近似的に零とみなせる場合を考えると、 $\{\varepsilon\}_{x=x_1} = 0$ は $V_t(\theta_1, t) = 0$ に対応するので、 $r(t)$ の定義式 (2.4.6) に注目すると、 $r(t)$ はつぎの条件を満たさねばならないことになる。

$$\{\varepsilon\}_{x=x_1} = 0 \quad \text{のとき、} \quad r(t) = 1 \quad \text{..... (2.4.86)}$$

以下では上式が成立する場合の α_r と β_r を一般的な場合と区別するために、つぎのように記す。

$$\alpha_r \rightarrow \alpha, \quad \beta_r \rightarrow \beta \quad \dots\dots\dots (2.4.87)$$

以上、式(2.4.87)の条件下で、不飽和域について同域の上端での x_1 と p_{a1} をパラメータとしてもった第2次近似解は式(2.4.78)、式(2.4.69)および式(2.4.81)で与えられる。これらは前述した擬飽和域で、同域下端での x_1 と p_{a1} をパラメータとしてもつ式(2.4.15)、式(2.4.16)および式(2.4.17)の解に対応するものである。以下では式(2.4.87)を満たす第2次近似解を単に第2次近似解あるいは近似解と呼ぶ。

2.4.4 砂層厚が浸透に及ぼす効果²⁶⁾

砂層厚の浸透に及ぼす効果は2.4.3で示した解法では、式(2.4.41)で定義された ε の項に含まれる。この解法で、ある程度時間が経った以降の段階を対象にしたオーダ評価によって、少なくともこの段階では ε の項を無視することが可能であった。従って、ここでは主として浸透の比較的初期の段階を対象にして、砂層厚の浸透に及ぼす効果を2.4.3の結果を援用して検討を行う。なお、本来このような効果を問題にする場合には、浸透の元の基礎式系(2.2.18)～式(2.2.20)、式(2.4.15)～式(2.4.17)を差分法などによって直接に数値計算を行い、この計算値に基づいて検討が加えられるべきものであるが、不飽和域の範囲は擬飽和域の発達によって変化するので計算が難しくなると思えたので、ここでは最初からこの方法によらないことにする。

(1) 砂層厚を考慮した解法

さて、式(2.4.65)を t を固定して θ につき区間 (θ, θ_1) で積分し、式(2.4.52)の条件を考慮すると次式になる。

$$x(\theta, t) = x_1(t) - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{K(1-A) - fI - \theta_1 \left(\frac{\theta}{\theta_1} - I \right) \left(\frac{dx_1}{dt} \right)_0 + KA\varepsilon} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.88)$$

この式に基づいて式(2.4.41)の ε を評価することにするが、上式右辺の被積分関数には ε 、 I の関数が含まれているので、ここでは近似的に $\varepsilon \rightarrow 0$ および後述の式(2.4.121)の I_0 を用いて $I \rightarrow I_0$ とする。

$$x = x_1 - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{Y_0} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.89)$$

$$\text{ここに、} Y_0 = K(1-A) - f I_0 - \theta_1 \left(\frac{\theta}{\theta_1} - I_0 \right) \left(\frac{dx_1}{dt} \right)_0 \quad \dots\dots\dots (2.4.90)$$

x_f を $\theta \rightarrow 0_+$ としたときの x の値とすると、式 (2.4.41) 右辺の積分項は、 $x_1 < x < x_f$ のとき、条件式 (2.4.28) を考慮するとつぎのように分解できる。

$$\begin{aligned} \int_x^L (\theta_{sat} - \theta) \left(\frac{\partial P_a}{\partial t} \right)_x dx &\approx \theta_{sat} \int_{x_f}^L \left(\frac{\partial P_a}{\partial t} \right)_x dx \\ &+ \int_x^{x_f} (\theta_{sat} - \theta) \left(\frac{\partial P_a}{\partial t} \right)_x dx \quad \dots\dots\dots (2.4.91) \end{aligned}$$

ところで、上式右辺第2項の $(\partial P_a / \partial t)_x$ すなわち $(\partial p_a / \partial t)_x$ を独立変数 θ 、 t で変換すると次式となる。

$$\left(\frac{\partial p_a}{\partial t} \right)_x = - \frac{\partial p_a}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} / \frac{\partial x}{\partial \theta} + \frac{\partial p_a}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (2.4.92)$$

また、 $x > x_f$ の $(\partial p_a / \partial t)_x$ は式 (2.2.50) を求めたと同様の理由から次式で与えられる。

$$\left(\frac{\partial p_a}{\partial t} \right)_x \approx \left(\frac{\partial p_a}{\partial t} \right)_{\theta \rightarrow 0_+} \quad \dots\dots\dots (2.4.93)$$

これらの関係を式 (2.4.91) に代入すると次式をうる。

$$\begin{aligned} \varepsilon K P_a &\approx \theta_{sat} (L - x_f) \left(\frac{\partial p_a}{\partial t} \right)_{\theta \rightarrow 0_+} \\ &+ \int_0^{\theta} (\theta_{sat} - \theta) \left(\frac{\partial x}{\partial t} \frac{\partial p_a}{\partial \theta} - \frac{\partial x}{\partial \theta} \frac{\partial p_a}{\partial t} \right) d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.94) \end{aligned}$$

つぎに、上式右辺中の $\partial x / \partial \theta$ 、 $\partial x / \partial t$ は式 (2.4.89) から次式で与えられる。

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} = \frac{D(1-A)}{Y_0} \quad \dots\dots\dots (2.4.95)$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{dx_1}{dt} - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{Y_0^2} U d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.96)$$

$$\text{ここに、} U = I_0 \frac{df}{dt} + \theta_1 \left(\frac{\theta}{\theta_1} - I_0 \right) \frac{d}{dt} \left(\frac{dx_1}{dt} \right)_0 \quad \dots\dots\dots (2.4.97)$$

一方、式(2.4.94)中の $\partial p_a / \partial \theta$ 、 $\partial p_a / \partial t$ はつぎのようにして求まる。すなわち、空気圧については式(2.4.98)に対応する式(2.4.80)に基づき、水分の場合で式(2.4.88)を式(2.4.89)で近似したと同様に、同式で $\varepsilon \rightarrow 0$ 、 $I \rightarrow I_0$ とすると次式となる。

$$p_a = p_{a1} + \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{AD}{K} d\theta - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{AD(1-A)}{Y_0} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.98)$$

なお、上式は式(2.4.89)に対応するものである。上式より $\partial p_a / \partial \theta$ 、 $\partial p_a / \partial t$ を計算すると次式となる。

$$\frac{\partial p_a}{\partial \theta} = \frac{AD}{K} + \frac{AD(1-A)}{Y_0} \quad \dots\dots\dots (2.4.99)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_a}{\partial t} = \frac{dp_{a1}}{dt} - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{AD(1-A)}{Y_0^2} \times \\ \left\{ I_0 \frac{df}{dt} + \theta_1 \left(\frac{\theta}{\theta_1} - I_0 \right) \frac{d}{dt} \left(\frac{dx_1}{dt} \right)_0 \right\} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.100) \end{aligned}$$

以上求まった $\partial x / \partial \theta$ 、 $\partial x / \partial t$ 、 $\partial p_a / \partial \theta$ 、 $\partial p_a / \partial t$ の関係を式(2.4.94)に代入すると次式をうる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_m K P_{a0} \approx \theta_{sat} (L - x_f) \left\{ \frac{dp_{a1}}{dt} - \int_0^{\theta_1} \frac{AD(1-A)}{Y_0^2} U d\theta \right\} \\ - \int_0^{\theta} (\theta_{sat} - \theta) \frac{D(1-A)}{Y_0} \left\{ \frac{dp_{a1}}{dt} - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{AD(1-A)}{Y_0^2} U d\theta \right\} d\theta \\ + \int_0^{\theta} (\theta_{sat} - \theta) A \left\{ -\frac{D}{K} + \frac{D(1-A)}{Y_0} \right\} \left\{ \frac{dx_1}{dt} - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{Y_0^2} U d\theta \right\} d\theta \\ \dots\dots\dots (2.4.101) \end{aligned}$$

ここに、 ε_m は元の ε と区別するために用いられており、また上式では近似的に P_a を大気圧

P_{a0} と等しくおいている。さらに、 x_f は式(2.4.89)で $\theta \rightarrow 0_+$ としたものとみなす。

ところで、上式中の U には式(2.4.97)より分るとおり df/dt が含まれているので、以下の演算の簡単化のためにつぎのように考える。すなわち、2.4.3で行ったと同様に、式(2.4.89)を t で偏微分したものを、 t を固定して θ につき区間 $(0, \theta_1)$ で積分した結果と浸透強度とを等置するわけである。誘導は式(2.4.70)から式(2.4.78)を求めた過程が利用でき、ただその際の I を I_0 とみなせばよい。その結果は次式となる。

$$-\frac{df}{dt} = \frac{f - \frac{\theta_1 \hat{K}}{f_m} \left(\frac{d\beta_r}{dt} + \frac{\beta_r \hat{K}}{f_m} \frac{d\alpha_r}{dt} \right) + E_0 \int_0^{\theta_1} \frac{\theta D(1-A)}{Y_0^2} \left(\frac{\theta}{\theta_1} - I_0 \right) d\theta}{\frac{\theta_1 \beta_r \hat{K}}{f_m} + E_1 \int_0^{\theta_1} \frac{\theta D(1-A)}{Y_0^2} \left(\frac{\theta}{\theta_1} - I_0 \right) d\theta + \int_0^{\theta_1} \frac{\theta D(1-A)}{Y_0^2} I_0 d\theta} \quad \dots\dots\dots (2.4.102)$$

$$\text{なお、} \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{dx_1}{dt} \right)_0 = \frac{1}{\theta_1} \left(E_1 \frac{df}{dt} + E_0 \right) \quad \dots\dots\dots (2.4.103)$$

さて、式(2.4.101)より決る ϵ_m は df/dt 、 $d(dx_1/dt)_0/dt$ 、 dx_1/dt 、 dp_{a1}/dt なる量を含む。 dx_1/dt 、 dp_{a1}/dt はそれぞれ式(2.4.59)、式(2.4.16)で与えられ df/dt を含んだ表現となっているので、この df/dt が式(2.4.102)で与えられるものとする。その結果、 ϵ_m は f 、 $\alpha(t)$ 、 $\beta(t)$ 、 θ の関数となる。なお、 $x_1(t)$ も含まれるがこれは式(2.4.58)より上記の関数となっている。このようにして決る ϵ の代替としての ϵ_m を式(2.4.88)および式(2.4.80)の ϵ に代入することによって、それぞれ水分量分布と空気圧分布が形式的に決ることになるが、その際これらが水分の連続条件を満足するようにつぎの条件式を付加する。すなわち、式(2.4.88)を t を固定して θ につき区間 $(0, \theta_1)$ で積分したものと、その時間までの砂層表面への累積浸透量(高)とを等置する。

$$\int_0^t f dt = \theta_1 x_1 - \int_0^{\theta_1} \frac{\theta D(1-A)}{K(1-A) - fI - \theta_1 \left(\frac{\theta}{\theta_1} - I \right) \left(\frac{dx_1}{dt} \right)_0 + KA\epsilon_m} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.104)$$

これが浸透強度の時間変化を決める式である。

(2) 計算法の検討

(1)で示した解法の妥当性を検討するには、比較の基準となる基礎式系式(2.2.18)～式(2.2.20)、式(2.4.15)～式(2.4.17)の厳密解が要求されるが、この解は見い出されていないものと思われるので、厳密解の代替として差分法による解を考える。しかし、差分法において不飽和域の移動境界の問題を導入することは前述のとおり計算が複雑となるので、以下では疑似飽和域の存在は考えるが、発達はないものとする。

具体的に計算を行うのに必要な条件と方法について述べておく。

まず境界条件をつぎのように考える。すなわち、 $h_w = 0$ とした $p_{a1}(t)$ は式(2.4.16)、式(2.4.26)から時間とともに増大し、 $x_1 \rightarrow 0$ としたとき $|\psi_e|$ の値に漸近することが分る。ここで、問題としている検討はあくまで数学的なものであるので、このような p_{a1} の変化がほぼ物理的に満足できるような関数を選べばよい。そこで、次式を考えることにする。

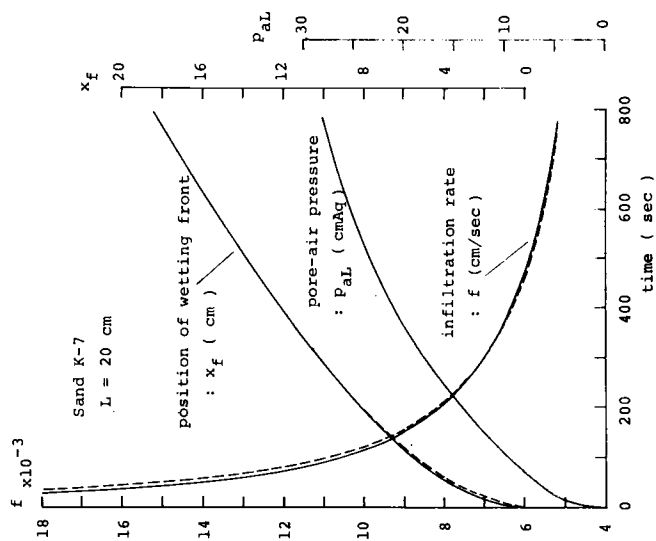
$$p_{a1}(t) = |\psi_e| (1 - e^{-\lambda_m t})$$

ここに、 λ_m は正の定数値である。また、不飽和域上端($x = 0$ とおく)での水分量 θ_1 はほぼ90%飽和の値をとる(2.4.6(1)を参照)。

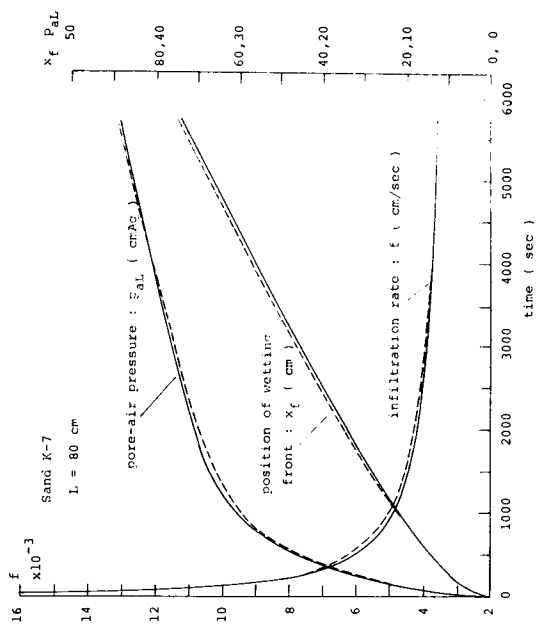
初期条件は、式(2.4.28)と式(2.4.29)とする。

計算法については、差分法として非線形方程式の解法に常用される Newton-Raphson 法による。また、計算に際して、 $x = 0$ において $t = 0$ で階段関数的に $\theta \approx 0$ から $\theta = \theta_1$ まで変化させることは困難であったので、 $t = 0 \sim 30$ secでは直線的に水分量を増大させ、 $t \geq 30$ secでは一定の $\theta = \theta_1$ となるようにする。一方、(1)の解法における $t = 0$ の浸透強度の値として、便宜的に $\{K(1-A)\}_e \times 300$ とする。

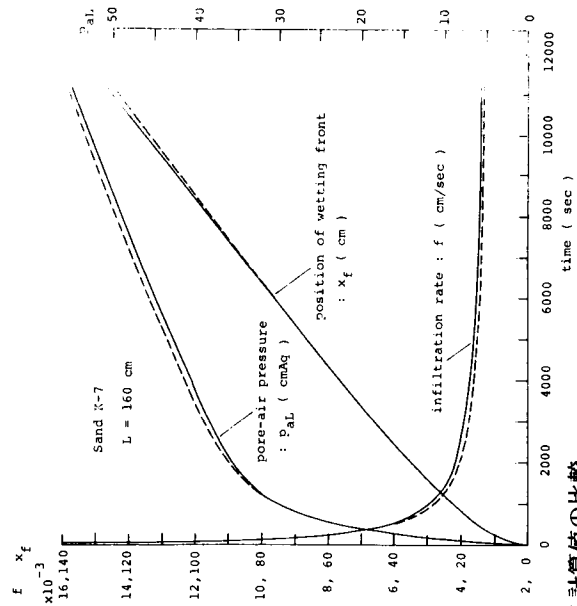
図2.4.3(1)、(2)、(3)は(1)の解法と差分法によるK-7砂の場合の浸透強度、 $\theta = 0.15$ で代表させた wetting front の深さおよび砂層底部に対応する空気圧の時間変化の比較であって、(1)の解法の結果が破線で、差分法の結果が実線で描かれている。なお、図(1)、(2)、(3)は砂層厚 L がそれぞれ 20、80、160 cm の場合であり、 $\theta_1 = 0.41$ 、 $\lambda_m = 2.31 \times 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$ (時定数 300 sec)としたが、 λ_m 値は実験での空気圧の変化を参照にして決めた。これらの図より、(1)の解法の結果は差分法によるものとよく合致していることが分る。ここでは記載しなかったが、 p_{a1} の増加がより急激になる $\lambda_m = 4.62 \times 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$ (時定数 150 sec) の場合、すなわち ϵ の値がより大きな場合についても同様な結果をえたことを付加しておく。以上のことより、(1)の解法は差分法の代替となることが分る。



(1) $L = 20$ cm の場合



(2) $L = 80$ cm の場合



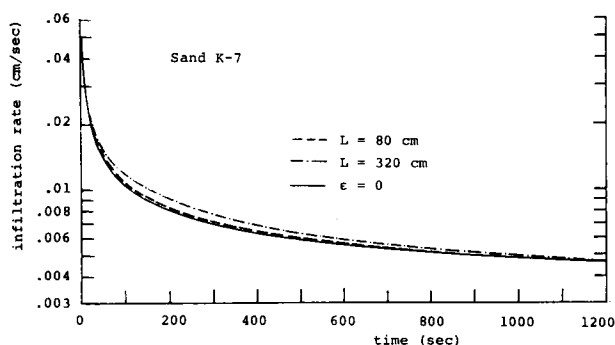
(3) $L = 160$ cm の場合

図 2.4.3 近似法と差分法による計算値の比較

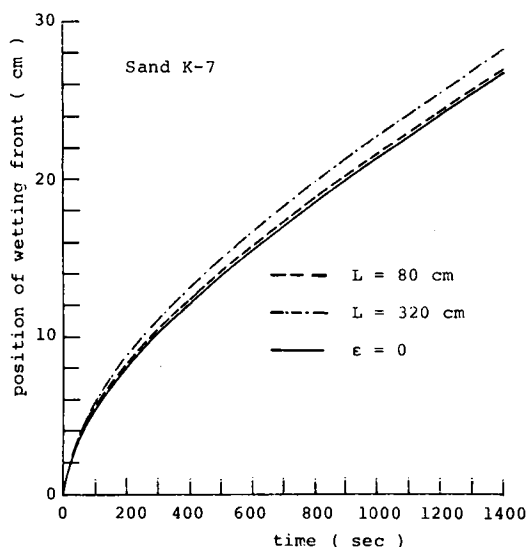
なお、差分法では時間と位置の格子間隔をそれぞれ 0.5 sec、0.5 cm としたが、 $L = 160$ cm の場合 FACOM AD-160 による所要計算時間は約 6 時間となり莫大な計算量が必要である。一方(1)の解法では約 10 分で済む。

(3) 数値解による検討

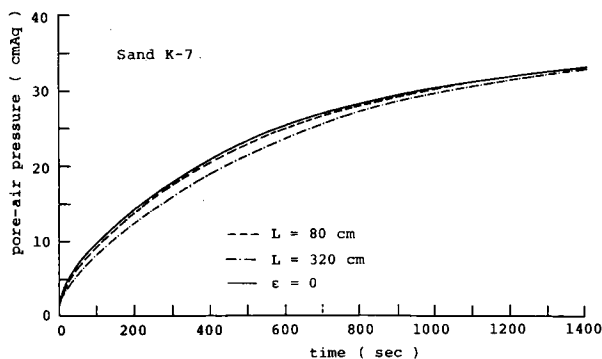
砂層の大小による浸透特性量の時間変化を調べるために、図 2.4.3 の場合と同様な条件下での(1)の解法による結果を示したものが図 2.4.4 (1)、(2)、(3)であり、それぞれ浸透強度、wetting front の深さを および砂層底部での空気圧を示す。また、同図には 2.4.3 (2) で求めた第 2 次近似解 ($\epsilon = 0$ の場合)の結果も同時に示されている。図中には計算を行った $L = 20$ 、40、160 cm の場合の結果は図が混み入るために描かれなかったが、 $L = 20$ cm、40 cm の場合は図中の $\epsilon = 0$ と $L = 80$ cm の場合の間に位置し、また $L = 160$ cm の場合は $L = 80$ cm と $L = 320$ cm の場合の間にあって、相対的な大小関係は $L = 80$ cm と $L = 320$ cm の場合と同様になる。従って、これらの図よりつぎのことが分る。



(1) 浸透強度



(2) wetting front の深さ



(3) 空気圧

図 2.4.4 近似法による計算結果

すなわち、砂層厚が大きくなるほど浸透は容易に行われ、浸透強度の減少割合や空気圧の増加割合は小さい。しかし、砂層厚が浸透強度と空気圧の変化に及ぼす効果は比較的浸透の初期段階に現われ、その後は時間経過とともになくなり、 $\varepsilon = 0$ の場合にはほぼ一致するようになる。それゆえ、 $\varepsilon = 0$ の場合は、浸透強度については下限的、空気圧については上限的な意味での包絡線となっている。一方、wetting frontについては、上記の浸透強度の変化特性よりも明らかなとおり、浸透初期で明確な砂層厚の差による効果が現われるが、時間とともに $\varepsilon = 0$ の場合にはほぼ平行となる。

以上の検討では、擬似飽和域の影響が間接的に p_{a1} の変化を通して考慮されている。結局、ここで対象とした砂層厚の範囲においては、浸透強度と空気圧に対しては砂層厚の効果が浸透初期にのみ現われ、また wetting front の深さに対しては初期に現われた効果がそれ以降持続されるが、これらの効果を問題視するほどでもないので、以下で解析を行う上では近似的に(1)の解法の代替として第2次近似解 ($\varepsilon = 0$) を用いることができる。ここでの結果は、2.2.2(1)で述べた実験事実、すなわち浸透強度や空気圧の時間変化に及ぼす砂層厚の効果は顕著とはならないということを間接的に説明するものである。

2.4.5 十分時間が経った段階での浸透特性^{14), 15)}

(1) 解析的方法による浸透特性

十分時間が経った段階での浸透特性を式(2.2.18)と式(2.4.39)なる基礎式に基づき求めることにするが、その際、前述に従い形式的に $\varepsilon = 0$ 、 $\rho_a/\rho_w = 0$ の条件および実験事実を参考にして①浸透強度がほぼ一定 f_∞ であること、② wetting front がほぼ一定の形状と速度で移動すること、③擬似飽和域の発達がほぼ停止し、その深さは比較的浅いこと(2.4.6を参照)、という条件を設定する。本来これらの基礎式は有限の浸透場に対して用いられるべきものであるが、浸透特性量のいわゆる限界状態を求めることを目的とするので、場は十分に深いと考える。

さて、式(2.2.18)中の $\partial p_a / \partial x \sim \varepsilon = 0$ 、 $\rho_a / \rho_w = 0$ とした式(2.4.39)を代入すると次式となる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ D(1-A) \frac{\partial \theta}{\partial x} - K(1-A) \right\} \quad \dots\dots\dots (2.4.105)$$

これより、水の流量流速は次式で与えられる。

$$v = -D(1-A) \frac{\partial \theta}{\partial x} + K(1-A) \quad \dots\dots\dots (2.4.106)$$

ここで、これらの諸式に含まれる関数 $K(1-A)$ の形状につき調べておく。図 2.4.5 は K-7 砂の場合で、式 (2.261) で与えた透気係数のパラメータ A を 1.8 としたときの関数 $K(1-A)$ の形状を示したものであり、同図には式 (2.4.40) で定義した関数 A の形状も同時に示してある。図を参考にして、 $K(1-A)$ が最大値となる水分量を θ_c 、また θ_0 を浸透場の一様な初期水分量 (図では $\theta_0 \approx 0$) として $\theta = \theta_0$ 、 $K(1-A) = K_0(1-A_0)$ を通る直線が $K(1-A)$

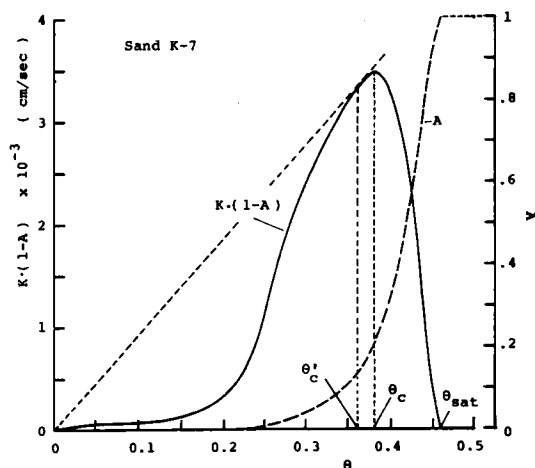


図 2.4.5 $K(1-A)$ と A の関数形

と接する点すなわち $\left\{ \frac{K(1-A) - K_0(1-A_0)}{\theta - \theta_0} \right\}$ が最大値をとる点の水分量を θ'_c と記すことにする。図より分るように、 $\theta_0 \approx 0$ の場合、少なくとも $\theta_c > \theta'_c$ の関係にあり、また $\theta_c \approx \theta'_c$ (図の場合、 $\theta_c \approx 0.38$ 、 $\theta'_c \approx 0.36$) となり、さらに、 $\left\{ \frac{K(1-A) - K_0(1-A_0)}{\theta - \theta_0} \right\}$ は θ の増大とともに $\theta < \theta'_c$ では増加関数、 $\theta > \theta'_c$ では減少関数となる。これらの性質は他の実験砂の K-6 砂、K-5 砂の場合についても同様に認められる。

1) 浸透強度

式 (2.4.106) を $\partial x / \partial \theta$ について整理すると次式となる。

$$-\frac{\partial x}{\partial \theta} = \frac{D(1-A)}{v - K(1-A)} \quad \dots\dots\dots (2.4.107)$$

ここで対象としているような浸透では $\partial \theta / \partial t \geq 0$ 、 $\partial \theta / \partial x \leq 0$ であり、 A は定義式 (2.4.40) より $1 > A > 0$ であるので、式 (2.4.105) ~ 式 (2.4.107) よりつぎの関係が満足されることになる。

$$f \geq v \geq K(1-A) \quad \dots\dots\dots (2.4.108)$$

上述のとおり $K(1-A)$ は $\theta = \theta_c (< \theta_1)$ で最大値 $\{K(1-A)\}_c$ をもつので、上式は次式で書換えられる。

$$f \geq \{K(1-A)\}_c \quad \dots\dots\dots (2.4.109)$$

時間経過とともに条件①と条件③が実験事実として認められるので、浸透場の比較的浅い所では $\partial\theta/\partial t \approx 0$ となっていることが考えられる。よって、そこでは式(2.4.105)と式(2.4.106)より $v \approx f_\infty$ となろう。また wetting front は、ここで対象としている段階では十分深く進んでいるので、ある水分量 $\theta_n (< \theta_1)$ で $\partial\theta/\partial x \approx 0$ となっており、その点での v は式(2.4.106)から $\{K(1-A)\}_{\theta=\theta_n}$ となる。従って、式(2.4.108)と式(2.4.109)を考慮すると、 $\theta_n = \theta_c$ であり、 f_∞ は次式ではば与えることができる。

$$f_\infty = \{K(1-A)\}_c \quad \dots\dots\dots (2.4.110)$$

2) 水分量分布

$\theta_1 > \theta > \theta_c$ での水分量分布は1)での考察を考慮すると、式(2.4.107)より次式で与えることができる。

$$x = x_1 - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{K(1-A) - f_\infty} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.111)$$

2.2.3(1)によると、 $|\eta_*| \ll 1$ の場合、transmission zone の水分量 θ_* は条件 $\theta_* \leq \theta'_c$ (式(2.2.45)) を満し、wetting front の移動速度 ω_* は $K_*(1-A_*)/\theta_*$ (式(2.2.40)) で与えられる。また、 ε の定義式(2.4.41)と η の定義式(2.2.35)より、 ε と η とには $\varepsilon \sim -(1-A)/A \cdot \eta$ の関係があるので、 $\varepsilon \approx 0$ の場合と $\eta \approx 0$ の場合は対応することになる。従って条件②を考慮すると、 $\theta = \theta_*$ では $1/\frac{\partial x}{\partial \theta} \approx 0$ となっているので、同点での水の流量流速 v_* は式(2.4.106)より次式ではば与えられる。

$$v_* = K_*(1-A_*) \quad \dots\dots\dots (2.4.112)$$

図2.4.6はここで考察している状況での水分量分布の模式図を示している。 $\theta = \theta_{c+}$ での水の流量流速 v_{c+} は式(2.4.110)で、 $\theta = \theta_{*-}$ での v_{*-} は式(2.4.112)で与えられており、また、 v_{c+} と v_{*-} の間に図2.4.5より $v_{c+} > v_{*-}$ の関係がある。さらに、関数 $K(1-A)$ 、 $D(1-A)$ は θ につきなめらかな関数であり、 $\theta \rightarrow \theta_c$ 、 $\theta \rightarrow \theta_*$ で $1/\frac{\partial x}{\partial \theta} \rightarrow 0$

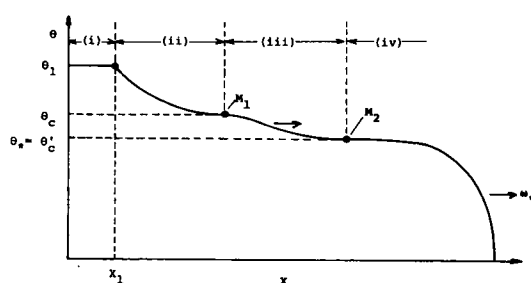


図 2.4.6 水分量分布の模式図

となることが考えられる。従って、 Δ_1 と Δ_2 を正符号の小さな値とすると、 $\theta = \theta_c - \Delta_1$ と $\theta = \theta_* + \Delta_2$ の点ではつぎの関係が成立することになる。

$$K(1-A) \gg -D(1-A) \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \dots\dots\dots (2.4.113)$$

$$\text{すなわち、} v \approx K(1-A) \quad \dots\dots\dots (2.4.114)$$

式(2.4.113)を式(2.4.105)に用いると、ほぼ次式をうる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{d}{d\theta} K(1-A) \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.4.115)$$

この方程式は $dx/dt = dK(1-A)/d\theta$ の特性曲線上で $\theta = \text{const.}$ なる解をもつので、 $\theta = \theta_c - \Delta_1$ ($\Delta_1 \rightarrow 0$) で $dx/dt = \{dK(1-A)/d\theta\}_c$ 、 $\theta = \theta_* + \Delta_2$ ($\Delta_2 \rightarrow 0$) で $dx/dt = \{dK(1-A)/d\theta\}_*$ となる。 θ_c の定義より $\{dK(1-A)/d\theta\}_c = 0$ であり、また $\{dK(1-A)/d\theta\}_*$ は wetting front の速度 $\omega_* = K_*(1-A_*)/\theta_*$ に一致せねばならないという物理的条件から θ_* は次式で与えられることになる。

$$\theta_* = \theta'_c \quad \dots\dots\dots (2.4.116)$$

$\theta = \theta_c - \Delta_1$ と $\theta = \theta_* + \Delta_2$ の中間的な水分量での伝播速度 $\partial x/\partial t$ は厳密には明確でない。しかし、前述のとおり $\theta_c \approx \theta'_c$ の関係があり、また図2.4.6での点M₁と点M₂の距離はかなりの大きさにあるものと考えられるので、このような水分量に対しても式(2.4.113)の関係が成立することになる。従って、 $\theta_c > \theta > \theta'_c$ に対してつぎの関係が保持される。

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dK(1-A)}{d\theta} \quad \text{上で、} \quad \theta = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (2.4.117)$$

この範囲では、図2.4.5より $d^2K(1-A)/d\theta^2 < 0$ であるので、時間とともにこの区間は引き延ばされることになる。なお、上式は $\theta = \theta_c$ と $\theta = \theta'_c (= \theta_*)$ の間の領域に対し、つぎに示すように水分の連続条件が満たされている。

$$\{v\}_c - \{v\}'_c = \{K(1-A)\}_c - \{K(1-A)\}'_c = \int_{\theta'_c}^{\theta_c} \frac{\partial x}{\partial t} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.4.118)$$

結局、図 2.4.6 を参照にして水分量分布は重力方向に、(i) $\theta = \theta_1$ の擬飽和域、(ii) 水分量分布がほぼ固定されて式 (2.4.111) で与えられ、そこにおいて、 $\theta = \theta_{c+}$ で $\partial\theta/\partial x \approx 0$ となるような $\theta_1 > \theta > \theta_c$ の領域、(iii) 水分量が数学的に特性曲線上で移動 (式 (2.4.117)) し、 $\theta = \theta_{c-}$ と $\theta = \theta'_{c+}$ で $\partial\theta/\partial x \approx 0$ である $\theta_c > \theta > \theta'_c$ の引き延ばされる領域、(iv) $\theta = \theta'_c$ の transmission zone とその先端の一定の速度 $\{K(1-A)\}'_c/\theta'_c$ と一定の形状をもつ wetting front の領域、とによって構成される。なお、(ii)、(iii)、(iv) の全領域を本論文では不飽和域と呼んでいる。

(2) 第2次近似解の特性

2.4.3(2)で導いた第2次近似解 (前述に従って形式的に $\varepsilon \rightarrow 0$ 、 $\rho_a/\rho_w \rightarrow 0$ とした場合) の十分時間が経った段階での特性を検討するが、(1)で述べたと同様な理由で砂層厚は十分に大きいものとする。

1) 浸透強度

ここで対象としている段階における wetting front は十分に深くまで発達している。そこで、この深さをも表す式 (2.4.69) に着目すると、式 (2.4.58) で与えられる x_1 がとくに大きくなる限り (2.4.6(1)で保証される)、式 (2.4.69) の被積分関数はある水分量 θ'_* で十分に大きな値をとることになり、 $D(1-A)$ がとくに大きな値とはならないことを考慮すると、つぎの関係式がえられる。

$$K'_*(1-A'_*) - \theta'_* \left(\frac{dx_1}{dt} \right)_{0\infty} - \left\{ f'_\infty - \theta_1 \left(\frac{dx_1}{dt} \right)_{0\infty} \right\} I'_* \approx 0 \quad \cdots (2.4.119)_1$$

$$\text{すなわち、} f'_\infty \approx \frac{K'_*(1-A'_*)}{I'_*} - \left(\frac{\theta'_*}{I'_*} - \theta_1 \right) \cdot \left(\frac{dx_1}{dt} \right)_{0\infty} \quad \cdots (2.4.119)_2$$

ここに、 f'_∞ と $(dx_1/dt)_{0\infty}$ はこのような状況での f と $(dx_1/dt)_0$ であり、添字 $'_*$ は $\theta = \theta'_*$ の値を意味する。 x_1 が十分に大きな値にはならないという条件は、式 (2.4.58) で式 (2.4.25) を用いると $\beta_c \hat{K}$ は有限値をとるので、 f'_∞ が $f'_\infty \approx \alpha_c \hat{K}$ とはならないことに一致する。また $(dx_1/dt)_{0\infty}$ はつぎのようである。すなわち 2.4.1(2)で α_r と β_r は非常に早い段階で $\alpha_r \rightarrow \alpha_c$ 、 $\beta_r \rightarrow \beta_c$ となることを知ったので、この場合には $\alpha_r = \alpha_c$ 、 $\beta_r = \beta_c$ 、 $d\alpha_r/dt = 0$ 、 $d\beta_r/dt = 0$ とみなせる。よって、式 (2.4.60) で定義した $R(t)$ は $R = 0$ となる。ここで $f'_\infty \approx \{K(1-A)\}_c$ となる場合を考えると、式 (2.4.56) で定義した $W(\theta)$ は $\theta = \theta_c$ の近傍で十分大きくなるので $\int_0^{\theta_1} d\theta \int_0^{\theta_1} W d\theta$ も十分大きくなると考えられる。従って、式 (2.4.66) で以上の結果と fZ 、 $\theta_1 Z$ が有限値となることを用いると、次式の関係式をうる。

$$\left(\frac{dx_1}{dt}\right)_{0\infty} \approx 0 \quad \dots\dots\dots (2.4.120)$$

さて、 $f'_\infty \approx \{K(1-A)\}_c$ の場合、式(2.4.67)は、 W が $\theta = \theta_c$ 近傍で十分に大きくなることを考慮すると、次式で与えることができる。

$$I = \frac{\theta \int_0^{\theta_1} W d\theta + \int_0^\theta \theta W d\theta}{\int_0^{\theta_1} \theta W d\theta} \approx I_0 \begin{cases} \theta/\theta_c; \theta \leq \theta_c & \dots\dots\dots (2.4.121)_1 \\ 1 & ; \theta > \theta_c & \dots\dots\dots (2.4.121)_2 \end{cases}$$

この関係式および式(2.4.120)を式(2.4.119)₂に用いると、つぎの式をうる。

$$f'_\infty \approx \frac{\theta_c}{\theta_*'} K'_*(1-A'_*) \quad ; \quad \theta_*' \leq \theta_c \quad \dots\dots\dots (2.4.122)_1$$

$$\approx K'_*(1-A'_*) \quad ; \quad \theta_*' > \theta_c \quad \dots\dots\dots (2.4.122)_2$$

浸透強度は浸透開始時より減少過程を経て f'_∞ の状態になるので、 W の定義式(2.4.56)より分るように浸透強度は $f \geq \{K(1-A)\}_c$ の関係を満たさねばならない。従って、式(2.4.122)₂は不可となり、 f'_∞ は式(2.4.122)₁で与えられることになる。ところで、式(2.4.68)に式(2.4.120)と式(2.4.121)₁の関係をを用いて $\partial x / \partial \theta < 0$ の条件を考慮すると、 f は次式を満たす。

$$f \geq \frac{\theta_c}{\theta} K(1-A) \quad \dots\dots\dots (2.4.123)$$

上述のとおり浸透強度は減少過程を少なくとも経るので、 f'_∞ は上式右辺の最大値に一致することになる。この値は $\theta = \theta_c'$ で与えられるので、次式をうる。

$$f'_\infty \approx \frac{\theta_c}{\theta_c'} \{K(1-A)\}'_c \quad \dots\dots\dots (2.4.124)$$

上式と式(2.4.122)₁とを比較すると、 θ_*' はつぎの関係を満たす。

$$\theta_*' \approx \theta_c' \quad \dots\dots\dots (2.4.125)$$

式(2.4.122)₁は $\theta_c \geq \theta_*'$ と $f'_\infty \approx \{K(1-A)\}_c$ が条件となっていたが、 $\theta_c \geq \theta_*'$ は

式(2.4.125)より満され、また後者の条件は前述のとおり $\theta_c \approx \theta'_c$ であるので、 $\{K(1-A)\}_c / \theta_c \approx \{K(1-A)\}'_c / \theta'_c$ すなわち $f_\infty \approx \{K(1-A)\}_c \approx \frac{\theta_c}{\theta'_c} \{K(1-A)\}'_c$ が保証されたことになる。

さて、(1)で求まった式(2.4.110)の f_∞ と式(2.4.124)の f_∞' とを比較すると、 $\theta_c \approx \theta'_c$ より両者はほぼ一致することが分る。従って、第2次近似解の浸透強度の下限値は十分によい精度にある。

2) 水分量分布

式(2.4.69)に式(2.4.120)と式(2.4.121)の關係を用いると次式をうる。

$$x = x_1 - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{K(1-A) - \frac{\theta}{\theta_c} f} d\theta ; \theta < \theta_c \quad \dots\dots\dots (2.4.126)_1$$

$$x = x_1 - \int_{\theta}^{\theta_1} \frac{D(1-A)}{K(1-A) - f} d\theta ; \theta > \theta_c \quad \dots\dots\dots (2.4.126)_2$$

また、 Δ'_* を正の小さな値とし、式(2.4.126)₁ を $\theta = \theta'_* - \Delta'_*$ なる点を基準にとって示すと次式になる。

$$x - x(\theta'_* - \Delta'_*, t) = - \int_{\theta}^{\theta'_* - \Delta'_*} \frac{D(1-A)}{K(1-A) - \frac{\theta}{\theta'_*} \{K(1-A)\}'_*} d\theta \quad \dots (2.4.127)$$

なお上式では式(2.4.122)₁の關係を用いている。

さて、擬飽和域に連なる遷移域の水分量分布を与える式(2.4.126)₂ と(1)での式(2.4.111)との比較、wetting frontの分布形状を与える式(2.4.127)と式(2.2.48)の比較、およびtransmission zoneの水分量を与える式(2.4.125)と(1)での式(2.4.116)の比較を行うと、いずれも一致していることが分る。従って、水分量分布については第2次近似解は十分な精度で与えられる。

3) 水分量の移動速度

ある水分量に着目した際の移動速度 $(\partial x / \partial t)_\theta$ は式(2.4.78)の df/dt を式(2.4.70)に用いることによって与えることができる。従って、式(2.4.121)を導いたと同様な考え方によると、つぎの關係式をうる。

$$\frac{\partial x}{\partial t} \approx 0 \quad ; \quad \theta > \theta_c \quad \dots\dots\dots (2.4.128)_1$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} \approx \frac{2f_{\infty}'}{\theta_c + \theta_*'} \approx \frac{2\theta_c}{\theta_c + \theta_*'} \frac{K_*'(1-A_*')}{\theta_*'} \quad ; \quad \theta < \theta_c \quad \dots\dots\dots (2.4.128)_2$$

上式では $dx_1/dt \rightarrow 0$ の関係が用いられており、またとくに後式では式(2.4.122)₁ が用いられている。

さて、式(2.4.128)₂ は wetting front の移動速度を与えるので、同式と式(2.2.40)を比較すると、 $\theta_*' \approx \theta_c' \approx \theta_c$ であるので、両者はほぼ一致することが分る。また式(2.4.128)₁ は(2)での式(2.4.111)を t で偏微分したものに对应するので、両者は明らかに一致する。以上より、水分量の移動速度に関する第2次近似解は十分な精度で与えられることになる。

4) 空気圧の時間変化

空気圧分布を与える式(2.4.81)の両辺から擬似飽和域下端の空気圧 $p_a(\theta_1, t)$ を差引いた $\Delta p_a = p_a(\theta, t) - p_{a1}$ に着目すると、 Δp_a は式(2.4.81)右辺第2項の θ のみの関数と同第3項の ϑ と t の関数の和で与えられる。この第3項の被積分関数は式(2.4.69)右辺の被積分関数と A 倍だけ違っている。よって、式(2.4.69)から式(2.4.128)を導いたと同様な誘導過程によって、 Δp_a を t で偏微分したものはつぎのようになる。

$$\frac{\partial \Delta p_a}{\partial t} = 0 \quad ; \quad \theta > \theta_c \quad \dots\dots\dots (2.4.129)_1$$

$$\frac{\partial \Delta p_a}{\partial t} \approx \frac{K_*'(1-A_*')}{\theta_*'} A_*' \quad ; \quad \theta < \theta_c \quad \dots\dots\dots (2.4.129)_2$$

$p_a(\theta_1, t)$ すなわち p_{a1} は式(2.4.16)で与えられたが、同式中の α_r 、 ψ_1 および x_1 はここで対象としている段階では $d\alpha_r/dt = 0$ 、 $d\psi_1/dt = 0$ (式(2.4.26)参照)、 $dx_1/dt = 0$ とみなせるので、 $dp_{a1}/dt \approx 0$ となる。従って、式(2.4.129)の関係は $\partial p_a / \partial t$ の関係を表すことになる。

wetting front に沿った点での空気圧の時間変化を与える式(2.4.129)₂ と式(2.2.57)を比較すると、 $\theta_*' \approx \theta_c' = \theta_*$ であるので、 $u(\tau) = u_0 = 0$ のときのみ両者は一致することが分る。2.2.3(1)で u_0 は比較的小きな値となることが予想されたが、逆にいうと、第2次近似との対比から $u_0 = 0$ が要求されることになる。

5) 空気圧分布

2) で定義した Δ_*' を用いて、式(2.4.81)の両辺から $p_a(\theta_*' - \Delta_*', t)$ を差引き、式(2.4.121)₁ と式(2.4.122)₁ を用いると、つぎの関係をうる。

$$p_a(\theta, t) - p_a(\theta'_* - \Delta'_*, t) = \int_{\theta}^{\theta'_* - \Delta'_*} \frac{AD^*}{K} d\theta - \int_{\theta}^{\theta'_* - \Delta'_*} \frac{AD(1-A)}{K(1-A) - \frac{\theta}{\theta'_*} K'_*(1-A'_*)} d\theta$$

..... (2.4.130)

ここに、 $\theta \leq \theta'_* - \Delta'_*$ とする。

wetting front 上の相対的な空気圧分布を示す式 (2.4.130) と 2.2.3 での式 (2.2.59) とを比較すると、 $\Delta_* = \Delta'_*$ とすると $\theta_* \approx \theta'_*$ であるので、両者は十分な正確さで一致することが分る。従って、空気圧分布の第 2 次近似解は十分な精度で与えられる。

以上、十分時間が経った段階の第 2 次近似解は (1) および 2.2.3 での解析的な結果と十分な精度で一致し、また 2.4.4 で示したように比較的浸透の初期段階で同近似解は妥当性をもった。これらを考慮すると、第 2 次近似解は浸透の全時間で妥当性を有していると考えてよからう。

2.4.6 数値解による実験結果の検討²³⁾

(1) 擬似飽和域におけるパラメータ

2.4.5 の結果に従い第 2 次近似式の式 (2.4.78)、式 (2.4.69)、式 (2.4.81) を数値計算することにより、この数値解と実験結果との比較・検討を行うが、計算を行うに際してあらかじめ $\alpha(t)$ 、 $\beta(t)$ 、 θ_1 、 \hat{K} のパラメータを定めておかなければならない。従って、これらのパラメータが決れば、式 (2.4.78) は浸透強度に関する 1 階の非線形常微分方程式となっているので、これを解けば浸透強度の時間変化が決り、この関係を式 (2.4.58) を用いると擬似飽和域の発達の様子が、またこれらを式 (2.4.69) に用いると水分量分布の時間変化が決る。また同様に式 (2.4.16)、式 (2.4.17) を用いて式 (2.4.81) から空気圧分布の時間変化も決ることになる。そこで、以下ではこれらのパラメータについて検討する。

実験での擬似飽和域の発達はすでに述べた

ように正確には追跡できなかったが、 θ_1 より若干小さなば一定の水分量 (θ'_1) と考えられるものに注目して、その水分がどのように時間とともに移動していくかを K-7 砂の場合について調べたものが図 2.4.7 である。この図より θ'_1 は時間の経過とともににはば一定の値に漸近していく様子が読みとれる。ところが $\theta'_1 < \theta_1$ であるので、擬似飽和域

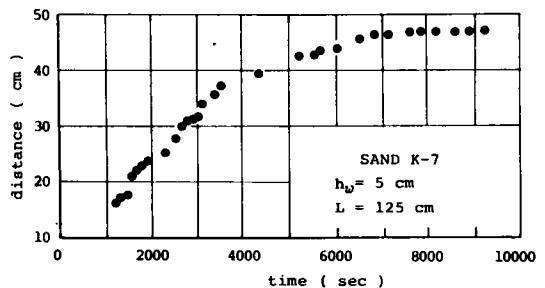


図 2.4.7 大きな一定水分量の移動状況

θ_1 は θ'_1 とはほぼ同様な変化で発達するはずである。同域の発達の様子は 2.4.5 (1) と (2) で
の結果の前提条件、すなわち時間とともに $x_1(t)$ は一定の値に漸近し、その値は十分に大き
くはないという条件を保証するものである。なお、この事実は式 (2.4.58) で、 $t \rightarrow$ 大の
とき $\beta \hat{K}$ は零にはならないので、つぎのように表すことができる。

$$t \rightarrow \text{大で、} f = \alpha_c \hat{K}, f \approx \alpha_c \hat{K} \quad \text{とはならない} \quad \dots\dots\dots (2.4.131)$$

ところで、 $x_1 > 0$ であり、 β の定義式 (2.4.17) より $\beta > 0$ となるので、 $f > \alpha \hat{K}$ の関
係が成立する。これを十分に浸透が進んだ段階で考えると、 f は式 (2.4.110) で与えられ、
 $\alpha \approx \alpha_c$ であるので、次式をうる。

$$\alpha_c < \frac{\{K(1-A)\}_c}{\hat{K}} \quad \dots\dots\dots (2.4.132)$$

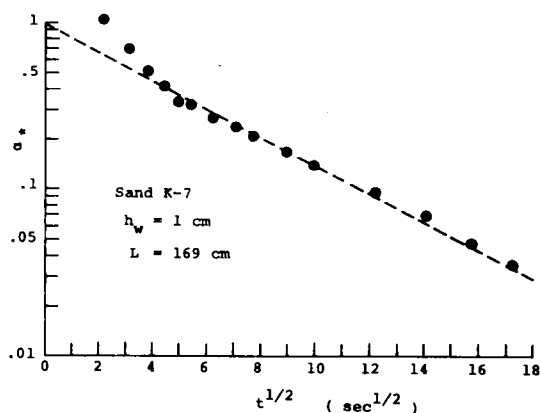
いま、 \hat{K} として後述するほぼ 90% 飽和の含水比に対する不飽和透水係数を考え上式の右辺を概
算すると、例えば K-7 砂の場合ほぼ 0.67 となる。上式は α_c の値を決める必要条件であるが、
決定条件としては非常に弱いものである。そのため、 α_c の値はア・プリオリに定めることは
できず、後述の (2) で述べる試行錯誤による方法によらねばならない。つぎに、 $\alpha(t)$ の関数
形を決めることを考えるが、まず式 (2.4.21) を介して実験結果から α_r の表現式を求める。
 $t = 0$ で $\alpha_r = \alpha_0$ とし、 α_r を $\alpha_* = (\alpha_r - \alpha_0) / (\alpha_0 - \alpha_c)$ なる量に変換して α_*
と経過時間の平方根との関係について調べる。図 2.4.8 (1)、(2) はその結果であって、 $h_w = 1$
cm、 $L = 169$ cm のそれぞれ図 2.2.4 (1) に対応する K-7 砂の場合および図 2.2.4 (2) に対応
する K-6 砂の場合である。計算ではとりあえず $\alpha_0 = 1$ とおき、 α_c の値をそれぞれ 0.28、
0.30 とした。これらの図より、浸透開始直後を除くと α_* はほぼ次式に従うことが分る。

$$\alpha_* = e^{-\lambda \sqrt{t}} \quad \dots\dots\dots (2.4.133)$$

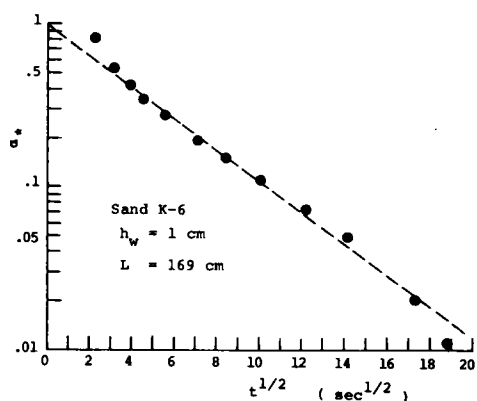
ここに、 λ は正の定数値であり、(1) の場合は $\lambda \approx 0.19 \text{ sec}^{-1/2}$ 、(2) の場合は $\lambda \approx 0.21 \text{ sec}^{-1/2}$
となる。上式を α_r で表わすと次式となる。

$$\alpha_r = \alpha_c + (\alpha_0 - \alpha_c) e^{-\lambda \sqrt{t}} \quad \dots\dots\dots (2.4.134)$$

以下では少なくとも浸透開始直後を除いて考えることにし、近似的に $\alpha_r(t)$ を $\alpha(t)$ とみな
す。



(1) K-7 砂の場合



(2) K-6 砂の場合

図 2.4.8 α_* の時間変化

$\beta_r(t)$ は 2.4.1 (2) で示したとおりある程度減少方向の変化を呈していたが、近似的に $\beta(t)$ を式 (2.4.27) の β_c に等しくおく。

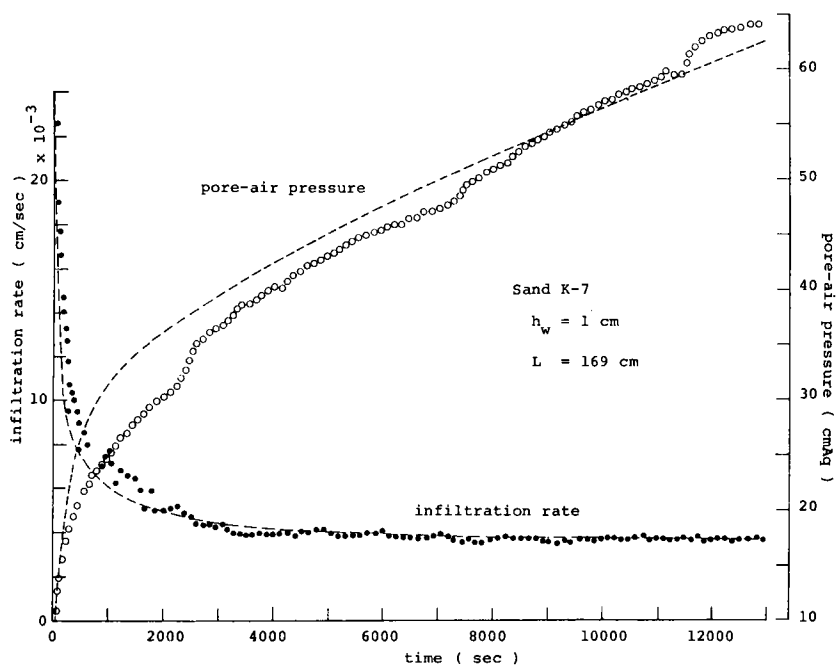
θ_1 はほぼ 90% 飽和の体積含水率を用いることにし、さらに \hat{K} については前述のとおり θ_1 に対応する不飽和透水係数の $K(\theta_1)$ を用いることにする。

透気係数についてはつぎのとおりである。透気係数の関数形は簡単な 1 つのパラメータ A を含む式 (2.2.61) で与えた。問題は A の値をどのように決めればよいかであるが、2.4.5 (2) の結果を援用してつぎのように決めた。すなわち式 (2.4.110) の関係 $f_\infty = \{K(1-A)\}_c$ を用い、十分に浸透が進んだ状況での実験における浸透強度 f_∞ を表 2.2.2 より例えば K-7 砂の場合 3.5×10^{-3} cm/sec と設定した後、 A の値を種々変化させて $\{K(1-A)\}_c$ の値がこの f_∞ の値にはほぼ等しくなるような A の値を選ぶことにした。その結果、K-7 砂の場合 $A = 1.8$ 、K-6 砂の場合 $A = 1.9$ となった。

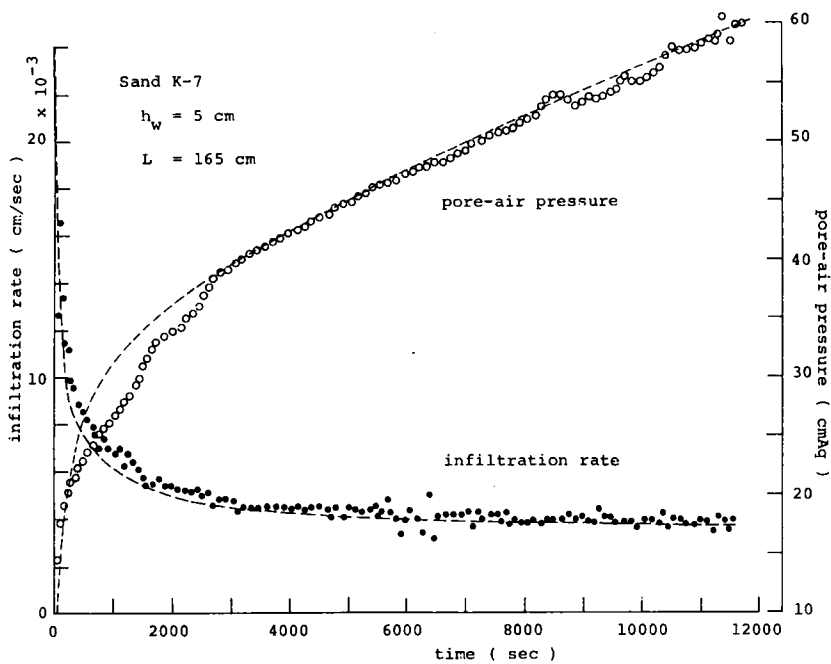
最後に、 ψ_e は前述のとおり air entry value あるいは water entry value に対応するが、後述 (2) の検討では water entry value を用いた方が空気圧の実験値と計算値とがよく合致するという結果をうる。なお、浸透強度と wetting front の深さについては、例えば K-7 砂の場合 $|\psi_e|$ を 20 cmAq の water entry value の絶対値より大きな値の 25 cmAq に変えてもほとんど差は認められないことが分っている。

(2) 計算値と実験値との比較・検討

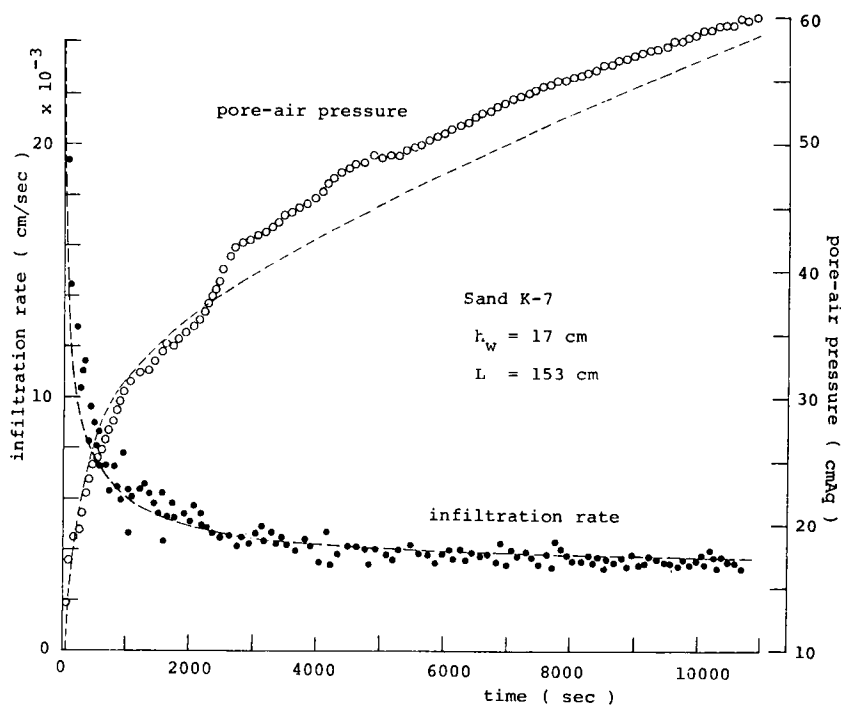
図 2.4.9 (1)、(2)、(3) は K-7 砂を用いた場合の浸透強度と湛水深を差引いた砂層底部での空気圧に関する計算値と実験値との比較であって、それぞれ $h_w = 1$ cm、 $L = 169$ cm の場合、



(1) $h_w = 1$ cm、 $L = 169$ cm の場合



(2) $h_w = 5$ cm、 $L = 165$ cm の場合



(3) $h_w = 17$ cm, $L = 153$ cm

図 2.4.9 浸透強度、空気圧の実験値と計算値の比較

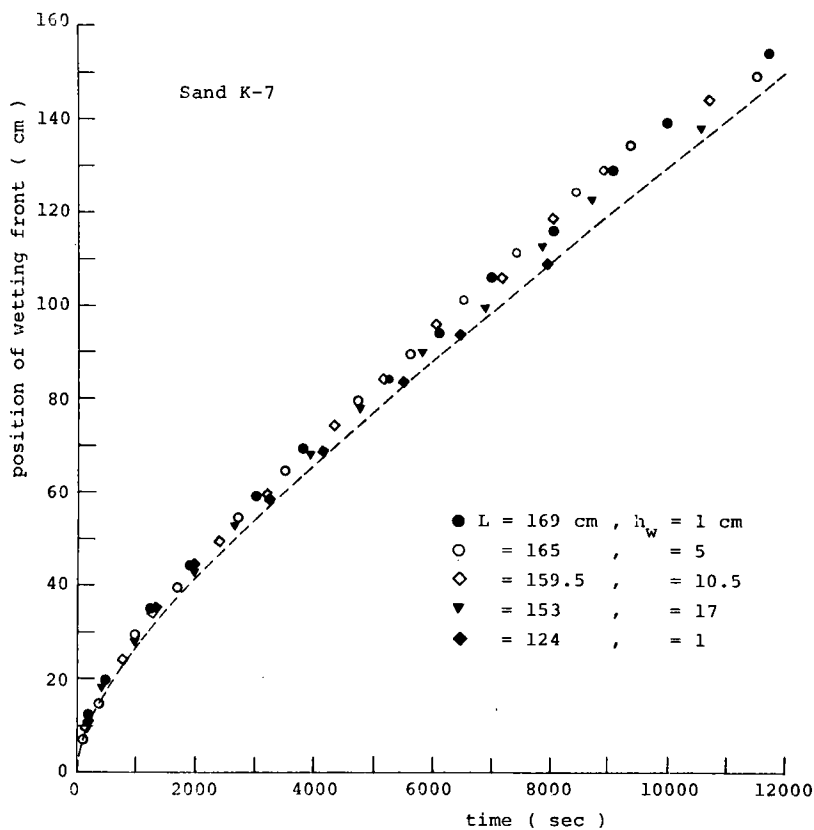
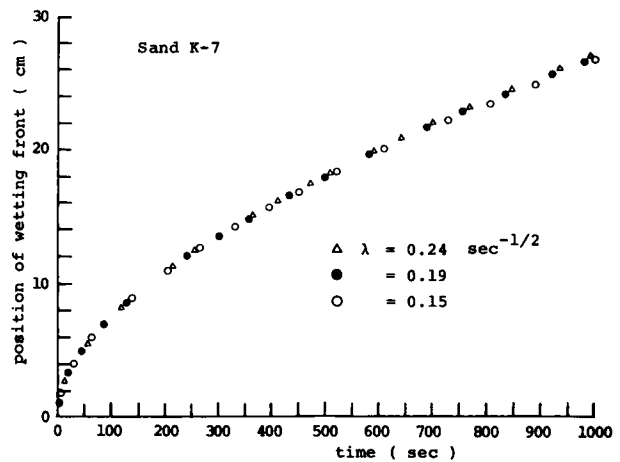


図 2.4.10 wetting frontの深さの実験値と計算値との比較

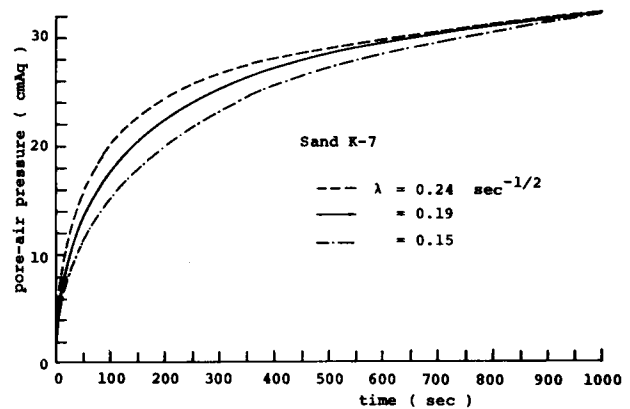
$h_w = 5 \text{ cm}$ 、 $L = 165 \text{ cm}$ の場合および $h_w = 17 \text{ cm}$ 、 $L = 153 \text{ cm}$ の場合である（図 2.2.4 (1) に対応）。また計算値は破線で示されており、計算空気圧は式（2.4.81）の p_a を、 δ を十分小さな値として、 $\theta \rightarrow \delta$ として求めた。図 2.4.10 は同様に K-7 砂の場合の wetting front の深さの時間変化の計算値と実験値との比較であって、前図の実験例および他の実験条件の場合について示した。なお、wetting front は $\theta = 0.15$ で代表させており、また計算値は前図と同様破線で示した。これらの計算では(1)で述べた $\lambda = 0.19 \text{ sec}^{-1/2}$ 、 $\alpha_c = 0.28$ なる値を用いているが、 α_c の決定法はつぎのとおりである。図 2.4.11(1)、(2) は $\alpha_c = 0.28$ とし、 $\lambda = 0.24, 0.19, 0.15 \text{ sec}^{-1/2}$ の 3 例についての計算値であって、それぞれ $\theta = 0.15$ を wetting front とみなし

た場合の深さおよび砂層底部に対応する空気圧の変化を示す。これらより、wetting front については λ の値の変化による影響はほとんど認めることができず、また空気圧については浸透初期に現われた λ の値の大小による差が時間とともになくなることが分る。ところで、 λ の値を $0.19 \text{ sec}^{-1/2}$ に固定して α_c の値を $0.2 \sim 0.4$ の範囲で変化させたところ、 α_c の値の大小による計算値の影響はとくに砂層底部の空気圧に対して顕著となることが分っている。そこで、これらの事実を考慮して、とりあえず λ の値を $0.19 \text{ sec}^{-1/2}$ に固定し、 α_c の値を適当に変化させて計算し、計算空気圧が実験空気圧とはほぼ合致するような α_c の値を選んだ。

K-6 砂を用いた $h_w = 1 \text{ cm}$



(1) wetting front の深さ



(2) 空 気 圧

図 2.4.11 λ の値が計算値に及ぼす効果

$L = 169$ cm の場合、 $h_w = 9.6$ cm、 $L = 160.4$ cm の場合および $h_w = 18.5$ cm、 $L = 151.5$ cm の場合（図 2.2.4(2)に対応）の同様な比較が図 2.4.12、図 2.4.13 であって、それぞれ図 2.4.9、図 2.4.10 に対応する。計算では、 $\lambda = 0.21 \text{ sec}^{-1/2}$ 、 $\alpha_c = 0.3$ の値を用いた。

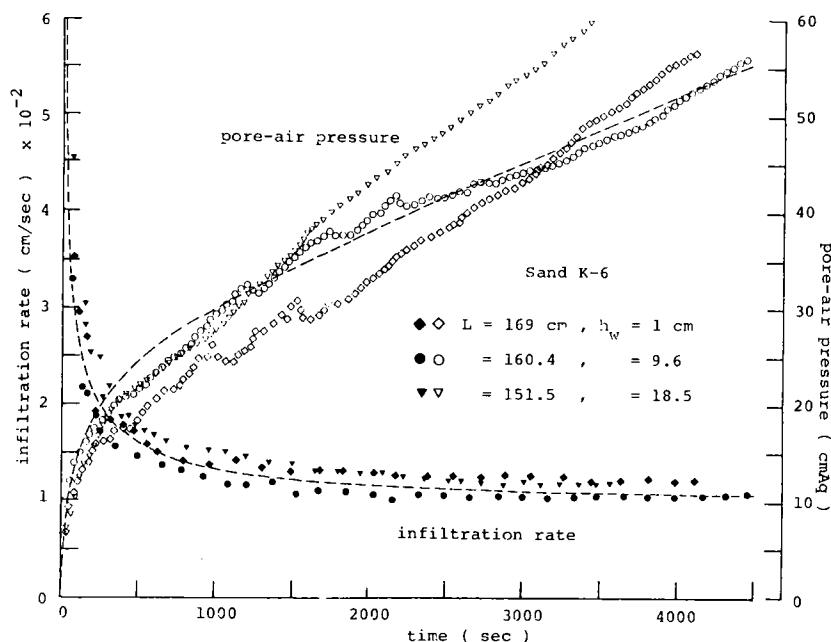


図 2.4.12 浸透強度、空気圧の実験値と計算値との比較

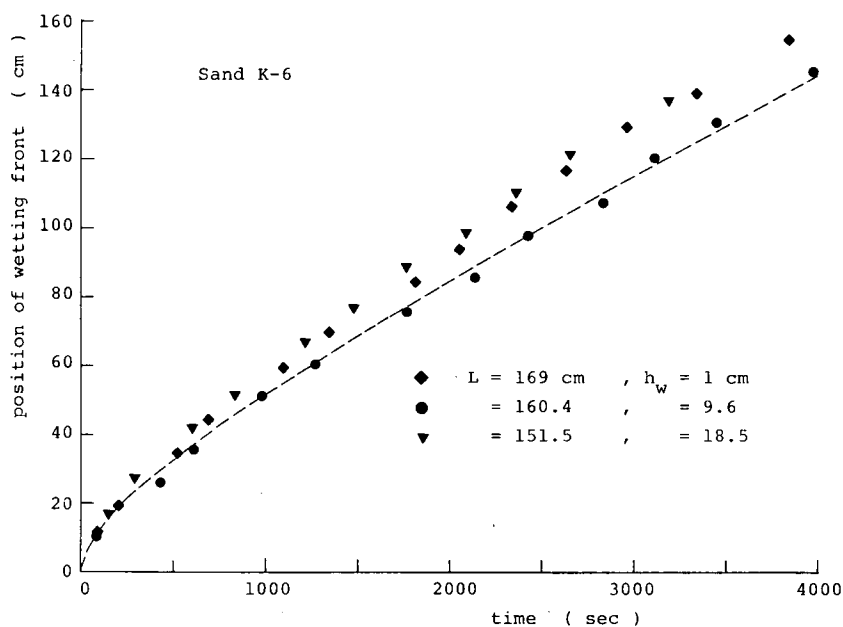
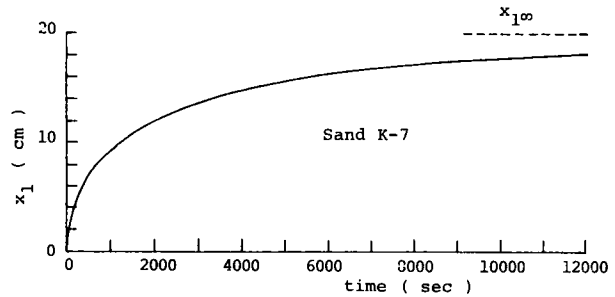


図 2.4.13 wetting front の深さの実験値と計算値との比較

さて、図 2.4.14 は計算での擬似飽和域の発達の様子を示したものである。上記で決めた α_c の値は明らかに式 (2.4.132) の条件を満たしているので、図で認められるように $x_1(t)$ はある上限値 $x_{1\infty}$ (図中の破線)



に漸近する特性が生じることになる。ここで、この $x_{1\infty}$ を求めることに

図 2.4.14 計算による擬似飽和域の発達状況

し、式 (2.4.58) に $\alpha_r \rightarrow \alpha_c$ 、 $f \rightarrow \{K(1-A)\}_c$ および式 (2.4.27) より決る β_c を用いて $\beta_r \rightarrow \beta_c$ とすると、次式をうる。

$$x_{1\infty} = -\alpha_c \hat{K} \frac{\psi_c / (1 - \alpha_c)}{\{K(1-A)\}_c - \alpha_c \hat{K}} \quad \dots\dots\dots (2.4.135)$$

K-7 砂、K-6 砂の場合、上式の右辺の値を計算すると、それぞれはほぼ 20 cm、17 cm となる。図 2.2.11 の水分量分布図で十分に浸透が進んだ段階での擬似飽和域の深さはいずれも大略 20 cm となっており、この値は計算値とはほぼ一致する。

最後に、計算における $K_a(\theta_1)$ と \hat{K}_a との大きさについて検討しておく。式 (2.4.9) を \hat{K}_a について整理すると次式となる。

$$\hat{K}_a = \frac{\alpha_r}{1 - \alpha_r} r \hat{K} \quad \dots\dots\dots (2.4.136)$$

前述に従い上式の右辺を $\alpha_r \rightarrow \alpha_c$ 、 $r \rightarrow 1$ としたものと $K_a(\theta_1)$ との比をとると、K-7 砂および K-6 砂の場合それぞれ $K_a(\theta_1) / \hat{K}_a \approx 3.5$ 、2.9 となる。このことより、発達段階にある擬似飽和域での内部空気の放出に関する抵抗は不飽和域でのものと比べかなり小さくなっている。湛水浸透の場合に生起する擬似飽和域は比較的浅いところまでしか発達しないが、擬似飽和域は空気の放出について非常に重要な役割をもつことになる。また式 (2.4.40) より $1-A = K_a / (K + K_a)$ の関係式がえられるので、これを $\theta = \theta_1$ で考えると、K-7 砂、K-6 砂のいずれの場合にも $1-A \approx 0.6$ となる。 $\{K_a / (K + K_a)\}_{\theta = \theta_1}$ は式 (2.4.9) で $r \rightarrow 1$ 、 $\hat{K}_a \rightarrow K_a(\theta_1)$ 、 $\hat{K} \rightarrow K(\theta_1)$ とした α_r に一致するので、従って擬似飽和域の形成段階は α の値が少なくとも大略 0.6 から α_c (≈ 0.3) へと移行する過程にあるといえ、また現象面から同域の空気抵抗が増大する過程としても捉えることができよう。

結局、誘導された方程式による計算結果は、K-7 砂、K-6 砂のいずれの場合についても実験結果とよく合致するということがいえる。

2.4.7 水分の再分配実験における擬似飽和域と空気圧との関係^{22), 27)}

これまでの考察により、擬似飽和域内の機構がほぼ明確になった。そこで、ここでは応用例として 2.3 で述べた湛水浸透の途中で浸透面からの給水がなくなった以降のいわゆる水分の再分配の状況に注目し、その際の空気圧の挙動と擬似飽和域との関連について検討を行う。

(1) 実験方法

底部を底板で密閉した長さ 170 cm の 2.2.1 で述べたものと同様な円筒に、図 2.2.2 で示した気乾状態の砂を充填し約 169 cm の単一柱あるいは二層柱を作り、その砂層表面に湛水深がほぼ 1 cm となるようにして 2.2.1 と同様な給水方法で実験を行った。そして、wetting front が円筒の底面に達する前のある時間、とくに二層砂柱の場合は wetting front が下層にある程度進んだ時間で上方からの給水を停止し、その後の水分量分布および砂層底部の空気圧の変化を 2.2.1 と同様な方法で計測した。なお、浸透面および二層砂柱の場合の層境界面は水平である。

(2) 実験結果の概要

1) 単層の場合

図 2.4.15 は K-7 砂を用いた単層実験での水分量分布の変化を示した一例であり、図 2.4.16 は空気圧の変化を、実験開始時までの総給水量、すなわち給水高 (S) の異なる 3 つの実験について示したものである。ここに実験開始時とは、湛水浸透において砂層表面上に形成されていた湛水が給水を停止した後なくなる時間のことであり、また時間原点はこの時間にとっている。また図 2.4.17 は図 2.4.15 の実験において、脱水領域内 ($x = 0 \sim$ 約 50 cm) での同一含水比の伝播状況を空気圧の変化とともに示したものであり、さらに図 2.4.18 は吸水領域での wetting front の移動の様子を示している。また、図 2.4.19 ～図 2.4.22 は K-6

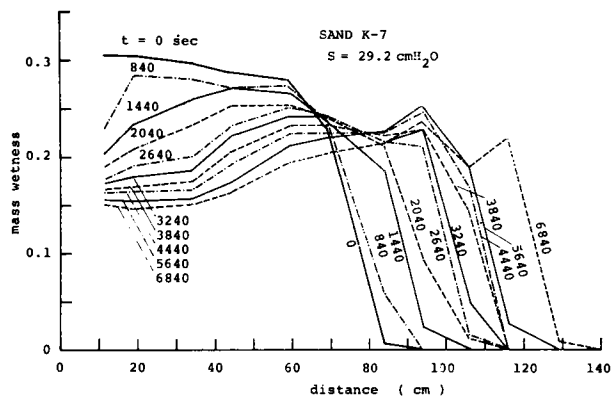


図 2.4.15 水分量分布の時間変化

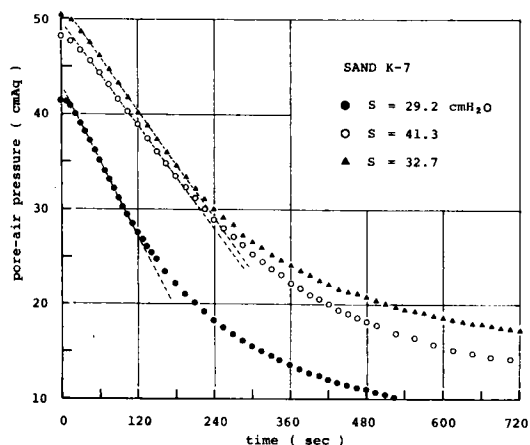


図 2.4.16 空気圧の時間変化

砂の場合の実験結果であって、それぞれ図 2.4.15 ～図 2.4.18 に対応している。以上の実験結果より大略つぎのことがいえる。すなわち、給水停止後の脱水は砂層表面より始まり順次下方へ進行するが、その際図 2.4.15 と図 2.4.19 の実験では、それぞれ $x = 69$ cm、 $x = 59$ cm の計測点での水分量は 3600 sec 900 sec 程度まで変化せずほぼ一定値を保っている。その間、吸水領域はあたかもそれぞれ $x = 69$ cm、 $x = 59$ cm の水分量が固定された状態で wetting front の進行によって形成されていき、その伝播速度はほぼ一定値 ω_f となっているが、時間とともに減少する傾向を示す。なお、 $x \approx 69$ cm、 $x \approx 59$ cm の位置で認められたような水分特性を示す点を Youngs^{28), 29)} に従って遷移点 (transition point) と呼び、その位置を x_m 、その水分量を θ_m と記すことにする。また、上述の特性はある程度以上の給水高がある場合には、開放浸透実験の場合を含めて他の単層実験でも同様に認められた。

そこで、図 2.4.15 と図 2.4.19 の場合の実験値を詳細に調べると、それぞれ $\omega_f \approx 9.4 \times 10^{-3}$ cm/sec、 $\theta_m \approx 0.34$ および $\omega_f \approx 2.8 \times 10^{-2}$ cm/sec、 $\theta_m \approx 0.37$ となる。 $\theta = \theta_m$ での $K(1-A)/\theta$ の値はそれぞれ $9.0 \times$

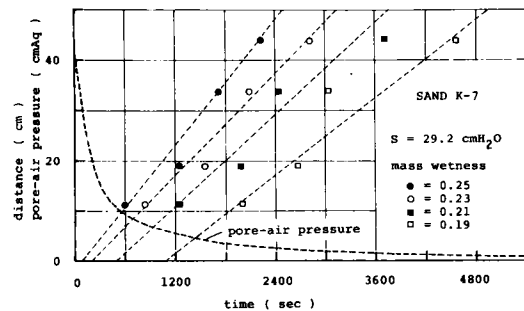


図 2.4.17 脱水域での水分の移動

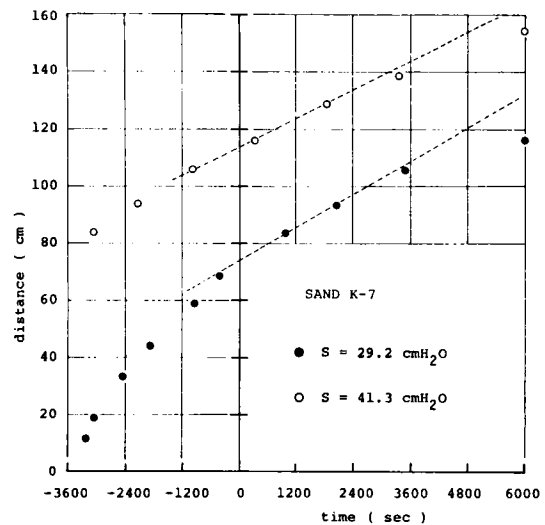
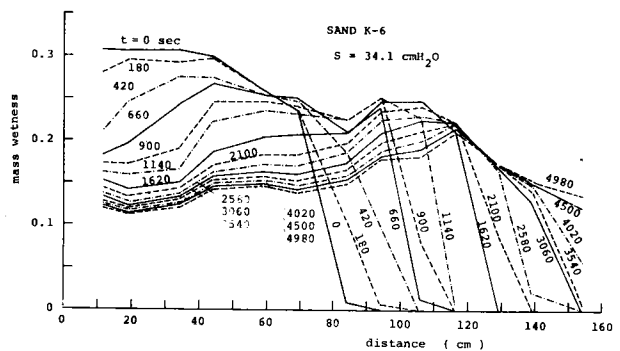


図 2.4.18 吸水域での水分の移動



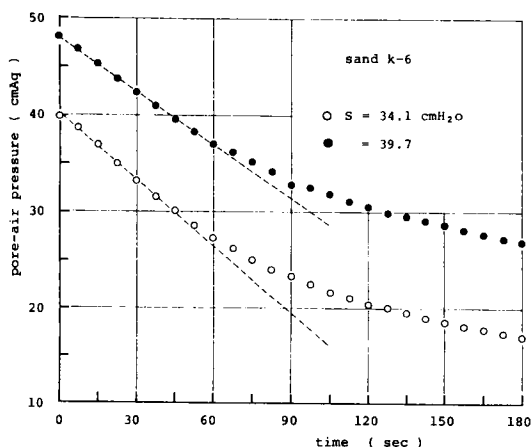


図 2.4.20 空気圧の時間変化

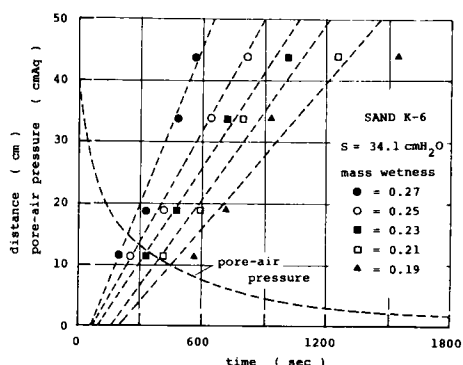


図 2.4.21 脱水域での水分の移動

10^{-3} 、 2.6×10^{-2} cm/secとなるので、 $\omega_f = \{K(1-A)/\theta\}_{\theta=\theta_m}$ の関係がほぼ成立することになる。この結果は、式(2.2.40)の関係を考慮すると、吸水領域では一定の形状をもつ wetting front が一定の速度ではば移動していることを意味する。また、 θ_m の値は前述した $K(1-A)/\theta$ が最大値をとる水分量 θ'_c にはば等しくなっている。

2) 二層砂層の場合

上層がK-5砂で下層がK-7砂よりなる二層砂柱の場合の実験結果はすでに図2.3.11と図2.3.12で一部記載したが、上層厚 $L_u = 64$ cm、下層厚 $L_l = 105$ cm の場合の水分量分布は図2.4.23のとおりである。このような砂の組合せによる実験では、図2.2.2の粒度分布図より分るように上層と下層の粒径差が著しく大きいので、3.3で示すように給水停止後よりある時間の間では上層での層境界上のある範囲の水分領域が下層に対してほぼ湛水深的な効果を示すことが予想される。水分量分布図を詳細に調べると、この効果がなくなる時間は $L_u = 24.5$ cm の場合は 900 sec、 $L_u = 64$ cm の場合は 2700 sec 程度となることが分り、また後者の場合には実験開始時よりこの時間の間で擬似飽和域の発達が下層で認められる。図2.4.24は wetting front の移動の様子を示したものであるが、これより移動速度は $L_u = 24.5$ cm

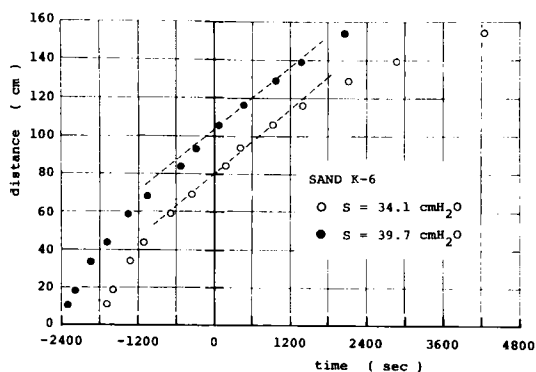


図 2.4.22 吸水域での水分の移動

の場合には $t = -1800 \text{ sec} \sim 3600 \text{ sec}$ の範囲では一定の値を示し、また、2.3.3(1)で述べたように、下層に発達していた擬似飽和域がなくなると考えられる時間 2700 sec 付近より、それまでの値と比べしだいに小さい値へと変化していく様子がうかがえる。

そこで、湛水深の効果なくなる時間以降で擬似飽和域が存在している時間帯に注目すると、 $L_u = 24.5 \text{ cm}$ の場合は明確でないが、 $L_u = 64 \text{ cm}$ の場合 $x = 94 \text{ cm}$ の測定点近傍に遷移点の存在が認められ、 $\theta_m \approx 0.36$ となっている。またこの場合の ω_f の値は図 2.4.24 より $9.4 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ となるが、単層の場合と同様に $\theta = \theta_m$ での $K(1-A)/\theta$ の値を調べると $9.3 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ となり、 ω_f の値にはば一致することが分る。従って、wetting front の移動特性は単層の場合と同様になる。

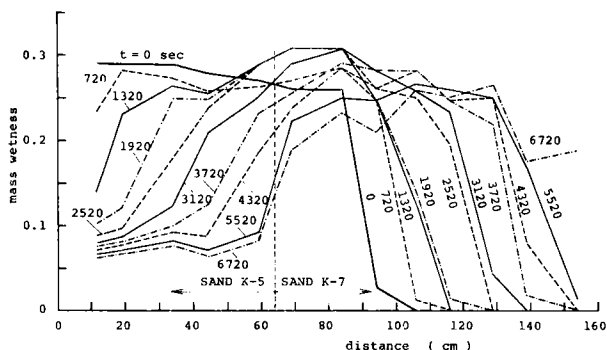


図 2.4.23 水分量分布の時間変化

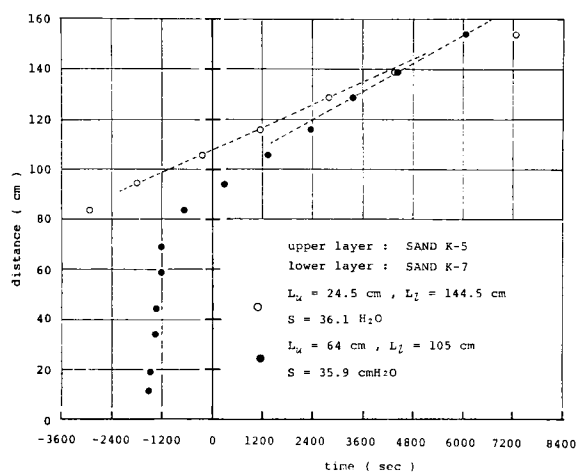


図 2.4.24 吸水域での水分の移動

(3) 空気圧の時間変化に関する考察

1) 関係式の誘導

(2)で述べた実験結果のうち擬似飽和域が存在している状態を対象にして、図 2.4.25に模式的に示した水分の再分配の状況を想定する。このモデルは擬似飽和域の下端 x_1 より遷移点 x_m までの領域（これを遷移領域と呼ぶ）での水分量分布は不変とし、wetting front は θ_m を最大値にして一定の速度 ω_f で形状を保持して移動していくものとする。また便宜上、wetting front の巾を一定の $\Delta (>0)$ とし、この上・下端の座標をそれぞれ $x_f + \Delta$ 、 x_f とする。さらに、脱水領域（この場合には擬似飽和域に対応する）での脱水は砂層表面より順次下方へと進行するものとする。ところで、このような遷移領域での水分状況、遷移点の存在および脱水の状況は、空気閉塞を伴わない場合の水分の再分配に対して Youngs^{28), 29)}

によって物理的な説明が与えられたが、その基礎になる前提条件はつぎのようである。すなわち、boundary wetting curve (b.w.c.) に沿って吸水を続けてきたサンプルがある水分量 θ_r で吸水を停止し、その後は脱水過程へと移行するとき、primary drying curve (p.d.c.) は毛管ポテンシャルの軸に平行で boundary drying curve (b.d.c.) と交差をする点まで進んだ後、boundary drying curve に沿って変化するという図 2.4.26 に示した土壌水分特性曲線を考えることであった。

さて、この drying curve の特性を仮定することにして遷移領域に注目すると、同域での水と空気の流れはこの場合においても、それぞれ式 (2.2.9) および式 (2.2.10) に従うはずである。よって、前式で式 (2.2.11) の関係を考慮し、また後式で前述のとおり $\partial p_a / \partial x - \rho_a / \rho_w \approx \partial p_a / \partial x$ とおき、両辺から $\partial p_a / \partial x$ を消去すると次式をうる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 1 - v \left\{ \frac{1}{K} + \frac{1}{K_a} - \frac{1 + (v_a/v)}{K_a} \right\}$$

..... (2.4.137)

上式の v_a と v の関係は、 $v \cdot v_a < 0$ であり、また $1 \gg 1 + (v_a/v)$ と考えてよいので、この近似を上式に用いると次式をうる。

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = 1 - v \left(\frac{1}{K} + \frac{1}{K_a} \right) = 1 - \frac{v}{K(1-A)} \quad \text{..... (2.4.138)}$$

ここでの ψ は θ のみの関数とみなすことはできず、 θ 以外に t にも依存することになる。よって、上式はつぎのように変形される。

$$\frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \left\{ 1 - \frac{v}{K(1-A)} \right\} / \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \text{..... (2.4.139)}$$

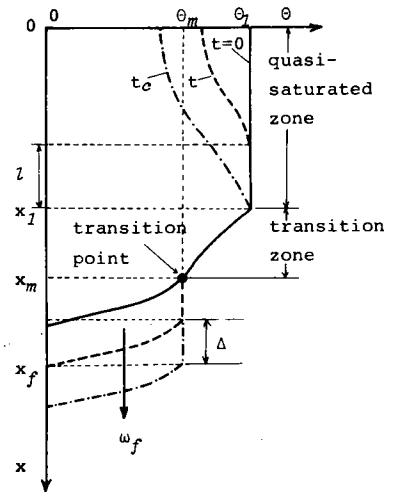


図 2.4.25 水分量分布の模式図

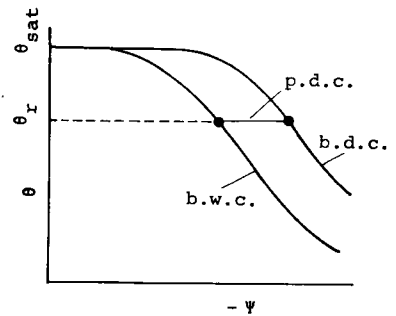


図 2.4.26 水分特性曲線の模式図

遷移領域での水分量分布は固定されているので、 $\partial\theta/\partial x$ は θ の関数となり、またこの特性を考慮すると水分の連続式より v は t のみの関数となることが分る。ところで実験的に v はほぼ一定の値になっていたのも、上式の右辺はほぼ θ のみの関数で与えられることになる。また $x = x_m$ での ψ は一定値をとるので、 v がほぼ一定となっている範囲における $x = x_1$ での ψ はほぼ一定になっていることになる。

以上のことを考慮すると、式(2.4.39)はつぎのように修正される。

$$\frac{\partial p_a}{\partial x} = -\frac{D^*A}{K} \frac{\partial\theta}{\partial x} + A(1-\varepsilon) \quad \dots\dots\dots (2.4.140)$$

ここに、 D^* は $x > x_m$ では従来どおりの水分の拡散係数を、 $x_m > x > x_1$ では式(2.4.139)の $\partial\psi/\partial\theta$ を用いた $K(\theta) \cdot \partial\psi/\partial\theta$ を意味する。なお上式では式(2.4.52)を用いた。そこで、上式を t を固定して x につき区間 (x_1, L) で積分すると次式をうる。

$$p_{aL} = p_{a1} + \int_{x_1}^L A(1-\varepsilon) dx - \int_{x_1}^L \frac{D^*A}{K} \frac{\partial\theta}{\partial x} dx \quad \dots\dots\dots (2.4.141)$$

ここに、 L は砂層厚である。ところで、上式中の積分項はつぎのように近似できる。

$$\int_{x_1}^L A dx = \left\{ \int_{x_1}^L A dx \right\}_{t=0} + A_m \omega_f t \quad \dots\dots\dots (2.4.142)$$

$$\int_{x_1}^L \frac{D^*A}{K} \frac{\partial\theta}{\partial x} dx = \left\{ \int_{x_1}^L \frac{D^*A}{K} \frac{\partial\theta}{\partial x} dx \right\}_{t=0} \quad \dots\dots\dots (2.4.143)$$

ここに、添字 m は $\theta = \theta_m$ での値を意味する。また、給水停止前の浸透時間を $\alpha(t)$ 、 $\beta(t)$ がそれぞれ α_c 、 β_c で与えられる程度の長さとする(1)での実験例はこの条件を満たす)と、式(2.4.4.)～式(2.4.6)より式(2.4.7)を導いたと同様の考え方に従い、式(2.4.17)と式(2.4.27)を考慮することによって p_{a1} はほぼ次式で与えられる。

$$p_{a1} = (1-\alpha_c) \cdot l(t) - \psi_e + \delta p_{a1} \quad \dots\dots\dots (2.4.144)$$

ここに、 l は擬似飽和域の長さで、 $t=0$ のとき $l = x_1$ となり、また δp_{a1} は $x = x_1 - l$ での $p_w + \alpha_c(p_a - p_w)$ の値を意味し一定値と考えられるものである。

式(2.4.141)を $t=0$ で考えた場合の式を式(2.4.141)から差引き、式(2.4.142)、式(2.4.143)の関係を考慮すると次式となる。

$$p_{aL}(t) = p_{aL}(0) - p_{a1}(0) + p_{a1}(t) + A_m \omega_f t \\ + \left\{ \int_{x_1}^L A \varepsilon dx \right\}_{t=0} - \int_{x_1}^L A \varepsilon dx \quad \dots\dots\dots (2.4.145)$$

これに式(2.4.144)の關係を用いると次式をうる。

$$p_{aL}(t) = p_{aL}(0) - (1 - \alpha_c) \cdot (x_1 - l) + A_m \omega_f t \\ + \left\{ \int_{x_1}^L A \varepsilon dx \right\}_{t=0} - \int_{x_1}^L A \varepsilon dx \quad \dots\dots\dots (2.4.146)$$

また、擬似飽和域が消滅する($l \rightarrow 0$)時間を t_c と記し、この時間と v がそれまでの一定値より漸変を始める時間とが等しいと考え、上式を $t \rightarrow t_c$ とすると次式をうる。

$$p_{aL}(t_c) = p_{aL}(0) - (1 - \alpha_c) x_1 + A_m \omega_f t_c \\ + \left\{ \int_{x_1}^L A \varepsilon dx \right\}_{t=0} - \left\{ \int_{x_1}^L A \varepsilon dx \right\}_{t=t_c} \quad \dots\dots\dots (2.4.147)$$

いま、 $l(t)$ に対して、図2.4.17、図2.4.21で述べたある水分量に着目したときのその移動に関する特性が $\theta = \theta_1$ まで拡張できるものと考え、次式が成立する。

$$l(t) = x_1 - C_1 t \quad \dots\dots\dots (2.4.148)$$

ここに、 C_1 は擬似飽和域の移動速度で正の一定値である。これを式(2.4.146)に代入すると次式をうる。

$$p_{aL}(t) = p_{aL}(0) - \{ (1 - \alpha_c) C_1 - A_m \omega_f \} t \\ + \left\{ \int_{x_1}^L A \varepsilon dx \right\}_{t=0} - \int_{x_1}^L A \varepsilon dx \quad \dots\dots\dots (2.4.149)$$

さて、式(2.4.147)、式(2.4.149)には式(2.4.41)より分るように $(\partial p_a / \partial t)_x$ の影響を含む ε の項が入っている。ここで対象としている時間帯では図2.4.16、図2.4.20等より空気圧の時間変化が急激である。そのことは式(2.4.147)、式(2.4.149)において ε の

項が他の項に比べどの程度の大きさであるかを検討することが必要であることを意味するので、つぎに ε の項のオーダーを調べた結果について述べる。式(2.4.149)の右辺の第3項以降の表現は、 ε に含まれる $(\partial p_a / \partial t)_x$ はほぼ空間的に一様であると仮定して $x=L$ での dp_{aL}/dt で代表させ、また $t=0$ と $t=t_c$ との間の dp_{aL}/dt は一定であるとする、冗長な演算を経て、結局次式が与えられる。

$$\left\{ \int_{x_1}^L \varepsilon A dx \right\}_{t=0} - \int_{x_1}^L \varepsilon A dx \approx - \frac{x_f - x_f(0)}{(K_a + K)_m} \frac{dp_{aL}/dt}{P_{a0}} \times$$

$$\left[\theta_{sat} \left\{ L - \frac{x_f + x_f(0) - \Delta}{2} \right\} + \theta_m \left\{ \Delta + x_m - \frac{x_f + x_f(0)}{2} \right\} \right.$$

$$\left. - \theta_{sat} \frac{x_m - x_1}{2} \cdot \left\{ 1 + \frac{(K_a + K)_m}{(K_a + K)_1} \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (2.4.150)$$

ここに、 $(K + K_a)_1$ は $\theta = \theta_1$ での $K + K_a$ の値を意味する。上式右辺のオーダーを図2.4.15、図2.4.19の単層の場合、図2.3.11、図2.4.23の二層の場合について調べてみるといずれも 10^{-1} cmAq 程度となったので、式(2.4.149)における ε 項の影響は10 cmAqのオーダーである p_{aL} に比べ無視できることになる。ただし、二層砂柱の場合は下層に注目したわけであるが、前述のように上層の湛水深的な効果があるのでこの効果がなくなる時点を、ここでは $t=0$ とみなすことになる。したがって、式(2.4.147)と式(2.4.149)はそれぞれ次式で近似できる。

$$p_{aL}(t_c) = p_{aL}(0) - (1 - \alpha_c) x_1 + A_m \omega_f t_c \quad \dots\dots\dots (2.4.151)$$

$$p_{aL}(t) = p_{aL}(0) - \{ (1 - \alpha_c) C_1 - A_m \omega_f \} t \quad \dots\dots\dots (2.4.152)$$

後式に着目すると、空気圧は一定の割合 $\{ (1 - \alpha_c) C_1 - A_m \omega_f \}$ で時間とともに減少することが分る。なお、式(2.4.150)を求めるに当たり、 $dp_{aL}/dt = const.$ としたが、この仮定の妥当性は上記の結果より保証されたことになる。

2) 実験値の検討

a. 単層の場合

K-7砂の単層実験の図2.4.15の場合について図2.4.16の空気圧の減少の様子を調べると、実験開始直後より120 sec程度(この時間を t_c' とする)直線的に変化しており、 $p_{aL}(0) \approx 41$ cmAq、 $p_{aL}(t_c') \approx 29$ cmAq となっている。これらの値を用いて $t_c \rightarrow t_c'$ とみなした

式(2.4.151)を調べると、 $A_m \omega_f t'_c$ の項は無視でき、 $(1-\alpha_c)x_1 \approx 12 \text{ cmAq}$ となるので、2.4.6(2)で決った α_c の値の約0.3を用いると、 $x_1 \approx 17 \text{ cm}$ となる。この値は図2.4.15において大略予想できる擬似飽和域の長さ20 cmとはほぼ一致する。また、K-6砂の単層実験の図2.4.19の場合については、 $t'_c \approx 45 \text{ sec}$ 、 $p_{aL}(0) \approx 40 \text{ cmAq}$ 、 $p_{aL}(t'_c) = 30 \text{ cmAq}$ であり、同様の理由で $(1-\alpha_c)x_1 \approx 10 \text{ cmAq}$ となるので、 $\alpha_c \approx 0.3$ とすると $x_1 \approx 14 \text{ cm}$ となる。 $x = 11.5 \text{ cm}$ の水分測定で水分が減少を始める時間は t'_c とはほぼ一致することを考慮すると、 $x_1 \approx 14 \text{ cm}$ は図2.4.19より大略予想される11 cmにはほぼ一致する。なお、図2.4.16、図2.4.20に示した他の実験例についても同様な結果がえられた。

b. 二層砂層の場合

$L_u = 24.5 \text{ cm}$ の場合、空気圧の時間変化を示す図2.3.12より分るとおり実験開始後空気圧は急激な減少を示し、 $t \approx 900 \text{ sec}$ より減少割合は小さいがほぼ直線的な変化に移行して $t \approx 3000 \text{ sec}$ までその状態が保持されている。そして、図2.3.11の水分量分布より、 $t \approx 900 \text{ sec}$ は上層の湛水深的な効果がなくなる時間とはほぼ一致し、 $t \approx 3000 \text{ sec}$ は擬似飽和域が消滅する時間にはほぼ一致することが分る。他方、 $L_u = 64 \text{ cm}$ の場合にも図2.3.12より、 $L_u = 24.5 \text{ cm}$ の場合と同様に実験開始直後の急激な減少を経た空気圧は $t \approx 1800 \text{ sec}$ よりほぼ直線的な変化に移行しているが、詳細に調べると $t \approx 2700 \sim 4800 \text{ sec}$ の範囲で一つの直線的な変化を示し、 $t \approx 1800 \sim 2700 \text{ sec}$ の範囲の変化と若干異なることが分る。そして、図2.4.23より $t \approx 2700 \text{ sec}$ の時間は前述の湛水深的な効果がなくなる時間にはほぼ対応し、 $t \approx 4800 \text{ sec}$ は $L_u = 24.5 \text{ cm}$ の場合の類推より擬似飽和域が消滅する時間に対応しなければならないが図では1200 sec程度早くなっている。

そこで $L_u = 24.5 \text{ cm}$ 、 $L_u = 64 \text{ cm}$ の場合に対し、それぞれ $t = 900 \text{ sec}$ と $t = 2700 \text{ sec}$ を湛水深的な効果がなくなり始める時間とみなし、これを初期時間と考えると、その時間での空気圧 p_{aL} はそれぞれほぼ37、51 cmAqとなっており、また空気圧がその後急激な減少を始める時間 t'_c での空気圧は両者ともほぼ31 cmAqとなる。ところで、 $t_c = t'_c$ とみなした式(2.4.151)の右辺の $A_m \omega_f (t'_c - 900, \text{ or } 2700)$ は4 cmAq程度となるので、 $(1-\alpha_c)x_1$ の値はほぼ10、24 cmAqとなり、前述した $\alpha_c \approx 0.3$ を用いると、 $x_1 \approx 14, 34 \text{ cm}$ となる。 $L_u = 24.5 \text{ cm}$ の場合の $x_1 \approx 14 \text{ cm}$ は図2.3.11より予想される10 cm程度の値とはほぼ一致するが、 $L_u = 64 \text{ cm}$ の場合の $x_1 \approx 34 \text{ cm}$ は図2.4.23より予想される20 cm程度より大きいようにも考えられる。後者の20 cmの根拠は $x = 84 \text{ cm}$ の計測点までが擬似飽和域だとしたことによるが、この同域が消滅する時間は空気圧が急減する $p_{aL} \approx 31 \text{ cmAq}$ の時間より1200 secほど前であったことを考慮して、擬似飽和域がつぎの計測点の $x = 94 \text{ cm}$ 近傍まで発達していたと考えてみると、 $x_1 \approx 30 \text{ cm}$ となるので、この値は前記の $x_1 \approx 34 \text{ cm}$ にはほぼ一致する

ことになる。ちなみに測点 $x=84\text{ cm}$ に着目し、同点で擬似飽和域が消滅する時間に対応する空気圧を調べると $p_{aL} \approx 41\text{ cmAq}$ となる。そしてこの時間で式 (2.4.151) を考えると、 $(1-\alpha_c)(x_1-l) \approx 13\text{ cm}$ となるが、これに $\alpha_c \approx 0.3$ とすることによって $x_1-l \approx 17\text{ cm}$ となるので、この値は層境界面よりの測定点 $x=84\text{ cm}$ の深さの 20 cm とほぼ一致することが分る。なお、 $L_u=64\text{ cm}$ の場合、下層内に発達した擬似飽和域の厚さは 30 cm 程度となり 2.4.6(2)での $x_{1\infty} \approx 20\text{ cm}$ (式 (2.4.135)) より大きくなったが、これに関する検討は 3.3.2(1)で行われる。

以上、水分の再分配実験を対象にして図 2.4.25 で示したモデルを設定することによって、空気圧と擬似飽和域との関連について調べた。その際 C_1 の値を水分の計測より正確に決定できなかったので、 dp_{aL}/dt と $\{(1-\alpha_c)C_1 - A_m\omega_f\}$ との関係を定量的には評価できなかった。しかし、モデルから導かれる空気圧の変化を示す式 (2.4.152) の関係が、実験において定性的ではあるが満足されることが分り、また式 (2.4.151) で決まる水分の再分配が始まる時点の擬似飽和域の長さは水分量分布の実験値から推定された値とほぼ一致するという結果をえた。これらのことより、2.4.1 で想定した擬似飽和域内の浸透機構が妥当性を有していることが別の角度から証明されたことになる。

2.5 む す び

以上、底部を閉じた円筒に気乾状態の単一砂柱を作り、その表面に常に一定の湛水深があるという簡単化された条件下の実験と解析を介して、閉塞浸透機構の解明を試みたが、得られた結果を要約するとつぎのとおりである。

1) 水分量分布は浸透面直下に発達する飽和に近い擬似飽和域とその下方の不飽和域とで構成され、不飽和域の下端にはいわゆる wetting front がある。時間経過とともに擬似飽和域の発達は衰えて 7) に示すある深さまでしか延びないが、不飽和域は wetting front の下方への移動に伴って発達を続ける。

2) 間隙空気は間歇的に浸透面を通して外界へ放出され、厳密には、浸透現象は不連続となるが、一連の現象を平均的に連続事象として捉えることが可能であって、不飽和域での浸透水と空気の運動はそれぞれ一般化された Darcy 則に従い、また擬似飽和域での浸透流速とその先端での空気圧はつぎの諸式で与えられる。

$$\hat{v} = \alpha_r \hat{K} \left\{ 1 + \frac{\beta_r / \alpha_r}{x_1} \right\}, \quad p_{a1} = (1 - \alpha_r) x_1 - \psi_1 + p_{w0} - \beta_r$$

ここに、 $\alpha_r = \hat{K}_a / (\hat{K}_a + r\hat{K})$ 、 $\beta_r = \alpha_r (-\psi_1 + p_{w0} - p_{a0})$ 、 $\hat{v}_a = -r(t) \hat{v}$

3) 浸透開始後、 α_c は大略 0.6 より急減し、時間とともに一定の値 α_c (K-7 砂、K-6 砂ともほぼ 0.3) に漸近する。また β_r は浸透直後より若干減少する傾向がみられるが、近似的に ψ_e を water entry value として一定の値 $\beta_c = -\alpha_c \psi_e / (1 - \alpha_c)$ とみなせる。なお浸透の初期段階を除外すると、 $r(t)$ は $r=1$ で近似できる。

4) 擬似飽和域の形成段階は wetting front 前方の空気圧が大略 $|\psi_e|$ と湛水深 h_w の和に達するまでの過程に対応し、この過程は浸透面直下の領域内の空気抵抗が次第に増大するということから説明できる。発達段階では、擬似飽和域と不飽和域での空気移動に対する抵抗は前者の方が後者に比べて少なくとも数倍 (K-7 砂、K-6 砂では 3 倍程度) 大きくなる。

5) 不飽和域内の空気の外界への放出条件は擬似飽和域下端で与えられ、擬似飽和域の発達段階での同域下端の空気圧は次式で与えることができる。

$$p_{a1} = (1 - \alpha_c) \left(x_1 - \frac{\psi_e}{1 - \alpha_c} \right) + h_w$$

6) 浸透初期の擬似飽和域の形成過程においては近似的に次式が成立する。

$$\text{浸透強度 } f: f = \frac{S}{2} \sqrt{T}$$

$$\text{水分の移動: } x(\theta, t) = \varphi(\theta) \cdot \sqrt{T}$$

$$\text{wetting front 前方の空気圧 } p_{aL}: p_{aL} = a \cdot \ln t + b + h_w$$

定数値の S と a の値は湛水深の大小または砂層厚の大小によって一義的に決らないが、 S と a との間には S が大きくなると a が小さくなるという傾向がある。

なお、砂層内の空気圧は近似的に θ の関数と t の関数の和で与えられる。

7) 擬似飽和域が十分に発達した段階においては、浸透強度、wetting front 前方の空気圧の時間的変化割合、wetting front の形状と速度は砂層厚、湛水深に関係なくほぼ一定となり、つぎの諸式で与えられる。

$$\text{浸透強度: } f = \{K(1-A)\}_c$$

$$\text{wetting front 前方の空気圧の変化割合: } \frac{dp_{aL}}{dt} = A_c \frac{\{K(1-A)\}_c' - K_0(1-A_0)}{\theta_c' - \theta_0}$$

$$\text{wetting frontの速度: } \omega_* = \frac{\{K(1-A)\}'_c - K_0(1-A_0)}{\theta'_c - \theta_0}$$

$$\text{wetting frontの形状: } x(\theta, t) - x(\theta'_c - \Delta_*, t)$$

$$= - \int_{\theta}^{\theta'_c - \Delta_*} \frac{D(1-A)}{-(\theta - \theta_0)\omega_* + K(1-A) - K_0(1-A_0)} d\theta$$

ここに、浸透場の初期水分量は一様で、 $\theta = \theta_0$ であるが、 θ_0 はあまり大きな値ではないとしており、また Δ_* は正の小さな値である。なお、 $\theta_0 \approx 0$ のとき、 $\theta_c \approx \theta'_c$ となる。

また、このような段階での擬似飽和域は浸透面より

$$x_1 \approx -\alpha_c \hat{K} \frac{\psi_e / (1 - \alpha_c)}{\{K(1-A)\}_c - \alpha_c \hat{K}}$$

まで発達している ($K=7$ 砂、 $K=6$ 砂の場合はほぼ 20 cm) が、水分量分布は重力方向に、水分量 θ が θ_1 となる擬似飽和域、 $\theta_1 > \theta > \theta_c$ の形状がほぼ固定される部分、 $\theta_c > \theta > \theta'_c$ の $\partial x / \partial t \approx dK(1-A) / d\theta$ によって形状が引延ばされている部分、 $\theta = \theta'_c$ の

transmission zone および上記の wetting front によって構成される。

なお、wetting front に沿った空気圧は、 $\theta_0 \approx 0$ の場合には θ の関数と $\{A \cdot K(1-A) / \theta\}'_c \cdot t$ の t の関数の和で与えることができる。

参 考 文 献

- 1) Wilson, L. G. and J. N. Luthin: Effect of air flow ahead of the wetting front on infiltration, Soil Sci., Vol. 96, 1963, pp. 136-143.
- 2) Youngs, E. G. and A. J. Peck: Moisture profile development and air compression during water uptake by bounded porous bodies: 1. Theoretical introduction, Soil Sci., Vol. 98, 1964, pp. 290-294.
- 3) Peck, A. J.: Moisture profile development and air compression during water uptake by bounded porous bodies:

2. Horizontal columns, Soil Sci., Vol. 99, 1965, pp. 327-334.
- 4) Peck, A. J.: Moisture profile development and air compression during water uptake by bounded porous bodies: 3. Vertical columns. Soil Sci., Vol. 100, 1965, pp. 44-51.
- 5) 高木不折・馬場洋二: 砂柱における鉛直浸透の機構に関する研究、土木学会論文集、第144号、1967、pp. 11-19.
- 6) McWhorter, D. B.: Infiltration affected by flow of air, Hydrology Papers, No. 49, Colorado State Univ., 1971.
- 7) 例えば、Bouwer, H.: Soil water hysteresis as a cause of delayed yield from confined aquifers, Water Resour. Res., Vol. 15, 1979, pp. 965-966.
- 8) Brustkern, R. L. and H. J. Morel-Seytoux: Analytical treatment of two-phase infiltration, J. Hydraulic. Div. Amer. Soc. Civil Engrs., Vol. 96, Hy 12, 1970, pp. 2535-2548.
- 9) Sonu, J. and H. J. Morel-Seytoux: Water and air movement in a bounded deep homogeneous soil, J. Hydrology, Vol. 29, 1976, pp. 23-42.
- 10) 石原安雄・高木不折・馬場洋二: 雨水の鉛直浸透に関する実験的研究、京大防災研究所年報、第9号、1966、pp. 551-563.
- 11) 石原安雄・下島栄一: 閉塞単一砂層への雨水浸透に関する研究、京大防災研究所年報、第19号B、1976、pp. 99-122.
- 12) Philip, J. R.: The theory of infiltration: 4. Sorptivity and algebraic infiltration equations, Soil Sci., Vol. 84, 1957, pp. 257-264.
- 13) Philip, J. R.: The theory of infiltration: 6. Effect of water depth over soil, Soil Sci., Vol. 85, 1957, pp. 278-286.
- 14) 石原安雄・下島栄一: 閉塞浸透における不飽和域の解析、京大防災研究所年報、第21号B-2、1978、pp. 173-191.
- 15) Ishihara, Y. and E. Shimojima: A role of pore air in infiltration process, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 33, part 4, 1983, pp. 163-222.

- 16) 例えば、Leverette, M. C.: Capillary behaviour in porous solid, Trans. Am. Inst. Min. Metall. Pet. Eng., Vol. 142, 1941, pp. 152-169.
- 17) 例えば、Morel-Seytoux, H. J.: Introduction to flow of immiscible liquids in porous media, Flow through porous media edited by R. J. M. DeWiest, Academic Press, 1969, pp. 483-486.
- 18) Philip, J. R.: The theory of infiltration: 2. The profile of infinity, Soil Sci., Vol. 83, 1957, pp. 435-448.
- 19) 石原安雄・下島栄一: 閉塞浸透機構に関する研究(3)、一簡単なモデル実験による考察—京大防災研究所年報、第24号B-2、1981、pp. 171-182.
- 20) Elliott, G. E. P. and A. C. Riddiford: Dynamic contact angle: 1. The effect of impressed motion, J. Colloid and Interface Sci., Vol. 23, 1967, pp. 389-398.
- 21) Washburn, E. W.: The dynamic capillary flow, Phys. Rev., Vol. 17, 1931, pp. 273-283.
- 22) 石原安雄・下島栄一: 閉塞浸透機構に関する研究(2)、京大防災研究所年報、第22号B-2、1979、pp. 271-289.
- 23) 石原安雄・下島栄一: 閉塞湛水浸透の機構に関する研究、京大防災研究所年報、第25号B-2、1982、pp. 163-180.
- 24) Parlange, J.-Y.: Theory of water movement in soils: 6. Effect of water depth over soils, Soil Sci., Vol. 113, 1972, pp. 308-312.
- 25) Knight, J.H. and J.R. Philip: On solving the unsaturated flow equation: 2. Critique of Parlange method, Soil Sci., Vol. 116, 1973, pp. 407-416.
- 26) 石原安雄・下島栄一: 閉塞湛水浸透における層厚の影響について、土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集、1982.
- 27) 下島栄一・石原安雄・時松昌則: 降雨後の浸透水の移動について、土木学会第32回年次学術講演会講演概要集、1977.
- 28) Youngs, E. G.: Redistribution of moisture in porous ma-

terials after infiltration: 1., Soil Sci., Vol. 86,
1958, pp. 117-125.

- 29) Youngs, E. G.: Redistribution of moisture in porous materials after infiltration: 2., Soil Sci., Vol. 86,
1958, pp. 202-207.

第3章 二層砂層への湛水浸透に関する研究

3.1 はじめに

空気の閉塞を伴う雨水浸透で、浸透場の多層構造に注目した研究には、Vachaud・Vauclin・Khanji・Wakil¹⁾とSonu²⁾があるが、非常に少ないようである。

前者の研究のうち本章と関係があるのは、2種類の砂を用いて底部を密閉した円筒に下方より細砂・粗砂・細砂からなる三層浸透場を作り、円筒の側面を開放、密閉することによって円筒の周囲で空気の横方向の流れがある場合とない場合について、砂層表面に湛水が生起しない程度の降雨状態の給水(上・下層および中間層の飽和透水係数の値の $\frac{3}{8}$ 、 $\frac{3}{15}$ の強度)を行った実験である。その結果、wetting frontが上層内にあるときには、wetting frontの移動は側面が密閉の場合と開放の場合とはほとんど差がないが、wetting frontが中間層へ進入すると、側面密閉の場合、内部空気圧は急増し、空気の圧縮によってwetting frontの移動が遅くなり、また上層の水分量は側面開放の場合より大きくなることを示した。

一方、後者の研究は、底部を閉じた上層が細砂で下層が粗砂からなる二層砂層の上面に常に一定の湛水深があるという条件下の数値計算であって、Brustkern・Morel-Seytouxの方法の拡張によるものである。なお、空気は場の側方のみならず浸透面よりも放出されない状況を対象としている。その結果、wetting frontが層境界を通過するとき、水と空気の流量流速(重力方向を正符号として)の和が正符号のとき、浸透強度は急減し、また時間とともに上層内の水分量が減少するが、上記の和が零となると、通過時の浸透強度の変化には和が正符号の場合のような層境界の効果が明確に現われず、浸透強度はなめらかに減少することを示した。

これらの研究から、層境界の浸透に及ぼす効果の解明が重要であることが分るが、前者は記述的であり、後者は実験値との比較がなされておらず、また内部空気が放出された以降の湛水浸透状況については何ら触れられていないようであり、これらの点に着目した解明が必要となる。

3.2 上層が細砂で下層が粗砂の場合の湛水浸透

3.2.1 実験の装置及び方法³⁾

2.2.1で述べたと同様な長さ170 cmの底部を密閉した円筒を鉛直に立て、これに図2.2.2で示した気乾状態の砂を用いて上層がK-7砂で下層がK-6砂および上層がK-7砂で下層

がK-5砂よりなる厚さがほぼ169 cm の二層砂層を作り、2.2.1で述べたと同様な給水方法で砂層表面上に常に満水深がほぼ1 cm となるようにして実験を行った。浸透場の浸透面と層境界面は水平であり、また上層あるいは下層の砂層は一樣で、締固めの程度は2.2.1での単層の各場合と同じである。なお、このような浸透における間隙空気の状態を実験的に理解するために、砂層の底面が大気と接する開放浸透の場合についても実験を行った（間隙空気が閉塞されない場合）。

実験中の測定は、2.2.1で述べたと同様な方法で、水分量、浸透強度また閉塞浸透の場合には層底部での空気圧について行った。

3.2.2 間隙空気が閉塞されない場合の浸透⁸⁾

まずはじめに、円筒の下方の底を金網で置換え、砂層底部が大気と接するようにした、間隙空気が閉塞されない開放浸透の場合の実験結果について述べる。

(1) 実験結果の概要

まず、つぎのような表現についての約束を行う。すなわち、砂層の組合せに関し、例えば上層がK-7砂で下層がK-6砂からなる砂層をK-7・K-6系と記し、他についてもこれに従うものとする。また、第2章で用いた諸量が上層あるいは下層におけるものかを区別するために、例えば $K(1-A)$ が最大値をとる水分量 θ_c を上層、下層に対しそれぞれ θ_{uc} 、 θ_{lc} のように添字 u 、 l を用いて表わす。上層厚、下層厚をそれぞれ L_u 、 L_l と記す。

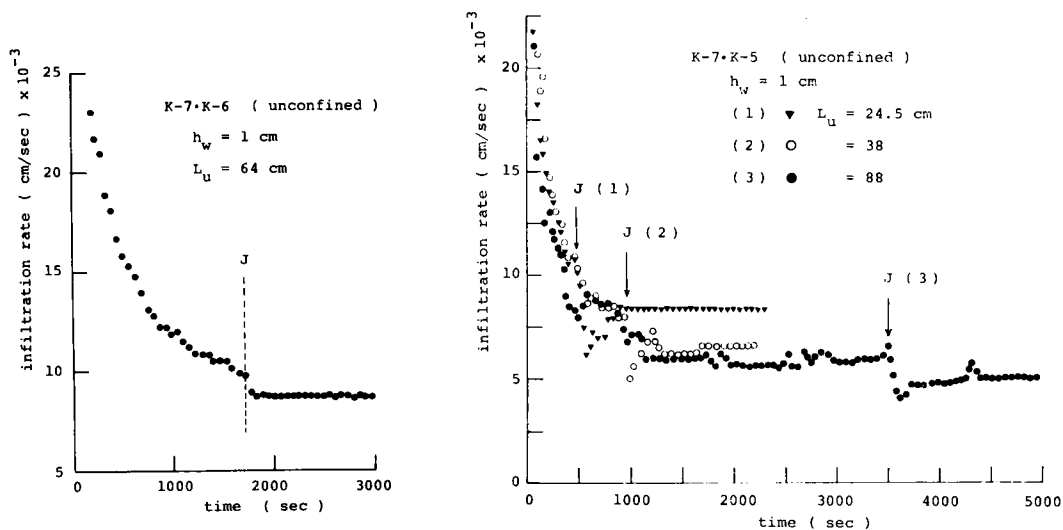
図3.2.1(1)、(2)はそれぞれK-7・K-6系、K-7・K-5系の場合の浸透強度の時間変化を示したものであって、これらよりつぎのことが分る。なお、図中のJは実験中の観察による wetting front が層境界に達した時点を意味し、その時間を t_j で表わす。

① K-7・K-5系では wetting front 層境界に達すると、浸透強度は一旦急激に減少するが、その後若干回復してほぼ一定の値を持続するようになる。その際、上層が厚い場合ほどこの一定値は小さくなる。

② K-7・K-6系でもK-7・K-5系と同様に急激な減少を示すが、その後の回復がなくて減少後そのまま一定値をほぼ保持するようになる。

図3.2.2はK-7・K-5系において、上層砂層内での水分量の時間的变化を示したものであって、図3.2.1(2)に対応する。この図において、例えば上層厚が $L_u = 24.5$ cm の場合、時間が t_j （ほぼ470 sec）付近において、 $L_u = 38, 88$ cm の場合の同一測定点（ $x = 11.5, 19$ cm）と比較して水分量に急激な増大が認められ、また $L_u = 38$ cm の場合の t_j はほぼ930 secであるが、この時間近傍で $L_u = 38$ cm と $L_u = 88$ cm の場合とを比較しても同様な傾向を示

している。しかし、K-7・K-6系の場合にはこのような傾向を明確に認めることはできなかった。このことよりつぎのことがいえる。



(1) K-7・K-6系の場合

(2) K-7・K-5系の場合

図 3.2.1 浸透強度の時間変化

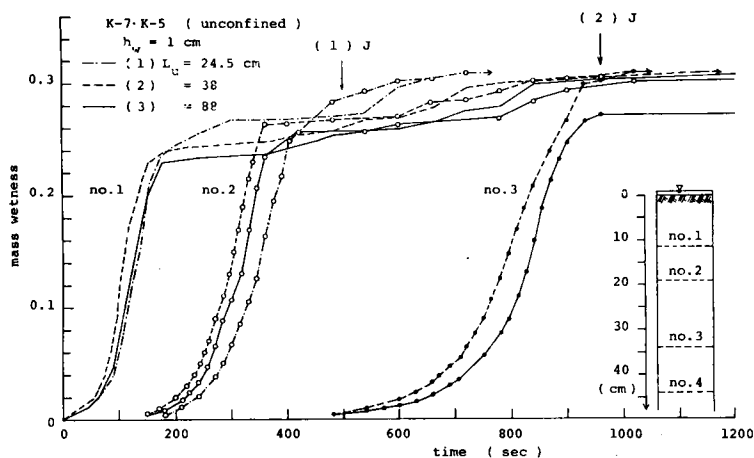
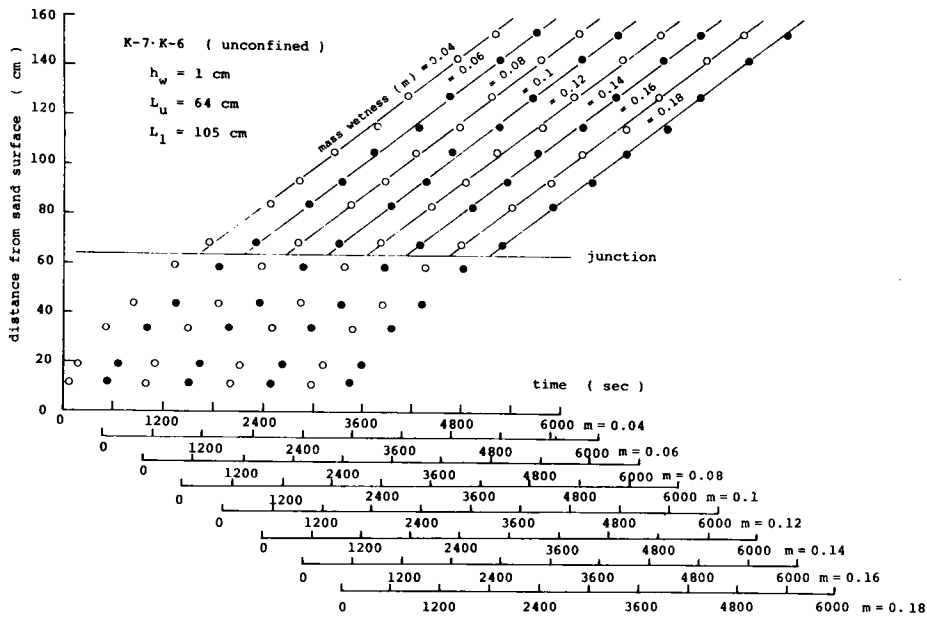


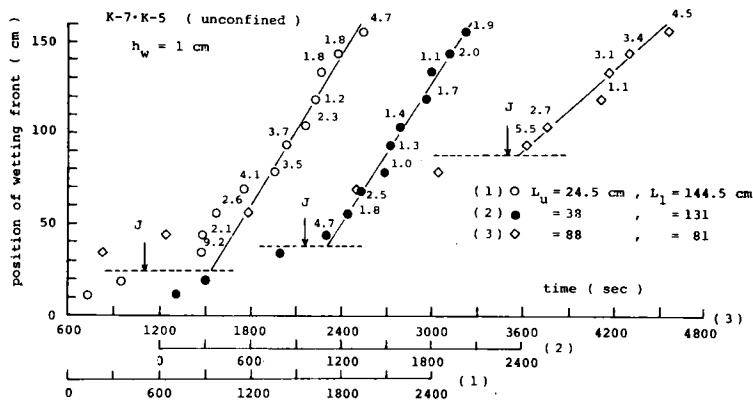
図 3.2.2 各測点における水分量の時間変化

③ 上・下層の粒径差が著しい場合には、wetting front が層境界に達すると、上層内の水分量が急増し、飽和に近い水分状態を示すようになる。

図 3.2.3 (1)、(2) は水分量をパラメータにとり wetting front の移動の様子を示したものであって、それぞれ図 3.2.1 (1)、(2) に対応する。なお、同図(2)では下層での水分量が非常に



(1) K-7・K-6系の場合



(2) K-7・K-5系の場合

図 3.2.3 wetting frontの移動

小さな値しか示さなかったので、測定精度を考慮して各測点での最大水分量の半分の値をパラメータとして示しており、また図中の数字は各測点における mass wetness 表示の最大水分量の値を 100 倍したものである。つぎに図 3.2.4 は図 3.2.1 (1)に対応する場合の水分量分布の時間変化を示したものである。これらの図よりつぎの特性が見出される。

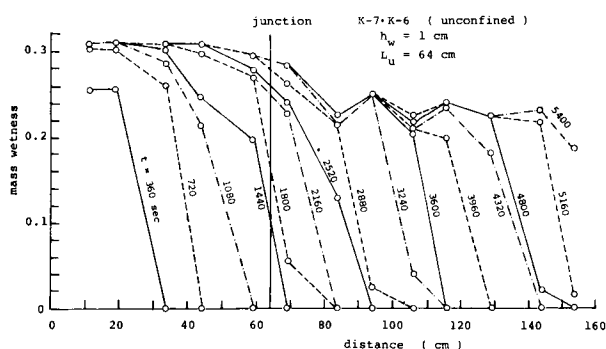


図 3.2.4 水分量分布の時間変化

④ wetting front が層境界を通過する際には一時的な遅滞が生じ、遅滞の程度は上・下層の粒径差が大きいほど著しい。

⑤ 層境界を通過した wetting front は、K-7・K-6 系の場合、時間とともに一定の形状と速度で移動するようになる。一方、K-7・K-5 系の場合、形状については明確でないが、ほぼ一定の最大水分量を持ち、一定の速度で同様に移動するようになる。

⑥ K-7・K-5 系では、wetting front が層境界を通過してはほぼ一定の伝播速度になるまでの時間は上層厚が小さいほど大きい。

⑦ その際、層境界直下での水分量はそれより下方での最大水分量より常に大きくなる。

(2) 実験結果の考察

1) wetting front の層境界到達直後の現象

(1)で添字 u と l の意味について述べたが、とくに記述上どちらの層のものが明確なときには、表示の簡単化のために添字の u 、 l を省略することがある。層境界を意味するために、例えば上層の水分量 θ_u が層境界では θ_{uj} というように添字 j を用いる。

さて、一般に浸透場が多層となっている場合、その層境界面においては浸透水の全ポテンシャル $\psi-x$ (式 (2.2.9) と式 (2.2.11) を参照) は連続すると考えてよからう^{4), 5)}。そこで、吸水過程の場合、wetting front が層境界に達した後、同境界近傍の水分量の増大に伴って、層境界での全ポテンシャル、すなわち位置のポテンシャルは不変であるので毛管ポテンシャル ψ_j が増大していくことになる。本実験の場合、上層と下層を構成する実験砂は比較的均一な粒径に近く、多くの粒径は各砂に対し概略的には図 2.2.2 より分るとおり独立的な分布状態にある。従って、付図-1、付図-3 および付図-4 より、 θ_{uj} がある程度以上の大きさにならなければ、 ψ_j を介して決る θ_{lj} に対応する K_{lj} 、 D_{lj} は水の流れに対して有効な値

(K_{lj} , $D_{lj} \approx 0$ とならないこと)とはならないことになる。下層への流量流速は式(2.2.13)より $v_j = \{-D_l \partial \theta_l / \partial x + K_l\}_j$ であるので、 θ_{uj} がある程度以上の値になるまでは実質的な下層への流れは生起せず、またその程度は上・下層の粒径差が大きいほど大きいので、 $K-7 \cdot K-6$ 系より $K-7 \cdot K-5$ 系の方が顕著となる。また wetting front が層境界に達するまでの砂層表面からの浸透水量は主として wetting front の発達に当てられていたが、wetting front が層境界に達すると同水量は連続の条件より上層内全体的水分量の増加に当てられることになるので、上層内の水分量は急増する(実験事実③)ことになる。ところで、湛水条件下の浸透強度は、上層内に不飽和域が存在する場合、次式の Darcy 則で与えられる。

$$f = K_u(\theta_{u \text{ sat}}) \cdot \left\{ 1 + \frac{h_w - \sqrt{\gamma_{ue}}}{x_{u \text{ sat}}} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.2.1)$$

ここに、 $\theta_{u \text{ sat}}$ は上層の飽和体積含水率、 $x_{u \text{ sat}}$ は飽和域の浸透面よりの深さである。実験事実①、②より浸透強度は wetting front が層境界に達した直後急減するので、上式よりこの原因は $x_{u \text{ sat}}$ の急増、すなわち浸透面より下方に発達してきた飽和域が急激に発達することによるといえる。

以上のことより、wetting front が層境界に到達した直後における上層内の水分量分布はつぎのように考えることができる。すなわち、 $v_j = \{-D_u \partial \theta_u / \partial x + K_u\}_j \approx 0$ および $K_{uj} > 0$, $D_{uj} > 0$ であるので、図 3.2.5 の水分量分布の模式図における層境界直上の一点鎖線のように $(\partial \theta_u / \partial x)_j > 0$ となり、この状態で θ_{uj} がある程度の値になるまで、少なくとも θ_{uj} は増大することになる。一方飽和域直下の不飽和域では、 $\partial \theta_u / \partial x < 0$ となっているので必ずしも場所的に固定的ではないが、ある深さで $\partial \theta_u / \partial x = 0$ となる点が生じることになる(図 3.2.5 を参照)。また同様の理由によって、wetting front の移動の遅延特性(実験事実④)の説明も可能となる。

なお、 $K-7 \cdot K-5$ 系での浸透強度の回復(実験事実①)は、浸透水量が $v_j \approx 0$ の状態で上層内の水分量の増大に当てられていたものが、 θ_{lj} がある程度の大きさになると前述のとおり v_j が実質的な値をもつので、このことによって生じたものと考えてよい。この状況は図 3.2.5 の破線で示したような水分状態に対応する。 $K-7 \cdot K-6$ 系の場合、回復の特性が認められなかったのは、上述の粒径差の程度に起因するものであろう。なお、 $K-7 \cdot K-5$ 系

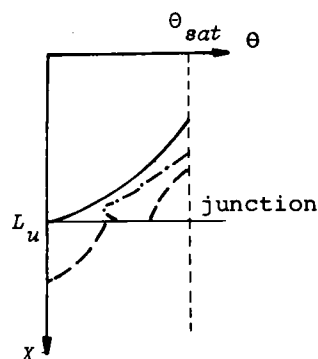


図 3.2.5 水分量分布の模式図

の挙動は、すでに Miller・Gardner⁶⁾ の実験においても認められていることを付言しておく。

2) wetting front が下層深く進んだ段階の現象

a. 下層における流れ形態

表 3.2.1 は wetting front が下層へ十分深く進んだ段階におけるその移動速度 ω_* 、下層での transmission zone の水分量 (wetting front の水分量の上限值) θ_* および浸透強度 f_∞ の値を示したものである。本実験の場合上層がとくに厚くはないので、このような段階での上層の水分量分布はほぼ定常状態になっていると考えられる。従って、一定の形状と速度を有した wetting front の移動特性 (実験事実⑥) を考慮すると、水の連続条件より $\theta_* \approx f_\infty / \omega_*$ の関式が成立していると期待される。そこで、表中の θ_* の値と f_∞ / ω_* の値 (θ'_*) を比較すると両者はほぼ一致していることが分るので、上記の推論は妥当であるといえる。

表 3.2.1 wetting front が下層深く進んだ段階での実験定数値

layered system		L_u	f_∞	ω_*	θ_*	θ'_*	ω'_*
upper layer	lower layer	cm	cm/sec	cm/sec			cm/sec
K-7	K-5	24.5	8.4×10^{-3}	1.34×10^{-1}	4.1×10^{-2}	6.2×10^{-2}	—
		38	6.5×10^{-3}	1.30×10^{-1}	2.3×10^{-2}	5.0×10^{-2}	—
		88	5.0×10^{-3}	6.50×10^{-2}	4.9×10^{-2}	7.7×10^{-2}	—
	K-6	64	8.8×10^{-3}	2.53×10^{-2}	3.4×10^{-1}	3.5×10^{-1}	2.1×10^{-2}

こうした状況において、下層の浸透水が全断面に広がった不飽和流となるとときには、式 (2.232) より $K(\theta_*) / \theta_* = \omega_*$ の関係が成立する。なぜならば、開放浸透では前述のとおり $(\partial p_a / \partial \xi)_* = 0$ とおけ、またここで対象としている初期条件より $v_0 = 0, \theta_0 = 0$ とすることができるからである。そこで、 $K(\theta_*) / \theta_*$ を ω'_* と記すと、K-7・K-6 系の実験の場合には上記の関係がほぼ成立することが分るので、下層 (K-6 砂) では全断面に広がった不飽和流が生起していたとしてよい。なお、このような流れ形態を以下では「全面的不飽和流」と呼ぶ。

一方、K-7・K-5 系の場合、 $K(\theta_*) \sim 10^{-4}$ cm/sec (付図-4(3)参照) であるので、明らかに $K(\theta_*) / \theta_* = \omega_*$ の関係が満足されない。このことは下層 (K-5 砂) 内の流れが全面的不飽和流でなかったことを示唆している。事実、実験終了時に円筒を分解してみると下層の一部のみが湿潤状態であったことが観察された。そこで、下層内の流れが全断面の一部にのみ集中して起るものと考えてみることにすると、つぎの連続条件式が成立する。

$$\sigma \theta_e \cdot \delta x = v_\infty \cdot \Sigma \cdot \delta t \quad \text{または、} \frac{dx}{dt} = \omega_* = \frac{\Sigma}{\sigma} \frac{v_\infty}{\theta_e} \quad \dots\dots\dots (3.2.2)$$

ここに、 Σ はみかけの浸透全断面積、 σ は実際に集中して流れているみかけの断面積、 θ_e は σ に対する体積含水率、 v_∞ は Σ に対する流量流速であり、 f_∞ に等しい、である。また、この場合の水分量の測定値 θ_* は次式で与えられる。

$$\theta_* = \frac{\sigma}{\Sigma} \theta_e \quad \dots\dots\dots (3.2.3)$$

断面 σ を飽和状態で水が流れていると仮定すると、そのときの wetting front の移動速度はほぼ一定になっているので、移動速度は、K-5 砂の場合 $K(\theta_{sat}) \approx 1.2 \times 10^{-1}$ cm/sec、 $\theta_{sat} \approx 0.46$ を考慮すると、 $K(\theta_{sat})/\theta_{sat} \approx 2.7 \times 10^{-1}$ cm/sec となる。上表で示した実験結果では、 $L_u = 24.5, 38$ cm の場合この値の約 $\frac{1}{2}$ 、 $L_u = 88$ cm の場合約 $\frac{1}{4}$ となっている。付図-4よりも分るとおり不飽和透水係数は水分量の増大に伴って加速的に増大すること、すなわち $d^2K(\theta)/d\theta^2 > 0$ を考慮すると、本実験のいずれの場合にもある程度飽和に近い状態であったと判断される。このような流れを以下では「部分的不飽和流」と呼ぶことにする。なお、実験では $\sigma \theta_e$ の値しか分らず、一形式的に θ_e の値を測定値の ω_* を用いて推定できるが、その値と実測値との比較の手段はない。

b. 全面的不飽和流が生起する場合の水分量分布

下層における transmission zone:

wetting frontが下層へ深く侵入している段階では、下層にはほぼ一定の水分量 θ_* を有した transmission zoneが延びている(実験事実⑤)。浸透強度がほぼ一定の条件下で、下層で全面的な不飽和流が生起している場合、下層内の transmission zoneは層境界面より下方へほぼ一定の水分量 θ_* をもつことは、Takagiの研究⁷⁾あるいは第Ⅱ編の2.2.2(3)2)の議論で $A \rightarrow 0$ とみなすことから明らかである。

上層での水分量分布:

そこで、この θ_* を θ_{l*} と記すと、表3.2.1に示した θ_{l*} に対応する ψ_{l*} は付図-1(2)よりはば-18 cmAq となるが、上層(K-7 砂)の water entry value ψ_{ue} はほぼ-20 cmAq であるので、層境界での毛管ポテンシャルの連続条件を考慮すると、 $\psi_{l*} \approx \psi_{ue}$ といえ、これより層境界直上の水分量はほぼ飽和の状態になっていたことになる。このことより、上層内に不飽和域(孤立空気の問題は除外)が存在しなかったことが分る。すなわち、仮に不飽和域が存在するならば、同一のある水分量を持ち、 $\partial\theta_u/\partial x$ の符号が異なる2点が少なくとも存在することになる。上層内はほぼ定常状態になっているので、これら2点での流量

流速 $v_u = -D_u \partial \theta_u / \partial x + K_u$ は一致せねばならないが、 $\partial \theta_u / \partial x$ の符号を考慮すると両者は等しくないので、これより不飽和域の存在を考えることは不合理となる。

つぎに式 (3.2.1) に注目して、表 3.2.1 の K-7・K-6 系の実験値を同式で $f \rightarrow f_\infty$ 、 $x_{u\ sat} \rightarrow L_u$ としたものに用い、また $h_w = 1\text{ cm}$ 、 $\psi_{ue} = -20\text{ cmAq}$ とおくと $K_u(\theta_{u\ sat})$ の値は $6.95 \times 10^{-3}\text{ cm/sec}$ となる。上層の飽和透水係数の値はほぼ $6.5 \times 10^{-3}\text{ cm/sec}$ であるので、得られた値はほぼ飽和透水係数の値に一致する。このことは、上記した上層全体がほぼ飽和状態となっているという結果を保証するものである。

しかし、図 3.2.4 の水分量分布図を調べると、層境界直上および直下の水分量測点では、それぞれより上方のほぼ飽和に近い状態のものより水分量が若干小さく、また下方の trans-mission zone の水分量より若干大きくなっている。水分量の測定は深さ方向のある平均値を示すものと考えられるので、水分量分布からこれらの不一致が説明可能である。とくに、前者については、wetting front の層境界到達直後に現われる上層での水分量の急増に伴って、層境界直上に孤立空氣の形成が予想されるので、この現象も水分量を少な目に測定させる一因となろう。

なお、Takagi⁷⁾ によると、このような状況での上層の水分量分布には層境界の上方に必ずしも不飽和域（孤立空氣の問題を除外）が存在することになる。これは定常状態下の水分量分布を解析する際に、飽和域の下端の毛管ポテンシャルを water entry value とせず、零としたことによる結果であって、必ずしも正しくないことが分る。

c. 部分的不飽和流が生起する場合の水分状況

層境界直下の水分量はそれより下方のものと比べ大きくなっている（実験事実⑦）が、この様子は実験中の観察によっても認められている。このような状況は Hill・Parlange⁸⁾ の実験でも認められ、層境界直下の比較的水分量の大きな部分を induction zone と呼んだ。図 3.2.3(2) で示した実験の場合、下層で層境界に最も近い水分測定点のうち層境界より最も離れている測定は $L_u = 24.5\text{ cm}$ の場合であって、他の場合に比べ 2 倍以上の 15 cm の位置にある。それにもかかわらず $L_u = 24.5\text{ cm}$ の場合の最大水分量は、同図より分るように他の 2 倍程度の値になっているので、induction zone が最も発達していたことになる。この発達の程度は wetting front が層境界に到達した後は定常状態の部分的な不飽和流が生起するまでの時間が $L_u = 24.5\text{ cm}$ の場合最も長くなっていたという実験事実⑥に対応する。

さて、表 3.2.1 の K-7・K-5 系の実験値を $f \rightarrow f_\infty$ 、 $x_{u\ sat} \rightarrow L_u$ とした式 (3.2.1) に用い、 $K_u(\theta_{u\ sat})$ を K'_{us} と記してこれをパラメータにとって $\psi_{ue} \rightarrow p_{wj}$ とした値の変化の様子を調べたものが図 3.2.6 である。 $K_u(\theta_{u\ sat}) \approx 6.5 \times 10^{-3}\text{ cm/sec}$ であるが、ここで示した K'_{us} の値の範囲においては $(\partial p_{wj} / \partial L_u)_{K'_{us}} > 0$ となることが認められる。

いま induction zoneに着目し、その厚さの代表長を \bar{l}_i 、同域下端で部分流が発生していない点の平均的な圧力ポテンシャルを \bar{p}_{wi} と記すと、このような面上の $L_u \leq x \leq L_u + \bar{l}_i$ の範囲の水柱では浸透水が近似的に静止しているとみなせるので、次式が成立することになる。

$$p_{wj} \approx \bar{p}_{wi} - \bar{l}_i \quad \dots\dots\dots (3.2.4)$$

\bar{p}_{wi} を下層 (K-5 砂) の water entry value で代表さすと $p_{wj} < 0$ となるが、上式で $\bar{p}_{wi} = \psi_{le} \approx -5 \text{ cmAq}$ 、また実験中の観察より大略 $\bar{l}_i = 5 \text{ cm}$ とすると、 $p_{wj} \approx -10 \text{ cmAq}$ をえる。そこで $p_{wj} = -10 \text{ cmAq}$ と考えて図 3.2.6 を調べると、 $L_u = 24.5, 38, 88 \text{ cm}$ の場合それぞれ $K'_{us} \approx 0.9 K_{u \text{ sat}}, 0.8 K_{u \text{ sat}}, 0.7 K_{u \text{ sat}}$ となり、 L_u が大きなほ

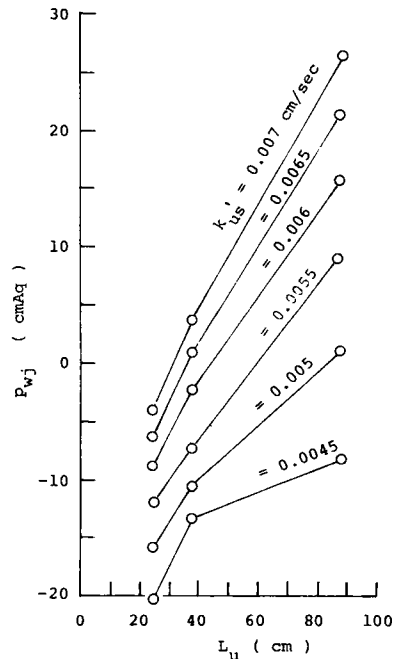


図 3.2.6 K'_{us} の変化による p_{wj} と L_u との関係

ど K'_{us} は小さくなる。しかし、前述のとおり L_u が小さな場合ほど induction zone の発達が著しいので、同様に \bar{l}_i も大きくなることを考慮すると、 $K'_{us}/K_{u \text{ sat}}$ の値は大略一定の 0.8 程度と考えてよからう。求まった p_{wj} の値は上層の water entry value (は -20 cmAq) より大きくなっているので、上層全域が飽和域になっていることが分る。また p_{wj} の値は Hill らの実験で認められたほぼ零とは異なるが、いずれにしても前述のとおり層境界直上は飽和状態となっている点では同じである。

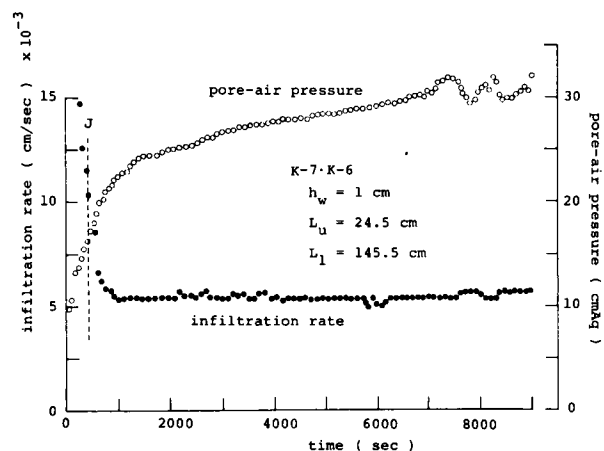
3.2.3 間隙空気が閉塞される場合の浸透³⁾

円筒底部を密閉して、間隙空気が浸透面を通してしか解放されない場合の実験である。

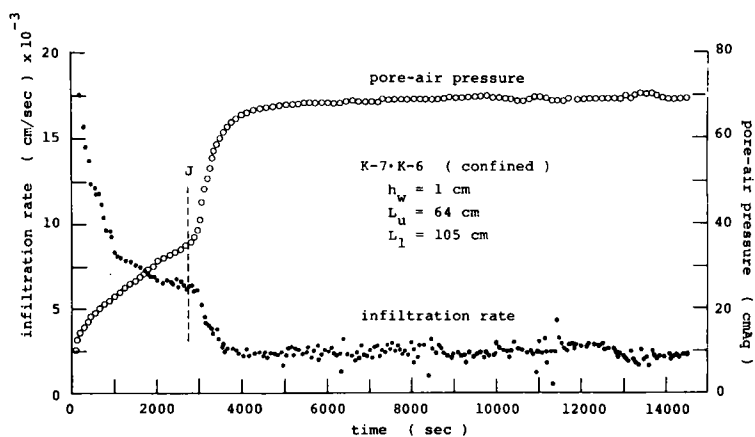
(1) 実験結果の概要

図 3.2.7 (1), (2), (3) は K-7・K-6 系の実験結果で、浸透強度と空気圧 (砂層底部) の時間変化を示したものであり、それぞれ $L_u = 24.5, 64, 88 \text{ cm}$ の場合である。また図 3.2.8 (1), (2) は K-7・K-5 系の場合で、それぞれ $L_u = 38 \text{ cm}$ 、 $L_l = 131 \text{ cm}$ の前図と同様なものおよび他の場合での空気圧変化のみを示したものである。これらの図および他の場合の同様な図よりつぎのことが分る。

(1) $L_u = 24.5$ cmの場合



(2) $L_u = 64$ cmの場合



(3) $L_u = 88$ cmの場合

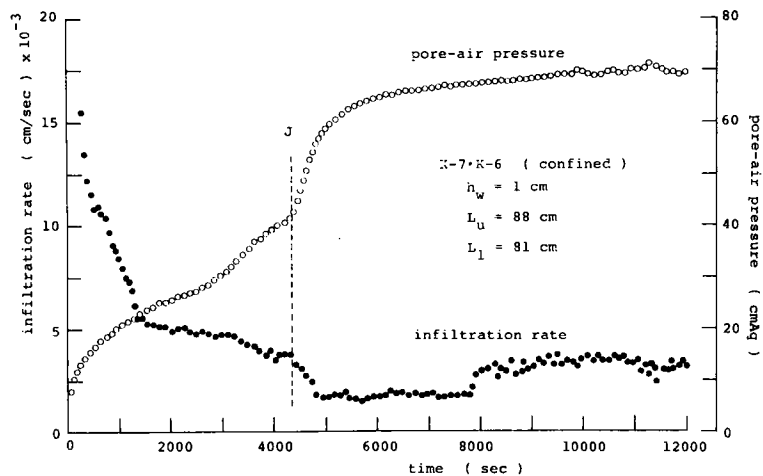


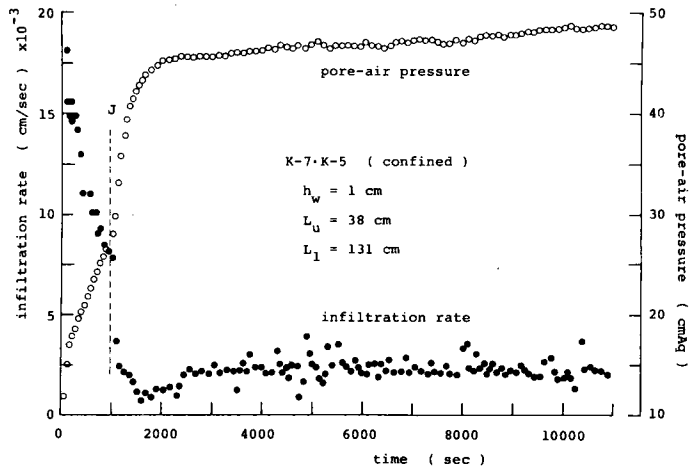
図 3.2.7 浸透強度と空気圧の時間変化

①浸透強度は wetting front が層境界に到達 (図中の J) した直後に急激に減少するが、その減少の程度は上層厚が小さな場合ほど大きい。

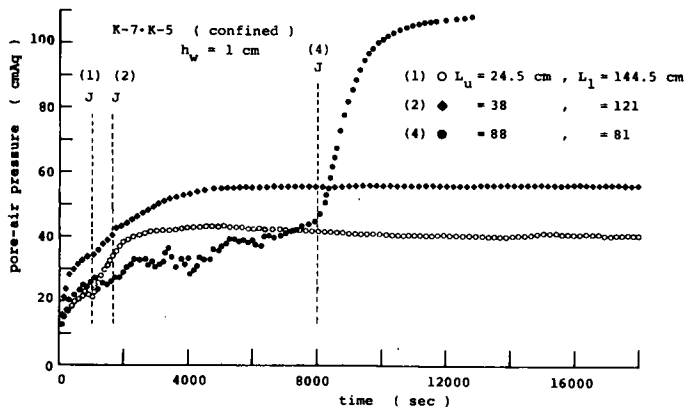
②急減した浸透強度はその後はほぼ一定値に漸近し、若干の例外はあるもののその値は上層厚が小さなほど大きい。しかし、この値は空気閉塞を伴わない場合と異って必ずしも固定的ではなく、時間経過につれ別の一定値に移行する場合もある。

③空気圧は wetting front の層境界到達直後の浸透強度の急減とはほぼ同時に急激な増加を示す。

④その後、空気圧はしだいにゆるやかに増大を続け、やがて $K-7 \cdot K-6$ 系の場合はほぼ一定の割合で変化するようになるが、図 3.2.8 (1) の場合を除いた $K-7 \cdot K-5$ 系では空気圧がほぼ一定となる。

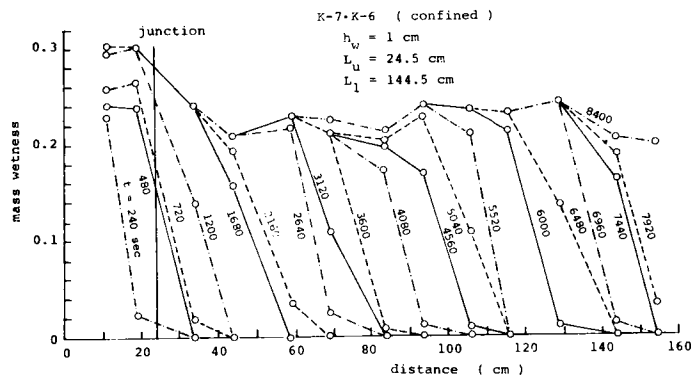


(1) 浸透強度と空気圧の時間変化

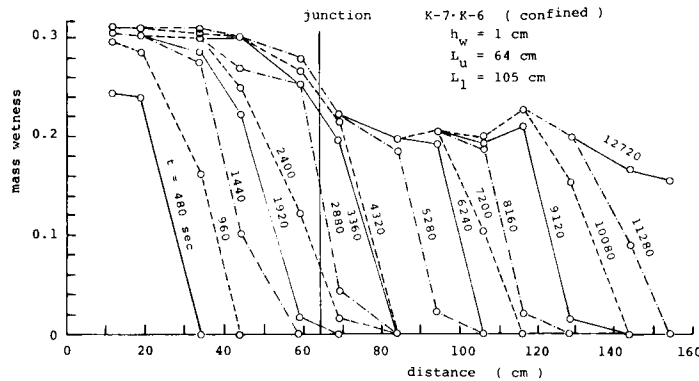


(2) 空気圧の時間変化

図 3.2.8 $K-7 \cdot K-5$ 系の場合



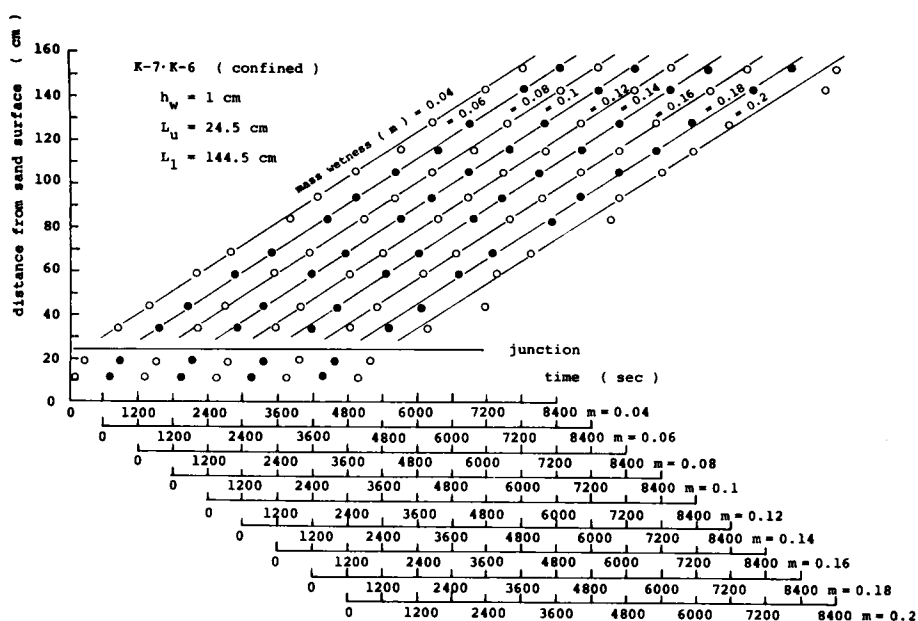
(1) $L_u = 24.5 \text{ cm}$ の場合



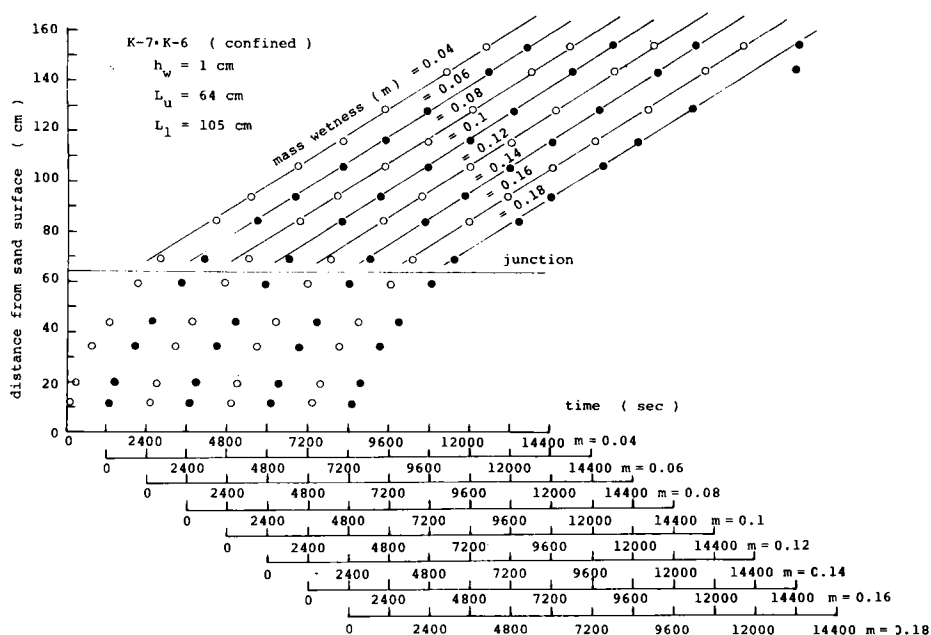
(2) $L_u = 64 \text{ cm}$ の場合

図 3.2.9 水分量分布の時間変化

図 3.2.9(1)、(2)はそれぞれ図 3.2.7(1)、(2)に対応する場合の水分量分布の変化を示したものであり、また図 3.2.10(1)、(2)はそれぞれの wetting front の移動の様子を示す。つぎに、図 3.2.11は図 3.2.8(1)に対応する場合の水分量分布の時間変化を示す。図 3.2.12はK-7・K-5系での wetting front の移動の様子を示したものであるが、図 3.2.8で(1)の場合の実験を別にして(2)の場合の下層での水分量は非常に小さな値となったので、図 3.2.3(2)の場合と同様に最大水分量の半分の値をパラメータにとっており、また図中の数字も同様な意味での値である。さらに図 3.2.13は wetting front が層境界に到達する前後におけるK-7・K-5系の場合の上層での水分量の変化を示したもので、図中測点 no. 2、no. 3 はそれぞれ白丸、黒丸によって描いてあるが、図 3.2.2のところで述べたと同様な見方ができる。以上の図より、つぎのことが分る。



(1) $L_u = 24.5$ cm の場合



(2) $L_u = 64$ cm の場合

図 3.2.10 wetting front の移動

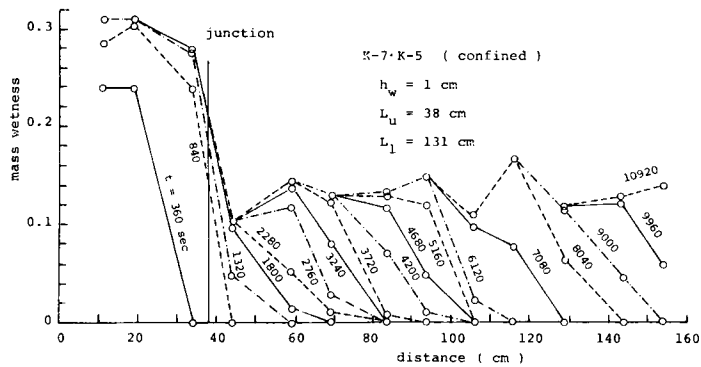


図 3.2.11 水分量分布の時間変化

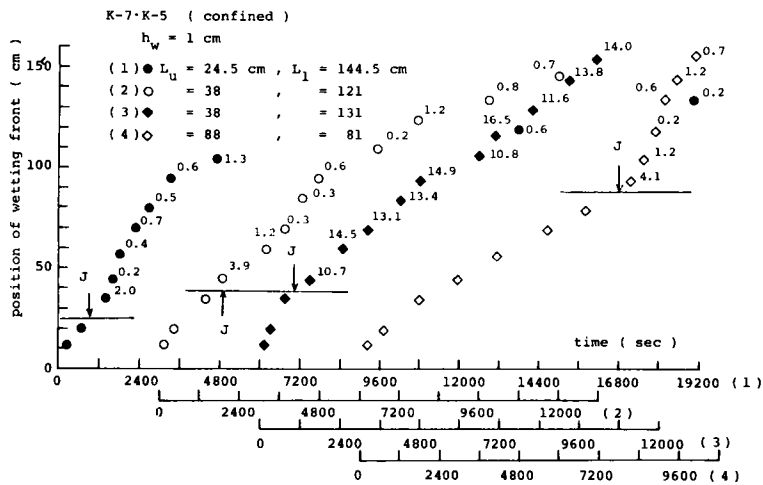


図 3.2.12 wetting frontの移動

⑤ wetting front が層境界に到達した直後、上層の水分量は急激に増大する。

⑥ 下層においては、時間経過とともにK-7・K-6系の場合 wetting front はほぼ一定の形状と速度で下方へ移動するようになる。またK-7・K-5系の場合も、ほぼ一定の速度に漸近するようになる。

(2) 実験結果の考察

1) 下層における浸透水の流れ形態

表 3.2.2 は、wetting front が下層へ深く進んだ段階での wetting front の移動速度 ω_* とその上限での水分量 (transmission zone の水分量に対応) θ_* 、浸透強度 f_∞ および空気圧の増加割合 $\dot{p}_{a\infty}$ を示したものである。また同表には f_∞/ω_* の値 θ'_* およ

び θ'_* に対応する $K(1-A)/\theta$ の値 ω'_* も同時に示されている。なお、K-7・K-5系の例は例外的に下層での水分量が大きくなった図3.2.8(1)の場合に対応する。表中の θ_* と θ'_* の値を比べると両者はほぼ一致していることが分るので、このことよりつぎのことがいえる。

wetting front の形状と速度がほぼ一定になっている(実験事実⑥)ことを考慮すると、浸透水量がみかけ上 wetting front の発達に費やされ、wetting front 上方の水分量分布はほぼ固定されていたことになる。また下層内での水の流れが浸透場全断面的に広がっている場合、wetting front の移動速度は初期水分量分布より $\theta_0 \approx 0$ とした式(2.240)で与えることができ、またこの速度は上記の ω'_* に対応する。よって、 ω_* と ω'_* とを比較すると両者はほぼ一致していることが分るので、表中の実験での下層内の水の流れは全面的不飽和流の形態となっていたことになる。

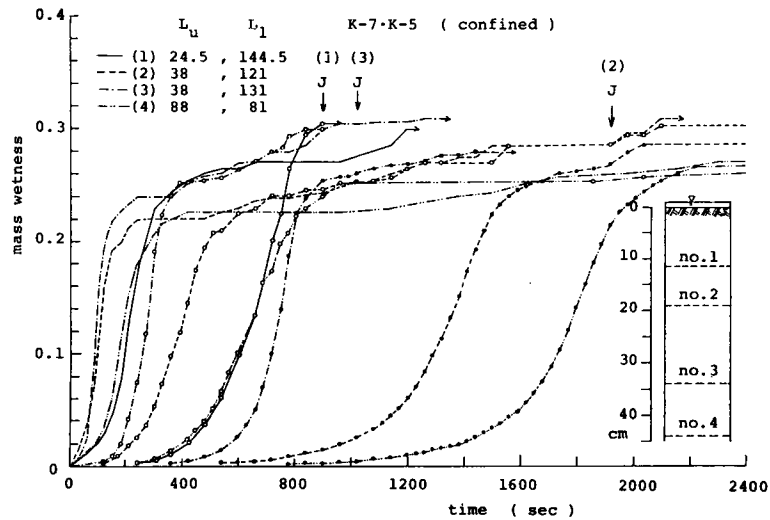


図3.2.13 各測定における水分量の時間変化

表3.2.2. wetting frontが下層深く進んだ段階での実験定数値

layered system		L_u	f_∞	ω_*	θ_*	$\bar{P}_{a\infty}$	θ'_*	ω'_*	$A'_* \omega'_*$
upper layer	lower layer	cm	cm/sec	cm/sec		cmAq/sec		cm/sec	cmAq/sec
K-7	K-6	24.5	5.4×10^{-3}	1.7×10^{-2}	0.33	8.4×10^{-4}	0.32	1.98×10^{-2}	8.7×10^{-4}
		38	4.9×10^{-3}	1.6×10^{-2}	0.34	6.1×10^{-4}	0.31	1.84×10^{-2}	6.3×10^{-4}
		64	2.5×10^{-3}	8.7×10^{-3}	0.30	4.5×10^{-4}	0.29	1.24×10^{-2}	2.9×10^{-4}
		88	3.3×10^{-3}	1.1×10^{-2}	0.31	8.3×10^{-4}	0.30	1.47×10^{-2}	5.1×10^{-4}
	K-5	38	2.3×10^{-3}	1.1×10^{-2}	0.19	3.8×10^{-4}	0.20	1.5×10^{-2}	3×10^{-5}

ところで、K-7・K-5系の場合、3.2.2で述べたように開放浸透の場合すべての実験で下層の水の流れが部分的不飽和流の形態となったが、一方閉塞浸透の場合上層厚が開放浸透の場合と同程度であるにもかかわらず全面的な不飽和流が生起する可能性が少なくとも認められた。本来空気閉塞効果は wetting frontの形状を不安定な方向に動かせる^{9), 10)}ものと考えられているので、上述の結果は非常に興味深いといわざるをえないと同時に、同効果の複雑さの一面がこの実験事実に見られている。

ただし、上記以外の図 3.2.8(2)に対応する実験では浸透強度が非常に小さくなり、その値を評価できなかったもので、上表で行ったような検討はできなかった(これについては後述の3)

b. で検討する)。しかし、実験終了時に円筒を分解したところ、浸透断面のごく一部に湿潤の跡が認められた。そこで、空気圧の変化割合がほぼ一定(実験事実④)である時間帯では浸透強度もほぼ一定であったであろうとの推定のもとに wetting front の移動速度を図 3.2.12より調べてみると、 $10^{-2} \sim 10^{-3}$ cm/sec のオーダーとなることが分る。この値は部分的飽和流とした場合の伝播速度の 2.7×10^{-1} cm/sec とかなり違っており、この場合は部分的な不飽和流が下層で生起していたと考えてよい。

2) 下層の水分量分布、浸透強度および空気圧の時間変化

ここでは、wetting front が下層深く侵入した段階での全面的な不飽和流が生起する場合を対象にする。

a. 浸透特性の解析

まず不飽和域の基礎式についてはつぎのとおりである。水の流量流速は式(2.2.13)に従う。また空気圧は単層の場合式(2.4.39)で与えることができたが、ここで対象としている二層系に対しても同式と同様な関係式を求めることは容易であって、次式で与えられる。

$$\frac{\partial p_{ai}}{\partial x} = -\frac{A_i D_i}{K_i} \frac{\partial \theta_i}{\partial x} + A_i (1 - \varepsilon_i) + (1 - A_i) \frac{\rho_{ai}}{\rho_w} ; \quad i = u, l \cdots (3.2.5)$$

ここに、

$$\varepsilon_i = \left[\delta_{li} \int_x^L (\theta_{i sat} - \theta_l) \frac{\partial P_{al}}{\partial t} dx + \delta_{ui} \left\{ \int_{L_u}^L (\theta_{i sat} - \theta_l) \times \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\partial P_{al}}{\partial t} dx + \int_x^{L_u} (\theta_{i sat} - \theta_u) \frac{\partial P_{au}}{\partial t} dx \right\} \right] / K_i \bar{P}_{ai} \cdots \cdots (3.2.6)$$

$$P_{ai}(x, t) = \bar{P}_{ai}(t) + \Delta p_{ai}(x, t), \quad \bar{P}_{ai} \gg |\Delta p_{ai}| \quad \dots\dots\dots (3.2.7)$$

であり、 δ_{ji} は $\delta_{ji} = 0 (j \neq i)$ 、 $\delta_{ji} = 1 (j = i)$ の Kronecker の delta 記号、 L は全層厚 ($L_u + L_l$) である。なお、上式で $j = u$ とした場合、層境界値上には少なくとも不飽和域が存在していると考ええる。式 (3.2.5) を式 (2.2.13) に用いると次式をうる。

$$v_i = -D_i(1-A_i) \frac{\partial \theta_i}{\partial x} + K_i(1-A_i) + K_i A_i \varepsilon_i - K_i(1-A_i) \frac{\rho_{ai}}{\rho_w} \quad \dots\dots\dots (3.2.8)$$

単層の場合の検討を参照すると、式 (3.2.8) と式 (3.2.5) で形式的に $\varepsilon_i \rightarrow 0$ 、 $\rho_{ai}/\rho_w \rightarrow 0$ と近似できると考えられるので、それぞれはつぎのようになる。

$$v_i = -D_i(1-A_i) \frac{\partial \theta_i}{\partial x} + K_i(1-A_i) \quad \dots\dots\dots (3.2.9)$$

$$\frac{\partial p_{ai}}{\partial x} = -\frac{A_i D_i}{K_i} \frac{\partial \theta_i}{\partial x} + A_i \quad \dots\dots\dots (3.2.10)$$

さて、wetting front が下層へ深く進むにつれて、浸透強度はほぼ一定の値となり、また wetting front はほぼ一定の形状と速度で移動するようになることは実験的に分っている。以下では、式 (3.2.9) と式 (3.2.10) に基づき、これら 2 つの条件下の下層での水分量分布、浸透強度および wetting front の前方 (砂層底部に対応) での空気圧の時間変化を解析的に調べるが、これらの条件が成立するのは十分時間が経った段階であるので、解析の都合上、上層は比較的薄い下層は十分に厚いと考ええる。なお、以下で行おうとする解析は 2.2.3(1)、2.4.5(1) での単層の場合の解析と類似であるので、そこでの結果が利用できることは言及するまでもなからう。とくに wetting front の形状と速度がほぼ一定という条件から求まる wetting front の上限の水分量 θ_{lc} の条件式、すなわち式 (2.2.45) を再記するとつぎのとおりである。

$$\theta_{lc} \leq \theta'_{lc} \quad \dots\dots\dots (3.2.11)$$

ここに、 θ'_{lc} は $K_l(1-A_l)/\theta_l$ が最大値となる水分量である。

i) 水分量分布

- ① $\theta_{lc} \geq \theta_{lj} > \theta'_{lc}$ の場合

$\theta_l = \theta_{l*}$ での v_l は式 (3.2.9) より $v_{l*} = \{K_l(1-A_l)\}_*$ となる。なお添字 $*$ は $\theta_l = \theta_{l*}$ での値を意味するものとする。また $\theta_l = \theta_{lj}$ での v_l は式 (3.2.9) で $D_l(1-A_l)\partial\theta_l/\partial x \leq 0$ の関係を考慮すると、 $v_{lj} \geq \{K_l(1-A_l)\}_j$ となる。よって、 v_{lj} と v_{l*} の関係は、 $K_l(1-A_l)$ の関数形、式 (3.2.11) の条件式および $\theta_{lc} \geq \theta_{lj} > \theta'_{lc}$ を考慮すると、 $\{K_l(1-A_l)\}_j > \{K_l(1-A_l)\}_*$ となるので、 $v_{lj} > v_{l*}$ となる。

上層厚はさほど大きくないという条件と浸透強度はほぼ一定値の f_∞ になっているという条件から $v_{lj} \approx f_\infty$ が成立し、また層境界より下方で比較的浅い部分での v_l はほぼ $v_l = v_j = f_\infty$ となるので、その部分での水分量分布はほぼ固定されることになる。従って、 $v_{lj} > v_{l*}$ の関係を考慮すると、 $\theta_l = \theta_{*+}$ と $\theta_{lj} \geq \theta_l > \theta_{l*}$ にあるある水分量 θ_{ln} との間で、2.4.5 (1)(2) で示したような水分量分布の引延しが生じ、 $\theta_l = \theta_{ln}$ で $\partial\theta_l/\partial x \approx 0$ の条件が成立することになる。添字 n が $\theta_l = \theta_{ln}$ での値を意味するものとする、 $\theta_l = \theta_{ln+}$ での v_l は $v_{ln+} = \{K_l(1-A_l)\}_n$ となるが、上述より $v_{ln} = v_{lj}$ が成立している、式 (3.2.9) に $\theta_{lc} \geq \theta_{lj} \geq \theta_{ln}$ の条件を用いると $\theta_{ln} = \theta_{lj}$ がえられる。よって、 $\theta_l = \theta_{lj}$ でつぎの関係がほぼ成立することになる。

$$\theta_l = \theta_{lj} \quad \text{で} \quad \frac{\partial\theta_l}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (3.2.12)$$

$\theta_{lj} > \theta_l > \theta_{l*}$ の部分での v_l は 2.4.5 (1) で述べたと同じ理由から式 (2.4.114) すなわち $v_l \approx K_l(1-A_l)$ で与えることができる。とくに $\theta_l = \theta_{l*+}$ では式 (2.4.115) より $(\partial x/\partial t)_{\theta_l} = \{dK_l(1-A_l)/d\theta_l\}_*$ となるが、これは wetting front の移動速度に物理的に一致するので、式 (2.4.116) に対応する次式が成立する。

$$\theta_{l*} = \theta'_{lc} \quad \dots\dots\dots (3.2.13)$$

以上をまとめると、水分量分布は重力方向に、 $(\partial x/\partial t)_{\theta_l} = dK_l(1-A_l)/d\theta_l$ に従って形状が引延される $\theta_{lj} > \theta_l > \theta'_{lc}$ の部分、 $\theta = \theta'_{lc}$ の transmission zone および $\{K_l(1-A_l)\}'_c$ の速度と式 (2.2.48) で与えられる形状をもつ wetting front によって構成される。

② $\theta_{lj} > \theta_{lc}$ の場合

この場合の水分量分布は 2.4.5 (1) で θ_l を θ_{lj} とみなすことにより容易に求めることができ、つぎのように単層の場合と類似である。すなわち、同分布は重力方向に、式 (3.2.9) で

$v_l \rightarrow f_\infty$ とすることから求まり次式で与えられる形状が固定される $\theta_{lj} \geq \theta_l > \theta_{lc}$ の部分、およびそれ以降は①の場合と同じものにより構成される。

$$x = L_u - \int_{\theta_l}^{\theta_{lj}} \frac{D_l(1-A_l)}{K_l(1-A_l) - f_\infty} d\theta_l \quad \dots\dots\dots (3.2.14)$$

③ $\theta_{lj} \leq \theta'_{lc}$ の場合

まず、 $\theta_{lj} \neq \theta_{l*}$ と仮定してみる。①の場合と同様な考え方に従えば $v_{lj} > v_{l*}$ をうるので、 $\theta_{lj} \geq \theta_{ln} > \theta_{l*}$ を満す θ_{ln} と θ_{l*} の間で水分量分布の引延しが生じ、また θ_{lj} と θ_{ln} の間で同分布は固定されることになる。これより $\theta_l = \theta_{ln}$ での $(\partial x / \partial t)_{\theta_l} = K_l \cdot (1-A_l) / d\theta_l$ は零とならねばならないことになるが、条件 $\theta_{ln} \leq \theta_{lj} \leq \theta'_{lc} < \theta_{lc}$ を考慮すると零とはなりえないことが分る。このことは最初の仮定式 $\theta_{lj} \neq \theta_{l*}$ が不合理であることを意味する。従って、次式が成立する。

$$\theta_{lj} = \theta_{l*} \quad \dots\dots\dots (3.2.15)$$

以上、水分量分布は重力方向に、 $\theta_l = \theta_{lj}$ の transmission zone および $\{K_l(1-A_l) / \theta_l\}_j$ の速度と式(2.2.48)で与えられる形状をもつ wetting front によって構成される。

ii) 浸透強度

浸透強度は |) での考察より、容易につきの式で与えられることが分る。

$$\theta_{lj} \geq \theta_{lc} \text{ のとき、 } f_\infty = \{K_l(1-A_l)\}_c \quad \dots\dots\dots (3.2.16)_1$$

$$\theta_{lj} < \theta_{lc} \text{ のとき、 } f_\infty = \{K_l(1-A_l)\}_j \quad \dots\dots\dots (3.2.16)_2$$

iii) 空気圧の時間変化

上層での現象は同層厚の条件より、いま対象としている段階ではほぼ定常状態になっていると考えられる。従って、層境界での空気圧はほぼ一定になっているので、2.4.5(2)の結果を考慮すると、wetting front 前方の空気圧の時間変化は $\theta_0 \rightarrow 0$ 、 $K_0 \rightarrow 0$ 、 $A_0 \rightarrow 0$ 、 $u(\tau) \rightarrow 0$ とした式(2.2.56)にはほぼ従うはずである。よって、

$$\theta_{lj} \geq \theta'_{lc} \text{ のとき、 } \dot{p}_{a\infty} = \frac{\{K_l(1-A_l)\}'_c}{\theta'_{lc}} A'_{lc} \quad \dots\dots\dots (3.2.17)_1$$

$$\theta_{lj} < \theta'_{lc} \text{ のとき、 } \dot{p}_{a\infty} = \frac{\{K_l(1-A_l)\}_j}{\theta_{lj}} A_{lj} \dots\dots\dots (3.2.17)_2$$

b. 実験結果の検討

K-6秒の $\{K(1-A)\}_c$ の値はほぼ 1×10^{-2} cm/sec であり、またK-5秒の同値は少なくともK-6秒の場合より大きい。さらに、 $\{K(1-A)\}_c \approx \{K(1-A)\}_c'$ の関係があることは前述したとおりである。そこで、これらを考慮して表3.2.2中の f_∞ の値を調べると、K-7・K-6系、K-7・K-5系のいずれの場合についても f_∞ の値は明らかに 1×10^{-2} cm/sec より小さくなっていることが分る。従って、式(3.2.16)₂より下層の水分量分布はa. j)の③の場合が生じていたことになる。事実、図3.2.9および図3.2.11で示した水分量分布図を調べると、上記の結果が妥当であることが分る。なお、この結果は1)で述べた $\omega_* \approx \omega'_*$ よりも妥当である。

つぎに、この場合の空気圧の時間変化は式(3.2.17)₂で与えられるが、これは $\dot{p}_{a\infty} = A_{l*} \{K_l(1-A_l)\}_* / \theta_{l*} = A_{l*} \omega_*$ と書換えることができる。そこで、表3.2.2中の $\dot{p}_{a\infty}$ の値と $A_{l*} \omega'_*$ の値とを比較すると、K-7・K-5系の場合両者の適合はあまりよくないが、K-7・K-6系の場合大略一致することが分る。

3) 上層での水分量分布と空気圧分布

層境界面で水と空気の流れに関するポテンシャルが連続すると仮定すると、式(2.2.9)、式(2.2.10)および式(2.2.11)より、この面では ψ と p_a が連続となる。そこで wetting front が層境界に達した直後、この連続性の成立を仮定することによって3.2.2(2)1)で述べたと同様の理由で上層の水分量は急激に増加することになる(実験事実⑤)。以下では2)と同様 wetting front が下層深く侵入している段階での上層内の水分量分布と空気圧分布について調べる。

a. 下層で全面的不飽和流が生起した場合

i) 理論的解析

2) a. と同様に、上層は比較的薄く下層は十分に厚い場合を考える。また、浸透強度はほぼ一定の値 f_∞ になっているとする。

① 水分量分布

いま対象としている段階では、2) a. で述べた理由より上層での水分量分布はほぼ定常状態にあるとみなしてよい。そこで、擬似飽和域が浸透面($x=0$)よりある深さ x_{u1} ($< L_u$)まで発達し、その下方の $L_u > x > x_{u1}$ では $\partial\theta_u/\partial x < 0$ の不飽和域が存在していると考

える。 $\partial\theta_u/\partial x < 0$ とした理由はつぎのとおりである。すなわち、不飽和域内の水の流量流速は式 (3.2.9) で近似的に与えられる。仮に $\partial\theta_u/\partial x > 0$ となる部分が存在するならば、水分量分布はほぼ定常状態になっているので、 θ_u が同一で $\partial\theta_u/\partial x$ の符号を異にする 2 点が必ず存在することになるが、これらの 2 点で同時に $v_u \approx f_\infty$ となることは不可能であるからである。

さて、独立変数として t と θ_u を考え、 $v_u \approx f_\infty$ の条件を考慮して $i = u$ とした式 (3.2.9) を $1/(\partial\theta_u/\partial x)$ につき整理したものを、 t を固定して θ_u につき区間 (θ_u, θ_{u1}) で積分すると次式をうる。

$$x = x_{u1} - \int_{\theta_u}^{\theta_{u1}} \frac{D_u(1-A_u)}{K_u(1-A_u) - f_\infty} d\theta_u \quad \dots\dots\dots (3.2.18)$$

ここに、 θ_{u1} は不飽和域上端の水分量であり、一定とみなしている。上式で $\theta_u \rightarrow \theta_{uj}$ とすると次式になる。

$$L_u = x_{u1} - \int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}} \frac{D_u(1-A_u)}{K_u(1-A_u) - f_\infty} d\theta_u \quad \dots\dots\dots (3.2.19)$$

x_{u1} と f_∞ との関係は式 (2.4.11) に式 (2.4.24)、式 (2.4.25) および式 (2.4.27) を用いることにより求まり、ほぼ次式となる。

$$f_\infty = \alpha_{uc} \hat{K}_u \left\{ 1 - \frac{\psi_{uc}}{(1-\alpha_{uc})x_{u1}} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.2.20)$$

$K_u(1-A_u)$ が最大値をとる水分量は θ_{uc} であるので、式 (3.2.18) で $\partial x/\partial\theta_u < 0$ 、 $\theta_{uc} < \theta_{u1}$ の関係を考慮すると、 θ_{uj} が $\theta_{uj} > \theta_{uc}$ となる場合に限り $f_\infty < \{K_u(1-A_u)\}_c$ となる可能性が認められる。 $\{K_u(1-A_u)\}_c$ の値は上層の砂による単層への満水浸透で認められた浸透強度の下限值である。従って、 $\theta_{uj} > \theta_{uc}$ の場合、擬似飽和域は同単層の場合の同域よりよく発達する可能性がある。 L_u と f_∞ あるいは θ_{lj} との関係は以下のように求めることができる。

$f_\infty < \{K_l(1-A_l)\}_c$ の場合： f_∞ が与えられると式 (3.2.16)₂ より θ_{lj} が決るので、これに層境界での $\psi_j(\theta_i)$ の連続条件を用いると、 θ_{uj} が求まる。よって、この θ_{uj} と f_∞ を式 (3.2.19) に代入すると、 L_u が f_∞ の関数として決ることになる。また、 L_u の大小と f_∞ の大小の関係は以下のとおりである。すなわち、 $f^{(1)}$ 、 $f^{(2)} (< f^{(1)})$ なる 2 つの

f_∞ を考え、それぞれに対応する θ_{uj} を $\theta_{uj}^{(1)}$ 、 $\theta_{uj}^{(2)}$ また x_{u1} は $x_{u1}^{(1)}$ 、 $x_{u1}^{(2)}$ とすると、 $\theta_{uj}^{(1)} > \theta_{uj}^{(2)}$ $x_{u1}^{(1)} < x_{u1}^{(2)}$ となるので、式(3.2.19)へこれらの関係を用いると、 $f^{(1)}$ での $L_u = L_u^{(1)}$ と $f^{(2)}$ での $L_u = L_u^{(2)}$ は $L_u^{(1)} < L_u^{(2)}$ となることが分る。

$f_\infty = \{K_l(1-A_l)\}_c$ の場合: $\theta_{lj} \geq \theta_{lc}$ を満す θ_{lj} を与えると前述のとおり θ_{uj} が求まるので、この θ_{uj} と $f_\infty = \{K_l(1-A_l)\}_c$ を式(3.2.19)に代入し、式(3.2.20)を考慮すると L_u が θ_{lj} の関数として求まることになる。また、上の場合と同様に $\theta_{lj}^{(1)}$ $\theta_{lj}^{(2)}$ ($< \theta_{lj}^{(1)}$) なる2つの θ_{lj} を考え、 $\theta_{uj}^{(1)}$ $\theta_{uj}^{(2)}$ に対応する L_u をそれぞれ $L_u^{(1)}$ 、 $L_u^{(2)}$ とすると、 $L_u^{(1)} < L_u^{(2)}$ の関係があることが分る。

② 空気圧分布

$v_u \approx f_\infty$ とした式(3.2.9)と式(3.2.10)よりつぎの関係式が求まる。

$$p_a = p_{a1} + \int_{\theta_u}^{\theta_{u1}} \frac{A_u D_u}{K_u} d\theta_u - \int_{\theta_u}^{\theta_{u1}} \frac{A_u D_u (1-A_u)}{K_u (1-A_u) - f_\infty} d\theta_u \quad \dots\dots\dots (3.2.21)$$

ここに、 p_{a1} は $x = x_{u1}$ での空気圧であるが、これは式(2.4.16)に式(2.4.24)と式(2.4.26)を用いると次式で近似できる。

$$p_{a1} = (1 - \alpha_{uc}) x_{u1} + h_w - \psi_{ue} \quad \dots\dots\dots (3.2.22)$$

式(3.2.21)で $\theta_u \rightarrow \theta_{uj}$ とした p_a は層境界での空気圧となるが、これを p_{aj} と記す。
①で行ったと同様な考え方によって、 $f_\infty < \{K_l(1-A_l)\}_c$ 、 $f_\infty = \{K_l(1-A_l)\}_c$ のいずれの場合においても、 $d p_{aj} / d L_u > 0$ となることが分る。

ii) 実験結果の検討

① 浸透強度と擬似飽和域

図3.2.14は実験で求まった f_∞ の値を上層厚 L_u との関係において示したものであって、黒丸はK-7・K-6系の場合、黒三角は図3.2.8(1)のK-7・K-5系の場合に対応する。また同図には擬似飽和域が浸透面 ($x=0$) より層境界 ($x=L_u$) まで発達しているとした場合の式(3.2.20)より求まる f_∞ と $x_{u1} = L_u$ との関係を実線のC-1で、さらに $\theta_{uj}=0.408$ 、 $\theta_{u1}=0.41$ とすることにより式(3.2.19)から求まる f_∞ と同式右辺の値との関係を破線のC-2で示した。これらの計算におけるパラメータ α_{uc} 、 \hat{K}_u 、 ψ_{ue} の値は2.4.6の結果に従った。計算値C-1とC-2についてはつぎのような見方ができる。

計算値C-1は層境界での毛管ポテンシャル ψ_j が式(2.4.26)を与えた擬似飽和域下端で

の同ポテンシャル $\psi_{ue}/(1-\alpha_{uc})$ に一致する場合に対応するので、
 $\psi_j = \psi_{ue}/(1-\alpha_{uc}) \approx -20$
 $\text{cmAq}/(1-0.28) \approx -27.7$
 cmAq となる。

計算値 C-2 は 図示した破線
 上のある 1 点でのみ $\theta_j = 0.408$
 に対し f_∞ と式 (3.2.19) の
 右辺の値との間に物理的に意味
 のある関係を与えることは 1)
 より明らかであり、この点での

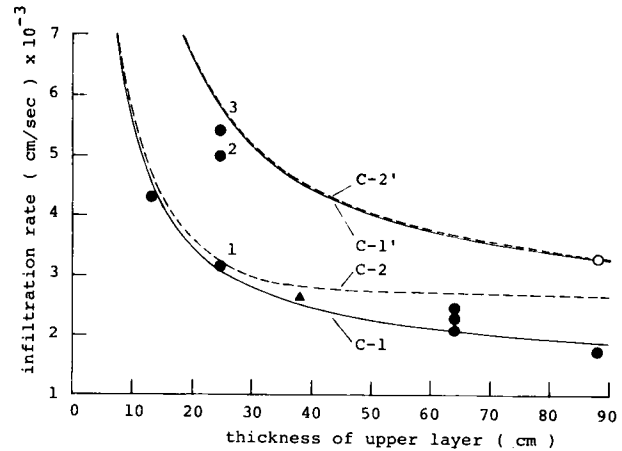


図 3.2.14 浸透強度と上層厚との関係

同式右辺の値が L_u となる。また $\theta_{u1} = 0.41 > \theta_{uj} > 0.408$ を満す θ_{uj} の図 3.2.14 におけ
 る点は C-1 と C-2 の間に位置し、 $df_\infty/d\theta_{uj} > 0$ かつ $df_\infty/dL_u < 0$ の関係を満
 している。ところで、式 (3.2.18) は $\partial x/\partial \theta_u < 0$ の条件を満すので、 $f_\infty > \{K_u(1-A_u)\}$
 $\theta_u = \theta_{u1}$ の関係をうる。このことは、例えば計算値 C-2 は $\{K_u(1-A_u)\}_{\theta_u = \theta_{u1}}$
 $\approx 2.8 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ に f_∞ の値が近づくにつれて式 (3.2.19) の右辺の積分値が非常に
 大きくなること、すなわち計算値はほぼ $2.8 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ に漸近することに対応する。
 事実、0.408 近くの θ_{uj} の値による C-2 と同様な計算値は C-2 とほぼ一致することが分
 っており、このことより $\theta_{uj} \approx \theta_{u1}$ となる場合の f_∞ と L_u との関係は計算値 C-2 で表わ
 せると考えてよい。

さて、実験値についてはつぎのとおりである。

K-7・K-6 系の場合： 実験値の f_∞ は $L_u = 24.5 \text{ cm}$ の 2 例 (図中番号 2、3) を
 除外すると、ほぼ L_u が大きな場合は小さくなり、また L_u が約 20 cm より大きな場合この
 f_∞ は単層 (K-7 砂) の湛水浸透が認められた浸透強度の下限值 $\{K_u(1-A_u)\}_c \approx 3.5 \times$
 10^{-3} cm/sec より小さくなることが分る。また実験値は計算値 C-1 あるいは C-2 には
 は合致している。2) で示したように本実験では $f_\infty < \{K_l(1-A_l)\}'_c$ であるので、1)
 より L_u の増大に伴って $\theta_{l*} (= \theta_{lj})$ あるいは ψ_j が減少する。表 3.2.2 で示した θ_* ($=$
 θ_{lj}) に対する ψ_j の値を付図-1(2)で調べるとほぼ -20 cmAq となることが分るが、この
 値は前述の $\psi_{ue}/(1-\alpha_{uc})$ の値より若干大きい目となっており、ほぼ上層の water
 entry value に一致する。以上のことより、層境界直上には不飽和域が形成されていたこ
 とになるが、そこでの水分量は $\theta_u \approx \theta_{u1}$ となっていることが予想される。なお、例外的な
 $L_u = 24.5 \text{ cm}$ の場合は②で検討される。

K-7・K-5系の場合： 表 3.2.2 で示した $\theta_*(=\theta_{lj})$ に対応する ψ_j は付図-1 (3)より少なくとも ψ_{ue} より大きくなっていることが分る。このことより、上層全域は擬飽和域となっていたことになる。前述のとおり擬飽和域の下端の毛管ポテンシャルは $\psi_{ue} / (1-\alpha_{uc})$ であるので、下層の状況から決る ψ_j とは明らかに一致しないが、これについてはつぎのように考えればよからう。すなわち、この場合の上層と下層の粒径差は図 2.2.2 より分るように非常に大きいので、実験に際して浸透場を作るとき、層境界近傍では上・下層の砂による遷移的な部分が自然に作られることが予想できる。従って、この遷移域の存在によって上述のポテンシャルの不一致が見かけ上生じたものと考えられる。なお、K-7・K-6系の場合にも程度の差はあるものの同様な遷移域が作られているはずであるので、下層より決る ψ_j が $\psi_{ue} / (1-\alpha_{uc})$ より若干小さくなったと同様に考えることができよう。

② 空気圧と擬飽和域

計測空気圧は wetting front が層境界に到達した直後に急増し、その後緩やかな変化へと移行する（実験事実③、④）ことは既に述べたが、この急増から緩やかな変化への移行時近傍においては浸透強度がほぼ一定の値 f_∞ になっていることは図 3.2.7 より分る。またこのような時点での wetting front の深さは、図 3.2.9、図 3.2.11 より分るように層境界面の直下となっており、さらに下層での水分量は上層でのものと比べかなり小さく値となっているので、下層内の空気圧はほぼ一様であるとみなせる。よって、上記の時点近傍では層境界面での空気圧は砂層下端での空気圧（計測）で近似できる。

さて、この移行時点での湛水深の値を差引いた計測空気圧と上層厚との関係を調べると図 3.2.15 のようになるが、図中の黒丸と黒三角は前図に対応する。また同図には、前図の C-1 に対応する $x_{u1} \rightarrow L_u$ とした式 (3.

2.22) より求まる $p_{a1}-h_w$ と L_u との関係を実線の C-1 で、さらに前図の C-2 に対応する $\theta_{u1}=0.41$ 、 $\theta_u=0.408$ とした式 (3.2.21) の右辺より湛水深を差引いたものと L_u との関係を破線の C-2 で示した。図 3.2.14 のところで述べた計算値の C-1 と C-2 の物理的な意味を考慮して実験値と計算値とを比較すると、 $L_u =$

24.5 cm の 2 例（図中番号 2、3）

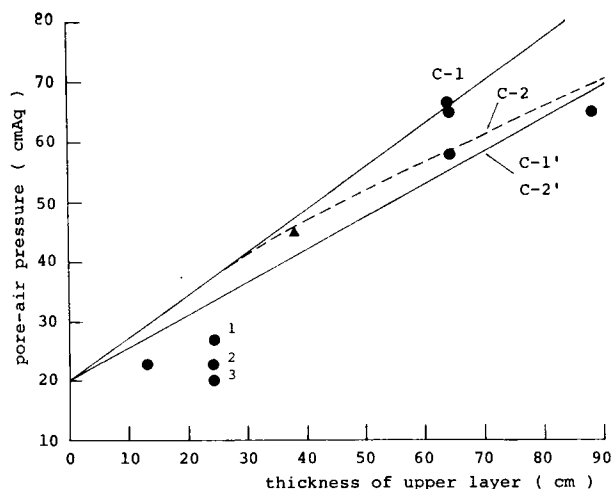


図 3.2.15 空気圧と上層厚との関係

を除外すると、実験値は大略C-1あるいはC-2に合致し、①のところで述べた擬似飽和域の存在範囲に関する考察が妥当であったことが分る。

つぎに、①でも例外的であったK-7・K-6系の $L_u = 24.5$ cmの場合について検討する。図3.2.14のC-1'はC-1と同様なものであるが、ただ式(3.2.20)中の α_{uc} の値を計算値が例外的な実験値に合致するように選んで描いたものであり、 $\alpha_{uc} = 0.45$ となった。また同図のC-2'は $\alpha_{uc} = 0.45$ とした場合のC-2と同様な計算値である。一方、図3.2.15のC-1'とC-2'は $\alpha_{uc} = 0.45$ としたときの同図中のC-1とC-2とに対応するものである。実験値の f_∞ は図3.2.14より $L_u = 24.5$ cmのC-1あるいはC-2の値の2倍程度となり、また図3.2.15より同実験値の $p_{aL} - h_w$ の値は $L_u = 24.5$ cmのC-1'あるいはC-2'の値より10 cmAq程度小さくなっていることが分る。結局、ここで対象としている場合においては、他の場合のように空気放出条件が擬似飽和域の下端で決らず、擬似飽和域内の空気放出路が同域より下方の空気と連続した形で形成されていたために生じたものと考えることができる。

③ 浸透強度 f_∞ の変化

K-7・K-6系で $L_u = 88$ cmの場合、図3.2.7(3)より分るように、wetting frontが層境界に達した後浸透強度はほぼ1時間程度は一定の値 f_∞ となっていたが、時間8000 sec程度より急増し、その後再度は一定の値 f'_∞ を示すようになる(実験事実②)。この f'_∞ の値は図3.2.14中の白丸で示しておいた。また空気圧は、この遷移時点近傍でとくに異常な変化を示さず、平均的にみてなめらかに増大している。浸透強度の f_∞ から f'_∞ への変化は、擬似飽和域の後退(x_{u1} が小さくなること)あるいは同域内の空気抵抗の低下によるものと考えてよい。浸透強度が増加することはj)より θ_{uj} が増大することに対応する。擬似飽和域の後退が原因となる場合、図3.2.14で L_u を固定した際の浸透強度の増加は例えば計算値C-1($\theta_{uj} = 0.41$)からC-2($\theta_{uj} = 0.408$)への移行に定性的に対応するので、これより θ_{uj} はむしろ減少することになる。よって、この場合が原因とするのは不合理である。従って、浸透強度の増大は擬似飽和域での空気抵抗の減少によるとみなせるので、以下ではこの点に着目して検討を行う。

α_{uc} と \hat{K}_{au} との関係は \hat{K} が一定のとき式(2.4.9)から $1/\hat{K}_{au} \propto (1/\alpha_{uc} - 1)$ で与えることができる。K-7・K-6系で $L_u = 88$ cmの場合、 f_∞ の値は図3.2.14中のC-1'あるいはC-2'上にはば位置するので、 $f = f_\infty$ および $f = f'_\infty$ に対応する α_{uc} の値はそれぞれ0.28、0.45となる。そこで、上記の \hat{K}_{au} と α_{uc} の関係式を用いてそれぞれの \hat{K}_{au} の値の比を求めるとはば2.1となるので、遷移後の擬似飽和域内の空気抵抗($1/\hat{K}_{au}$)は

それ以前と比べはば2倍小さくなったことになる。つぎに、図3.2.15に注目し、 L_u を88 cmに固定してC-2とC-1'あるいはC-2'とを比較すると、層境界面での両者の空気圧はかなり近い値となっていることが分る。下層での水分量は飽和値と比べかなり小さな値になっている(表3.2.2参照)ので、浸透強度が f_∞ から f'_∞ へ移行するに伴い下層内の空気抵抗が大きく変化(増大)するとは考えられない。以上のことを考慮すると、浸透強度の f_∞ から f'_∞ への変化は擬似飽和域の空気抵抗の減少によって起ったといえる。

b. 下層で部分的不飽和流が生じた場合

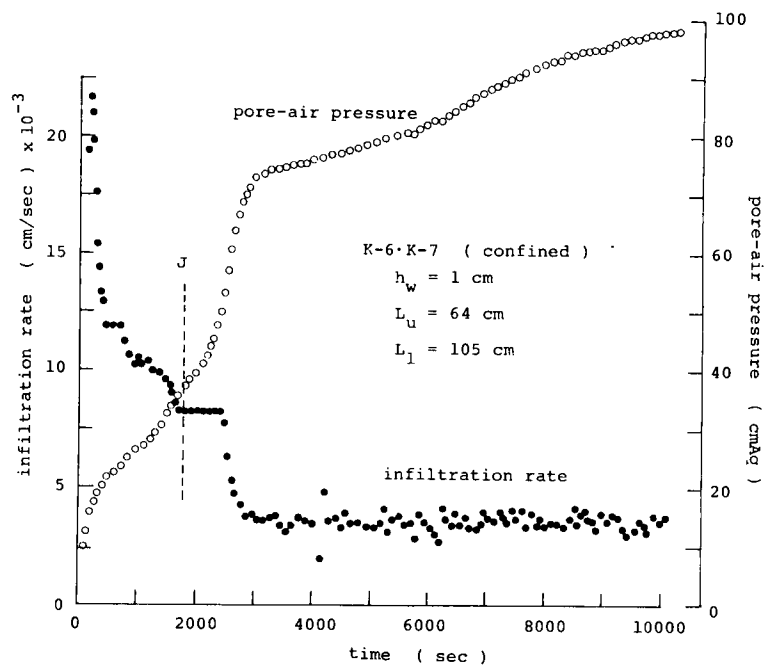
下層で部分的不飽和流が生起するのは前述のとおり上層と下層との粒径差が大きなK-7・K-5系の場合に限られていた。図3.2.8(2)はこの場合の空気圧の時間変化を示したものであったが、wetting frontが層境界に達した直後、空気圧は急増し、その後ほぼ一定の値 $p_{a,s}$ となる(実験事実④)。そこで、同図より $p_{a,s}$ の値を調べると、 $L_u = 24.5, 38, 88$ cmの場合それぞれはば41、56、108 cmAqとなっている。この値を用いて各場合の $p_{a,s} - h_w - L_u$ の値を計算すると、それぞれはば16、17、19 cmAqとなり、上層のwater entry valueの絶対値(はば20 cmAq)より若干小さくなっていることが分る。

このようにほぼ一定の空気圧になっている段階の内部空気の外界への放出は、実験中の観察によると稀にしか認めることはできず、wetting frontが上層にあるときの状況とは大いに異なっていた。このような場合、擬似飽和域は少なくとも上層全域に存在していると予想できる。そこで、このような空気の放出状況を従来どおり連続的にみると、擬似飽和域内の空気抵抗は単層の場合に比べ非常に大きくなっているはずであるので、 α_{uc} の値は式(2.4.9)より十分に小さくなっていることが予想できる。また $p_{a,s}$ の値は下層での水分状況を考慮すると擬似飽和域の下端での空気圧 p_{a1} と等しいと考えてよい。よって、式(3.2.22)で $x_{u1} \rightarrow L_u$ 、 $p_{a1} \rightarrow p_{a,s}$ とおくと、 $p_{a,s} - L_u - h_w = -\alpha_{uc} L_u - \psi_{ue}$ なる関係をうる。上述したように、 $p_{a,s} - L_u - h_w$ の値は $-\psi_{ue}$ より若干小さ目となっていたことを考慮すると、 $\alpha_{uc} L_u$ はかなり小さな値をとること、すなわち α_{uc} は上記の予想どおり十分に小さな値となっていたことが分る。

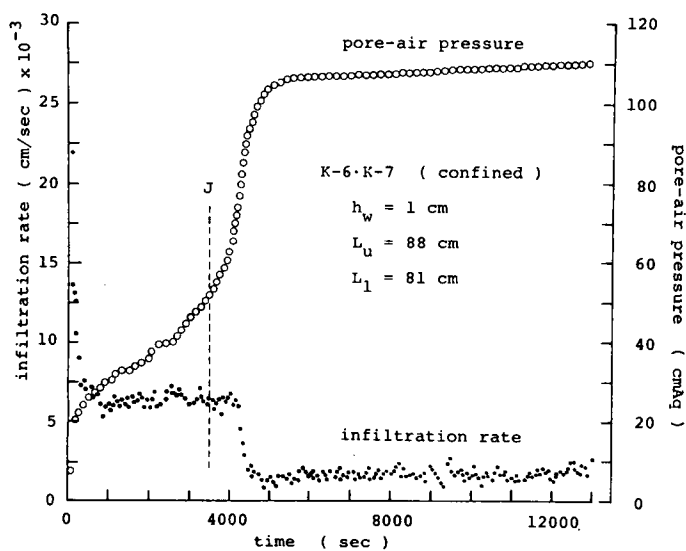
3.3 上層が粗砂で下層が細砂の場合の湛水浸透

3.3.1 実験結果の概要³⁾

まず最初に実験の装置と方法について述べておく。本実験の装置と方法は3.2.1のところ述べたと同様であり、ただ砂の組合せが異なるだけである。ここでは上層がK-6砂で下層がK-7砂の場合と上層がK-5砂で下層がK-7砂の場合を対象にし、主として閉塞湛水浸透実験を行ったが、層厚条件は後述の表3.3.1を参照されたい。

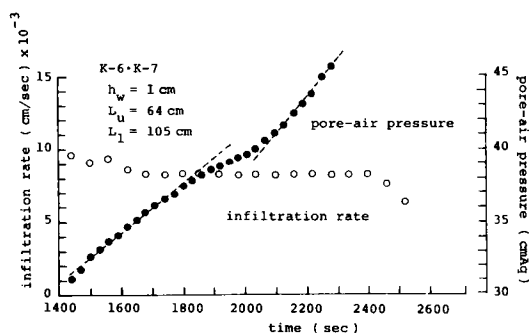


(1) $L_u = 64$ cm の場合

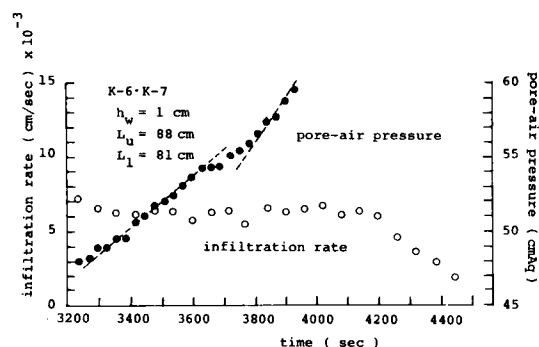


(2) $L_u = 88$ cm の場合

図 3.3.1 浸透強度と空気圧の時間変化



(1) $L_u = 64$ cm の場合



(2) $L_u = 88$ cm の場合

図 3.3.2 浸透強度、空気圧の変化の詳細図

さて、図 3.3.1 (1), (2)はK-6-K-7系でそれぞれ $L_u = 64, 88$ cm の場合の浸透強度と空気圧（下層底部）の時間変化を示したものであり、また図 3.3.2 (1), (2)は前図(1), (2)の実験で wetting front が層境界に到達する前後を拡大したものである。図 3.3.3 はK-5-K-7系で $L_u = 64$ cm の場合の図 3.3.1 に対応する結果である。この場合には上層の浸透能が浸透初期で大きすぎて灌水条件を作るために与えた一定強度の給水では最初のうち灌水が生起せず、約2分後に所定の境界条件となったが、このとき wetting front は上層中に存在していることが認められている。これらの図および他の場合の同様な図よりつぎのことが分る。

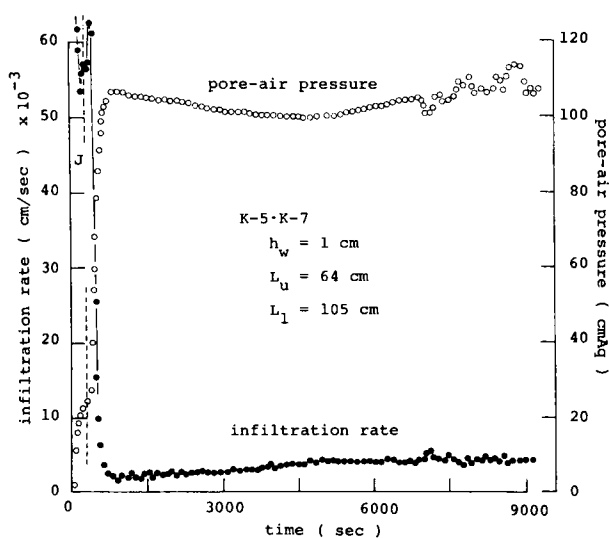
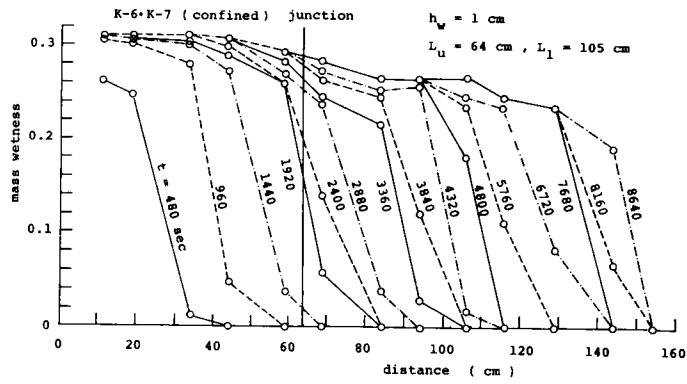
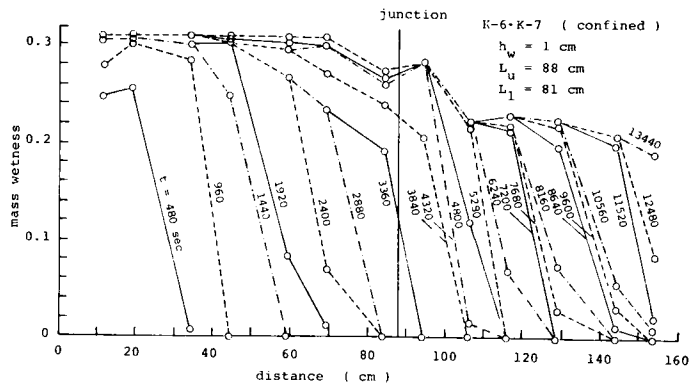


図 3.3.3 浸透強度と空気圧の時間変化

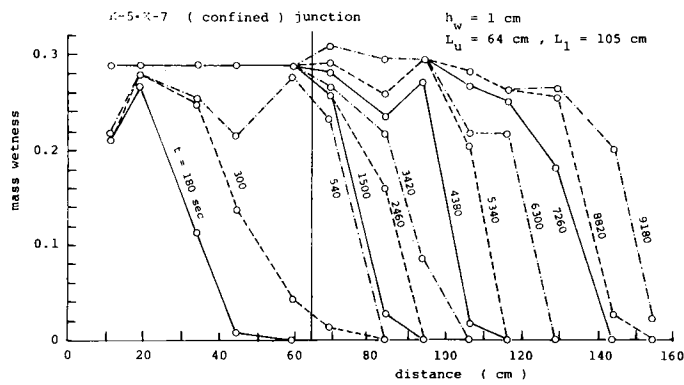
① wetting front が層境界に到達した直後の浸透強度は、K-6-K-7系の場合到達前の減少割合が緩和されてある時間はば一定の値となり、その時間は上層が厚いほど長い。



(1) K-6 · K-7 系 ($L_u = 64 \text{ cm}$)



(2) K-6 · K-7 系 ($L_u = 88 \text{ cm}$)



(3) K-5 · K-7 系 ($L_u = 64 \text{ cm}$)

図 3.3.4 水分量分布の時間変化

一方、K-5・K-7系の場合は減少割合の緩和よりむしろ増大する傾向を示し、その後減少する。

② wetting front が層境界に到達した直後の空気圧は、K-6・K-7系の場合それ以前の増加割合がある時間一旦緩和され、その後急増する。一方、K-5・K-7系の場合はK-6・K-7系の場合のような緩和区間は測定できずそのまま増大する。

③ wetting front が下層へある程度進んだ後では、浸透強度と空気圧の変化割合はほぼ一定となる。

④ K-5・K-7系の場合、③での状況に向う過程は特徴的であって、浸透強度は増加過程、空気圧は減少過程を経る。

つぎに、図 3.3.1 (1)、(2)および図 3.3.3 に対応する場合の水分量分布の時間変化を示すとそれぞれ図 3.3.4 (1)、(2)、(3)となる。また図 3.3.5 は前図(2)の場合の wetting front の移動を水分量をパラメータにとって示したものである。これらよりつぎのことが分る。

⑤ wetting front が下層中へ進んでいる際の上層の水分量分布は、K-6・K-7系の場合上部の擬飽和域とその下方の水分量が比較的大きな不飽和域とで構成され、時間とともに擬飽和域が下方に発達していく。一方K-5・K-7系の場合、全域がほぼ擬飽和域となり、これは wetting front が層境界に到達した直後にみられる層境界より上方に顕著な擬飽和域の発達とそれまでの浸透面からの同域の発達とがほぼ連結した形で形成される。

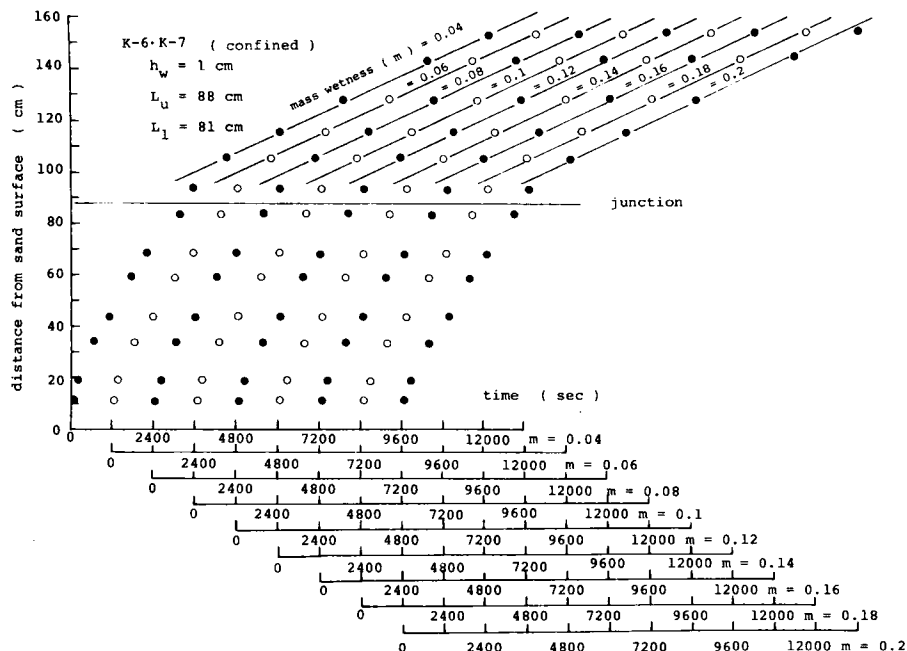


図 3.3.5 wetting front の移動

⑥ また、下層での水分量分布は $K-5 \cdot K-7$ 系、 $K-6 \cdot K-7$ 系のいずれの場合も単層の場合と類似であって、層境界直下の擬似飽和域とその下方の不飽和域との2段的な構造となる。また、時間とともに擬似飽和域の発達は無弱まるが、 $K-5 \cdot K-7$ 系の場合の同域の発達は単層の場合に比べ著しい。

⑦ wetting frontは下層内を進むにつれて、ほぼ一定の形状と速度で移動するようになる。

3.3.2 実験結果の考察¹¹⁾

(1) 擬似飽和域の存在範囲

wetting frontが下層へ深く進むにつれて、浸透強度はほぼ一定の値 f_∞ となる(実験事実③)が、このような段階での上層内の現象は上層がとくに厚くはないのでは定常状態になっていると考えられる。それゆえ上層での水分量分布も定常にはばなっており、この水分状態としては、a. 浸透面よりある深さまで発達した擬似飽和域とその下方の不飽和域、あるいは、b. 全域が擬似飽和域で構成されていると考えることができる。以下では a. の場合および b. の場合が生起するためにはどのような浸透状況にならねばならないのか、また本実験の場合 a.、b. のいずれが生起していたのか、について検討する。

1) 解 析

wetting frontが下層深く侵入している段階では、下層内のある水分量 $\theta_{l*} (\neq 0)$ で $1 / \left(\frac{\partial x}{\partial \theta_l} \right) \approx 0$ となっているはずである。また $\theta_l = \theta_{l*}$ の近傍で transmission zone が形成されるが、このような段階での浸透強度を f_∞ と記すと、 f_∞ は式(3.2.16)に従うので、次式の関係を満たす。

$$f_\infty \lesseqgtr \{ K_l (1 - A_l) \} c \quad \dots\dots\dots (3.3.1)$$

なお、上式で \approx の場合は層境界より下方に $\theta_l \geq \theta_{lc}$ の領域が存在し、 $\theta_{l*} = \theta'_{lc}$ となる場合であり、当然のことながら擬似飽和域の存在も含まれる。不等号の場合は下層の水分量が $\theta_l < \theta_{lc}$ となっている場合であって、 $\theta_{l*} < \theta_{lc}$ である。

a. 上層に不飽和域が存在する場合

この場合の f_∞ は上層の擬似飽和域での関係を用いて式(3.2.20)で与えられるので、同式を式(3.3.1)に用い、 $L_u > x_{u_1} > 0$ を考慮すると、つぎの式がえられる。

$$\zeta \equiv \frac{\{K_l(1-A_l)\}_c}{\alpha_{uc} \hat{K}_u} \gtrsim 1 - \frac{\psi_{ue}}{(1-\alpha_{uc})L_u} \quad \dots\dots\dots (3.3.2)$$

上式は上層に不飽和域が存在するための必要条件である。

ここで、上・下層の砂の組合せの程度と式(3.3.2)の条件式との関係を求めるために、概略的な検討を行う。2.4.6によるとK-7砂、K-6砂のいずれの場合においても $\hat{K} \approx 0.75 K_{sat}$ 、 $\{K(1-A)\}_c \approx 0.5 K_{sat}$ 、 $\alpha_c \approx 0.3$ であるので、これらの関係式が本実験で用いた砂以外のものに対しても同様に成立するとする。また K_{sat} が代表的な粒径 \bar{d} を用い、 \bar{c} を不変定数として、 $K_{sat} = \bar{c} \cdot \bar{d}^2$ で与えられるものとする¹²⁾。以上の諸関係式を式(3.3.2)に用いると、次式をうる。

$$\frac{\bar{d}_u}{\bar{d}_l} \lesssim 1.5 / \sqrt{1 - \frac{\psi_{ue}}{0.7 L_u}} \quad \dots\dots\dots (3.3.3)$$

なお、 $\zeta \approx 2.2(\bar{d}_l/\bar{d}_u)^2$ である。 $\psi_{ue} < 0$ であるので、上式右辺の上限値は1.5となる。よって、式(3.3.2)が成立するような上・下層の砂の組合せは両者がかなり近い場合であると考えよい。

つぎに、上層の不飽和域の水分量分布と空気圧分布はそれぞれ式(3.2.18)と式(3.2.21)で与えられ、そこでの x_{u1} と p_{a1} はそれぞれ式(3.2.20)と式(3.2.22)を用いて表わされる。
b. 上層全域が擬似飽和域となる場合

この場合の層境界直上は擬似飽和域であるので、上層の砂が下層のものに比べ粒径が大きいことおよび層境界面で毛管ポテンシャルは連続であることを考慮すると、層境界面直下には少なくとも擬似飽和域が存在せねばならないことになる。そこで、このような状況を考慮して、模式的に示した図3.3.6の水分量分布の状態を考えることにする。ここに、 p_w 、 p_a は前述した水および空気の圧力であって、浸透面($x=0$)、層境界面($x=L_u$)および擬似飽和域の下端($x=L_u+x_{l1}$)での値をそれぞれ添字0、j、2を用いて表す。

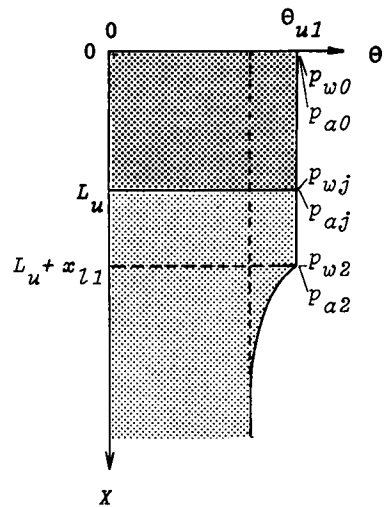


図 3.3.6 水分量分布の模式図

i) 下層内空気圧に対する上層の効果

上層および下層での擬似飽和域の水分状態は定常になっていると考えているので、これらの領域内の水の流量流速はいずれの点においても等しく、 f_{∞} となっている。従って、この流量流速を \hat{v}_j と記すことにすると、 \hat{v}_j は上層および下層に対し式 (2.4.1) を用いると、それぞれつぎのようになる。

$$\hat{v}_j = \hat{K}_u \left(1 - \frac{p_{wj} - p_{a0}}{x_{u1}} \right), \quad \hat{v}_j = \hat{K}_l \left(1 - \frac{p_{w2} - p_{wj}}{x_{l1}} \right) \quad \dots\dots\dots (3.3.4)$$

ここに、 x_{u1} は L_u に等しい。上式より p_{wj} を消去すると次式をうる。

$$\hat{v}_j = \frac{x_{u1} + x_{l1} + p_{w0} - p_{w2}}{x_{u1}/\hat{K}_u + x_{l1}/\hat{K}_l} \quad \dots\dots\dots (3.3.5)$$

一方、上層と下層での擬似飽和域内の空气の流量流速は等しいとみなせるので、この流量流速 \hat{v}_{aj} は上層および下層の場合に対して式 (2.4.5) を用いると、それぞれつぎのようになる。

$$\hat{v}_{aj} = -\hat{K}_{au} \frac{p_{aj} - p_{a0}}{x_{u1}}, \quad \hat{v}_{aj} = -\hat{K}_{al} \frac{p_{a2} - p_{aj}}{x_{l1}} \quad \dots\dots\dots (3.3.6)$$

上式より p_{aj} を消去すると次式をうる。

$$\hat{v}_{aj} = - \frac{p_{a2} - p_{a0}}{x_{u1}/\hat{K}_{au} + x_{l1}/\hat{K}_{al}} \quad \dots\dots\dots (3.3.7)$$

ここで、 \hat{v}_j と \hat{v}_{aj} との比を次式のように定義する。

$$\hat{v}_{aj}/\hat{v}_j = -r(t) \quad \dots\dots\dots (3.3.8)$$

上式に式 (3.3.5) と式 (3.3.7) を用いると次式をうる。

$$p_{a2} = (1 - \alpha_r^*) (x_{u1} + x_{l1}) - (1 - \alpha_r^*) \psi_{l2} + \alpha_r^* p_{a0} + (1 - \alpha_r^*) p_{w0} \quad \dots\dots\dots (3.3.9)$$

$$\text{ここに、} \frac{1}{\alpha_r^*} = 1 + r \cdot \frac{\hat{K}_l \cdot x_{l1} + (\hat{K}_{al} / \hat{K}_{au}) x_{u1}}{\hat{K}_{al} x_{l1} + (\hat{K}_l / \hat{K}_u) x_{u1}} \quad \dots\dots\dots (3.3.10)$$

$$\psi_{l2} = p_{w2} - p_{a2} \quad \dots\dots\dots (3.3.11)$$

ところで、上層と下層の擬似飽和域の飽和度はほぼ同一になっていると考えられ、また 2.4.6 より同域の等価な透水係数はほぼ 90 % 飽和の水分量 (θ_1) での不飽和透水係数で代替できるので、上層と下層での等価な透水係数の比はほぼ次式の関係にある。

$$\hat{K}_u / \hat{K}_l = K_{u \text{ sat}} / K_{l \text{ sat}} \quad \dots\dots\dots (3.3.12)$$

ここに、 $K_{u \text{ sat}}$ と $K_{l \text{ sat}}$ はそれぞれ上層および下層の飽和透水係数である。また、同域の等価な透気係数は同様に 2.4.6 より $\theta = \theta_1$ に対する透気係数の 1/3 程度になることが分っている。透気係数は式 (2.2.61) で与えたが、前述のとおり $\theta_{u1} / \theta_{u \text{ sat}} \approx \theta_{l1} / \theta_{l \text{ sat}}$ であり、また上層と下層の A の値が同一の値をとる (K-7 秒では $A = 1.8$ 、K-6 秒では $A = 1.9$) とすると、次式が成立することになる。

$$\hat{K}_{au} / \hat{K}_{al} = K_{u \text{ sat}} / K_{l \text{ sat}} \quad \dots\dots\dots (3.3.13)$$

よって、式 (3.3.10) ~ 式 (3.3.12) と式 (3.3.13) を用いると、 α_r^* は次式で近似できることになる。

$$\alpha_r^* = \frac{\hat{K}_{al}}{\hat{K}_{al} + r \hat{K}_l} \approx \frac{\hat{K}_{au}}{\hat{K}_{au} + r \hat{K}_u} \quad \dots\dots\dots (3.3.14)$$

いま対象としている十分に浸透が進んだ段階では、2.4.6 の結果を参照にすると $r(t)$ は $r = 1$ で近似できる。この場合の α_r^* を α_c^* と記すと、 α_r^* は次式で近似できることになる。

$$\alpha_r^* \rightarrow \alpha_c^* = \hat{K}_{al} / (\hat{K}_{al} + \hat{K}_l) \approx \hat{K}_{au} / (\hat{K}_{au} + \hat{K}_u) \quad \dots\dots\dots (3.3.15)$$

結局、上層と下層の諸定数、諸変数の関数になっていた α_c^* は下層あるいは上層の等価な透水係数と等価な透気係数の簡単な関数に変換されたことになる。

p_{w0} と p_{a0} はそれぞれ式 (2.4.12) および式 (2.4.13) で与えられる。また式 (3.3.9) 中の $(1-\alpha_c^*)\psi_{l2}$ すなわち $(1-\alpha_c^*)\psi_{l2}$ は単層の場合 (式 (2.4.14)) の類推よりつぎのように与えうと考えることができる。

$$(1-\alpha_c^*)\psi_{l2} = \psi_{le} \quad \dots\dots\dots (3.3.16)$$

ここに、 ψ_{le} は下層の water entry value である。よって、式 (3.3.9) で与えられた p_{a2} は次式で近似できることになる。

$$p_{a2} = (1-\alpha_c^*)X_1 - \psi_{le} + h_w \quad \dots\dots\dots (3.3.17)$$

ここに、 $X_1 = x_{u1} + x_{l1} = L_u + x_{l1}$ である。式 (3.3.17) は、下層の擬似飽和域下端の空気圧を考える場合、上層の効果が単に上層厚に縮約された形になっている。

ii) 下層における擬似飽和域の発達に対する上層の効果

式 (2.4.12) すなわち $p_{w0} \approx h_w$ および式 (3.3.11) と式 (3.3.17) の関係を式 (3.3.5) に用いると、次式をうる。

$$\hat{v}_j = \alpha_c^* \frac{X_1}{L_u/\hat{K}_u + (X_1 - L_u)/\hat{K}_l} \left\{ 1 - \frac{\psi_{le}/(1-\alpha_c^*)}{X_1} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.3.18)$$

\hat{v}_j は f_∞ に等しく、また式 (3.3.1) より $\{K_l(1-A_l)\}_c$ にはほぼ等しくなっている。従って、上式より下層の擬似飽和域はつぎに示す $(x_{l1})_\infty$ までは発達することになる。

$$(x_{l1})_\infty = \frac{-L_u \cdot [\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_u - 1] - \psi_{le}/(1-\alpha_c^*)}{\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_l - 1} \quad \dots\dots\dots (3.3.19)$$

$(x_{l1})_\infty > 0$ なる物理的条件が存在するので、上式はつぎの条件式を満す必要がある。なお、不等号は同順である。

$$\{K_l(1-A_l)\}_c \geq \alpha_c^* \hat{K}_l \quad \text{のとき、}$$

$$\zeta_* \equiv \frac{\{K_l(1-A_l)\}_c}{\alpha_c^* \hat{K}_u} \leq 1 - \frac{\psi_{le}}{(1-\alpha_c^*) L_u} \quad \dots\dots\dots (3.3.20)$$

式(3.3.15)で定義された α_c^* は単層の場合の式(2.4.24)で定義した α_c に対応するので、単層の場合の考察より式(3.3.20)では $\{K_l(1-A_l)\}_c > \alpha_c^* \hat{K}_l$ の場合のみを考えればよい。なお、上式の ζ_* と式(3.3.2)の ζ とは同じものと考えてよい。

上層の砂と $(x_{l1})_\infty$ との関係：

式(3.3.20)を \hat{K}_u で偏微分すると次式となる。

$$\frac{\partial (x_{l1})_\infty}{\partial \hat{K}_u} = \frac{L_u \{K_l(1-A_l)\}_c}{\alpha_c^* \hat{K}_u^2 [\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_l - 1]} \quad \dots\dots\dots (3.3.21)$$

上述のとおり $\{K_l(1-A_l)\}_c > \alpha_c^* \hat{K}_l$ であるので、上式右辺は正符号となる。このことは、下層の砂および上層厚が固定されたとき、 \hat{K}_u が大きなほどすなわち上層の粒径が大きくなるほど、下層での擬似飽和域はよく発達することを意味する。

上層厚と $(x_{l1})_\infty$ との関係：

式(3.3.19)を L_u で偏微分すると次式となる。

$$\frac{\partial (x_{l1})_\infty}{\partial \hat{K}_u} = - \frac{\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_u - 1}{\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_l - 1} \quad \dots\dots\dots (3.3.22)$$

上式で $\hat{K}_u > \hat{K}_l$ の条件を考慮すると、つぎの関係をうる。

$$\alpha_c^* \hat{K}_u > \{K_l(1-A_l)\}_c (> \alpha_c^* \hat{K}_l) \text{ のとき、 } \frac{\partial (x_{l1})_\infty}{\partial L_u} > 0 \quad \dots\dots\dots (3.3.23)_1$$

$$\{K_l(1-A_l)\}_c > \alpha_c^* \hat{K}_u \text{ のとき、 } \frac{\partial (x_{l1})_\infty}{\partial L_u} < 0 \quad \dots\dots\dots (3.3.23)_2$$

式(3.3.23)₁ は、上・下層の砂を固定したとき、上層が厚いほど下層での擬似飽和域がよく発達することを意味する。一方、式(3.3.23)₂ が成立するときには、式(3.3.20)を考慮すると ζ_* は $1 < \zeta_* < 1 - \psi_{le} / (1 - \alpha_c^*) L_u$ となる。従って、a. で述べた理由より、この場合は上・下層の砂がかなり近い場合にのみ生起する可能性がある。

単層の場合との比較：

下層の砂による単層の場合の擬似飽和域の最大の厚さ $x_{l1\infty}$ と $(x_{l1})_{\infty}$ とを比較する。
 $x_{1\infty}$ は式 (2.4.135) で与えられたので、 $(x_{l1})_{\infty}$ と $x_{1\infty}$ との差をとると次式となる。

$$(x_{l1})_{\infty} - x_{1\infty} = -L_u \frac{\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_u - 1}{\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_l - 1} \quad \dots\dots\dots (3.3.24)$$

なお、上式では $\alpha_c^* = \alpha_c$ としている。上式に $\{K_l(1-A_l)\}_c > \alpha_c^* \hat{K}_l$ の関係を用いると、
 つぎの式をうる。なお、不等号は同順である。

$$\zeta_* = \frac{\{K_l(1-A_l)\}_c}{\alpha_c^* \hat{K}_u} \lesssim 1 \text{ のとき、 } (x_{l1})_{\infty} \gtrless x_{1\infty} \quad \dots\dots\dots (3.3.25)$$

$(x_{l1})_{\infty} < x_{1\infty}$ の場合は式 (3.3.23)₂ が成立する場合に等しい。従って、この場合は上・
 下層の砂がかなり近い場合に生起する可能性がある。

2) 実験結果の検討

a. 上層での水分量分布

K-6・K-7系の場合、2.4.6での結果、 $\{K_l(1-A_l)\}_c \approx 3.5 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ 、
 $\alpha_{uc} \approx 0.3$ 、 $\hat{K}_u \approx 1.6 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$ を用いて式 (3.3.2) で定義した ζ の値を計算する
 と、 $\zeta \approx 0.7$ となる。一方、K-5・K-7系の場合、第2章でK-5砂の α_c の値を評価し
 なかったが、K-6砂とK-7砂の場合の類推よりその値はほぼ0.3程度になると考えてよか
 ろうし、またK-5砂の \hat{K} の値は上記のK-6砂のものと比べ1オーダーほど大きい。よって、
 これらの条件を用いて ζ の値を調べると $\zeta < 1$ となることが分る。以上より、本実験の場合、
 理論的には上層内で不飽和域が存在しなかったといえる。事実、K-5・K-7系の上層の水
 分量分布は測定上層境界面直上の様子は厳密には分らないが、それより上方の部分では少なく
 とも擬似飽和域が形成されていたように見えた(実験事実⑤)ので、上記の結果が妥当である
 ことが分る。一方、図3.3.4(1)、(2)で示したK-6・K-7系の場合、層境界面に最も近い上
 層での水分量の測定では、それより上方のものと比べ水分量が若干小さくなっている。これは
 wetting front が層境界に達した後に認められる上層の水分量の急増と層境界直下での水
 分量の急増によって、それまで下方の空気と連続していた層境界直上の空気がいわゆる孤立空
 気としてとり残されたものと考えることができる。従って、この孤立化を考慮すれば、理論的
 結果の妥当性が同様に保証される。

b. 下層での擬似飽和域

K-6・K-7系およびK-5・K-7系の場合に対して式 (3.3.24) の右辺を計算すると、

それぞれは $0.2 L_u$ 、 $0.7 L_u$ になるが、2.4.6 より $x_{1\infty} \approx 20 \text{ cm}$ であったので、 $(x_{11})_{\infty} \approx 0.2 L_u + 20$ 、 $0.7 L_u + 20 \text{ cm}$ となる。よって、例えば図 3.3.4 (1)、(3) の場合の $L_u = 64 \text{ cm}$ を考えると、それぞれは $(x_{11})_{\infty} \approx 33 \text{ cm}$ 、 64 cm になる。これらの値は水分量分布図より予想される値より 20 cm 程度大きくなっているが、水分量分布図では K-5・K-7 系の方が K-6・K-7 系より擬似飽和域はよく発達していること、および K-7 砂の単層の場合より K-5・K-7 系の方が同域はよく発達していることが分る。なお、図 3.3.4 (1)、(3) を詳細に調べると下層での擬似飽和域は実験終了時においてまだ発達の段階にあるようにみえる。ところで、このような時間帯では浸透強度がほぼ一定の値を示していた。いまの場合の上層厚 $L_u (= x_{11})$ はかなり大きな値であるので、式 (3.3.5) よりも分るように浸透強度への x_{11} の若干の増大による影響は小さいということによると考えられる。

図 3.3.4 (2) で示した $L_u = 88 \text{ cm}$ の K-6・K-7 系の場合、下層での擬似飽和域の発達は同系の $L_u = 64 \text{ cm}$ の場合より小さくなっている。c. で示す表 3.3.1 での f_{∞} 等の値は他の場合に比べかなり小さな値を示すが、これらが a. で述べた孤立空気の問題によって生じたのかどうかは不明である。

c. 浸透の特性値

wetting front が下層へ深く進んだ段階での浸透強度 f_{∞} 、wetting front の移動速度 ω_* 、transmission zone の水分量 θ_* および空気圧の増加割合 $\dot{p}_{a\infty}$ の実験値をまとめると表 3.3.1 となる。本実験の場合 a. より下層の上部には擬似飽和域が形成されているので、3.2.3 (2) の考察より分るように、 f_{∞} は $\{K_l(1-A_l)\}_c$ 、 ω_* は $\{K_l(1-A_l)\}'_c / \theta'_c$ 、 θ_* は θ'_{lc} および $\dot{p}_{a\infty}$ は $A_{lc}' \{K_l(1-A_l)\}'_c / \theta'_{lc}$ で与えられる。K-7 砂では $\{K_l(1$

表 3.3.1 wetting front が下層深く進んだ段階での実験定数値

layered system		L_u	f_{∞}	ω_*	θ_*	$\dot{p}_{a\infty}$
upper layer	lower layer	cm	cm/sec	cm/sec		cmAq/sec
K-6	K-7	24.5	3.1×10^{-3}	9.2×10^{-3}	0.36	1.6×10^{-3}
		38	3.5×10^{-3}	1.0×10^{-2}	0.35	3.1×10^{-3}
		64	3.6×10^{-3}	1.1×10^{-2}	0.34	3.0×10^{-3}
		88	1.7×10^{-3}	6.1×10^{-3}	0.32	4.3×10^{-4}
K-5	K-7	24.5	3.7×10^{-3}	1.1×10^{-2}	0.38	2.0×10^{-3}
		64	3.1×10^{-3}	9.0×10^{-3}	0.37	1.5×10^{-3}

$-A_l)\}_c \approx 3.5 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ 、 $\theta'_{lc} \approx 0.36$ 、 $\{K_l(1-A_l)\}'_c / \theta'_c \approx 9.4 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ 、 $A'_{lc}\{K_l(1-A_l)\}'_c / \theta'_{lc} \approx 1.9 \times 10^{-3} \text{ cmAq/sec}$ となるので、表 3.3.1 で前述の $L_u = 88 \text{ cm}$ の K-6・K-7 系の場合を除外すると、実験値はほぼこれらの値に一致することが分る。

(2) wetting front の層境界到達直後の現象

wetting front が層境界面に到達した直後における水分量分布は、上層では浸透面から発達してきた擬飽和域とその下方の不飽和域とで構成され、不飽和域は $\partial\theta_u / \partial x < 0$ となっていよう。また下層では、ここでの系は 3.2 での系と構成砂の組合せが逆になっているので、層境界でのポテンシャルの連続条件より $\theta_{lj} > \theta_{uj}$ となっているが、層境界直下にはまだ擬飽和域が形成されてはいないものと考えられる。そこで、以下ではこのような水分状況を対象にしたとき、浸透現象がどのようになるかを、水と空気の基本式を用いて検討する。

1) 基礎式

不飽和域に関する基礎式は式 (2.2.18)、式 (2.2.20) 及び式 (3.2.5) で与えることができるが、ここでは前述に従い式 (3.2.5) の代わりに、その近似式の式 (3.2.10) を用いることにする。

式 (2.2.18) と式 (3.2.10) を独立変数として θ_i 、 t を用いて表わすと、それぞれはつぎのようになる。

$$-\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left\{ D_i(1-A_i) / \frac{\partial x}{\partial \theta_i} - K_i(1-A_i) \right\} \quad \dots\dots\dots (3.3.26)$$

$$\frac{\partial p_a}{\partial \theta_i} = -\frac{A_i D_i}{K_i} + A_i \frac{\partial x}{\partial \theta_i} \quad \dots\dots\dots (3.3.27)$$

ここに、添字 i は上層の場合 u 、下層の場合 l と書く。

一方、上層に発達している擬飽和域の基本式は単層の場合と同様であって式 (2.4.15)～式 (2.4.17) で与えられるが、これらを再記するとつぎのようである。

$$f = \hat{v}_u = \alpha_{ur} \hat{K}_u \left(1 + \frac{\beta_{ur} / \alpha_{ur}}{x_{u1}} \right) \quad \dots\dots\dots (3.3.28)$$

$$p_{a1} = (1 - \alpha_{ur}) x_{u1} + \frac{1 - \alpha_{ur}}{\alpha_{ur}} \beta_{ur} + h_w \quad \dots\dots\dots (3.3.29)$$

2) 初期条件と不飽和域の境界条件

初期条件はつぎのとおりである。まず水分については式(2.4.28)となるが、層境界面での毛管ポテンシャル ψ_0 の連続性を考慮して次式で与えておく。

$$\theta_u(x) = \theta_{u_0} = \text{const.} \approx 0, \quad \theta_l(x) = \theta_{l_0} = \text{const.} \approx 0$$

..... (3.3.30)

ただし、 $\psi_0 = \psi_u(\theta_{u_0}) = \psi_l(\theta_{l_0})$ である。一方、空気に関しては式(2.4.29)である。

境界条件についてはつぎのとおりである。擬飽和域下端 $x = x_{u1}$ では式(2.4.30)～式(2.4.32)が成立するとするが、ただ層境界面($x = L_u$)では毛管ポテンシャルと空気圧が連続するので、次式の関係が成立する。

$$\psi_j = \psi_u(\theta_{uj}) = \psi_l(\theta_{lj})$$

..... (3.3.31)

$$p_{aj} = p_a(\theta_{uj}, t) = p_a(\theta_{lj}, t)$$

..... (3.3.32)

また、この面で、水と空気の流量流速の連続性は重要な境界条件である。

3) 近 似 解

基礎式の式(3.3.26)～式(3.3.29)を2.4.3で示した近似解法(Parlangeの方法)によって解を求めるが、誘導過程は2.4.3と本質的に差がないので、重複を避けるために簡略に記述する。

a. 第1次近似

$\partial x / \partial t = 0$ とした式(3.3.26)に条件式の式(2.4.30)、式(2.4.31)および式(3.3.31)を用いると、式(2.4.54)に対応する次式をうる。

$$x = x_{u1} - \int_{\theta_u}^{\theta_{u1}} \frac{D_u(1-A_u)}{K_u(1-A_u)-f} d\theta_u ; \quad x < L_u \quad \text{..... (3.3.33)}_1$$

$$x = x_{u1} - \int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}} \frac{D_u(1-A_u)}{K_u(1-A_u)-f} d\theta_u \\ - \int_{\theta_l}^{\theta_{lj}} \frac{D_l(1-A_l)}{K_l(1-A_l)-f} d\theta_l ; \quad x > L_u \quad \text{..... (3.3.33)}_2$$

ここに、 θ_{u1} は不飽和域上端の水分量であるが、式(3.3.33)₁は $\theta_u \rightarrow \theta_{uj}$ で $x \rightarrow L_u$ とな

る必要があり、次式が成立する。

$$L_u = x_{u1} - \int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}} \frac{D_u(1-A_u)}{K_u(1-A_u)-f} d\theta_u \quad \dots\dots\dots (3.3.34)$$

つぎに、式(3.3.28)と式(3.3.34)を考慮して、式(3.3.33)₁と式(3.3.33)₂を t で偏微分すると、それぞれは次式のようになるが、これらは式(2.4.55)に対応する。

$$\frac{\partial x}{\partial t} = - \left\{ Z_u + \int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}} W_u d\theta_u \right\} \frac{df}{dt} + R_u \quad ; \quad x < L_u \quad \dots\dots\dots (3.3.35)_1$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = - \frac{df}{dt} \int_{\theta_{lj}}^{\theta_{lj}} W_l d\theta_l - \frac{d\theta_{lj}}{dt} \left\{ \frac{D_l(1-A_l)}{K_l(1-A_l)-f} \right\}_j \quad ; \quad x > L_u \quad \dots\dots\dots (3.3.35)_2$$

ここに、

$$Z_u = \frac{\beta_{ur} \hat{K}_u}{(f - \alpha_{ur} \hat{K}_u)^2} \quad \dots\dots\dots (3.3.36)$$

$$R_u = \hat{K}_u \frac{(f - \alpha_{ur} \hat{K}_u)^2 \frac{d\beta_{ur}}{dt} + \beta_{ur} \hat{K}_u \frac{d\alpha_{ur}}{dt}}{(f - \alpha_{ur} \hat{K}_u)^2} \quad \dots\dots\dots (3.3.37)$$

$$W_i = \frac{D_i(1-A_i)}{\{K_i(1-A_i)-f\}^2} \quad ; \quad i = u, l \quad \dots\dots\dots (3.3.38)$$

式(3.3.35)₂中の $d\theta_{lj}/dt$ は式(3.3.31)より θ_{lj} が θ_{uj} の関数とみなせるので次式をうる。

$$\frac{d\theta_{lj}}{dt} = \left(\frac{\partial \theta_l}{\partial \theta_u} \right)_j \cdot \frac{d\theta_{uj}}{dt} \quad \dots\dots\dots (3.3.39)$$

$d\theta_{uj}/dt$ は条件式(3.3.34)を t で偏微分することにより求まるので、式(3.3.28)を用いると $d\theta_{lj}/dt$ は次式で与えられることになる。

$$\frac{d\theta_{lj}}{dt} = \left(\frac{\partial \theta_l}{\partial \theta_u} \right)_j \cdot \left\{ \frac{K_u(1-A_u)-f}{D_u(1-A_u)} \right\}_j \cdot \left\{ (Z_u + \int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}} W_u d\theta_u) \frac{df}{dt} - R_u \right\} \quad \dots\dots\dots (3.3.40)$$

さて、式 (3.3.33)₁ と式 (3.3.33)₂ は式 (2.4.57) に対応するつぎに示す水の連続条件を満たす必要がある。

$$f - q_0 = \int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}} \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{x < L_u} d\theta_u + \int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}} \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_{x > L_u} d\theta_l \quad \dots\dots\dots (3.3.41)$$

ここに、 q_0 は $\theta_l = \theta_{l0+}$ での水の流量流速を意味するが、式 (3.2.9) で初期水分条件式 (3.3.30) を考慮すると、 $q_0 = \{K_l(1-A_l)\} \theta_{l0}$ となる。上式に式 (3.3.35)₁ と式 (3.3.35)₂ の関係を代入し、式 (3.3.40) を用いると、式 (2.4.61) に対応する次式をうる。

$$\begin{aligned} -\frac{df}{dt} = & \frac{f - q_0 - R_u \{ \theta_{u1} - \theta_u + (\theta_l - \theta_{l0}) \frac{K_l(1-A_l)}{K_l(1-A_l) - f} \} \times}{\int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}} d\theta_u \int_{\theta_u}^{\theta_{u1}} W_u d\theta_u + \int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}} d\theta_l \int_{\theta_l}^{\theta_{lj}} W_l d\theta_l + (\theta_{u1} - \theta_{uj}) Z_u +} \\ & \frac{\frac{K_u(1-A_u) - f}{K_u(1-A_u)} \}_j}{(\theta_{lj} - \theta_{l0}) \left\{ \frac{K_l(1-A_l)}{K_l(1-A_l) - f} - \frac{K_u(1-A_u) - f}{K_u(1-A_u)} \right\}_j (Z_u + \int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}} W_u d\theta_u)} \\ & \dots\dots\dots (3.3.42) \end{aligned}$$

以上、水分に関する第1次近似解は、式 (3.3.42) の条件下の式 (3.3.33)₁、式 (3.3.33)₂ である。2.4 と同様以下では空気圧の同解は必要としないので、省略する。

b. 第2次近似

第2次近似は第1次近似として求まった式 (3.3.35)₁、式 (3.3.35)₂ の $\partial x / \partial t$ を式 (3.3.26) の左辺の $\partial x / \partial t$ に用いることにより求まる。以下では第1次近似の $\partial x / \partial t$ と df/dt を添字0を付け表わす。このようにした式 (3.3.26) を式 (2.4.63) から式 (2.4.69) を誘導したと同様な手順に従って展開すると、結局つぎに示す水分量分布の式をうる。

$$\begin{aligned} x = x_{u1} - \int_{\theta_u}^{\theta_{u1}} \frac{D_u(1-A_u)}{K_u(1-A_u) - q_0 - \int_{\theta_{uj}}^{\theta_u} \left(\frac{\partial x_u}{\partial t} \right)_0 d\theta_u - \int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}} \left(\frac{\partial x_l}{\partial t} \right)_0 d\theta_l} d\theta_u \\ ; x < L_u \quad \dots\dots\dots (3.3.43)_1 \end{aligned}$$

$$x = L_u - \int_{\theta_l}^{\theta_{lj}} \frac{D_l (1-A_l)}{K_l (1-A_l) - q_0 - \int_{\theta_{l0}}^{\theta_l} \left(\frac{\partial x_l}{\partial t}\right)_0 d\theta_l} d\theta_l$$

; $x > L_u$ (3.3.43)₂

ここに、式 (3.3.43)₁ はつぎの条件を満たす。

$$L_u = x_{u1} - \int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}} \frac{D_u (1-A_u)}{K_u (1-A_u) - q_0 - \int_{\theta_{uj}}^{\theta_u} \left(\frac{\partial x_u}{\partial t}\right)_0 d\theta_u - \int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}} \left(\frac{\partial x_l}{\partial t}\right)_0 d\theta_l} d\theta_u$$

..... (3.3.44)

さらに、式 (3.3.43)₁ と式 (3.3.43)₂ はつぎに示す水の連続条件を満たす必要がある。

$$\int_0^t (f - q_0) dt = \int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}} (x)_{x < L_u} d\theta_u + \int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}} \{ (x)_{x > L_u} - L_u \} d\theta_l$$

+ $L_u (\theta_{uj} - \theta_{u0})$ (3.3.45)

よって、上式に式 (3.3.43)₁ と式 (3.3.43)₂ を用いて式 (3.3.28) を考慮すると次式をうる。

$$\int_0^t (f - q_0) dt = (\theta_{u1} - \theta_{uj}) \frac{\hat{\beta}_{ur} \hat{K}_u}{f - \hat{\alpha}_{ur} \hat{K}_u}$$

$$- \int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}} d\theta_u \int_{\theta_u}^{\theta_{u1}} \frac{D_u (1-A_u)}{K_u (1-A_u) - q_0 - \int_{\theta_{uj}}^{\theta_u} \left(\frac{\partial x_u}{\partial t}\right)_0 d\theta_u - \int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}} \left(\frac{\partial x_l}{\partial t}\right)_0 d\theta_l} d\theta_u$$

$$- \int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}} d\theta_l \int_{\theta_l}^{\theta_{lj}} \frac{D_l (1-A_l)}{K_l (1-A_l) - q_0 - \int_{\theta_{l0}}^{\theta_l} \left(\frac{\partial x_l}{\partial t}\right)_0 d\theta_l} d\theta_l$$

+ $L_u (\theta_{uj} - \theta_{u0})$ (3.3.46)

一方、空気圧分布はつぎのようになる。すなわち、式 (3.3.27) の右辺中の $\partial x / \partial \theta_i$ に式 (3.3.43)₁、式 (3.3.43)₂ の関係を用い、 t を固定して $i = u$ の場合 θ_u につき区間 (θ_u, θ_{u1}) で、 $i = l$ の場合 θ_l につき区間 (θ_l, θ_{lj}) で積分すると、それぞれはつぎのようになる。

$$p_a(\theta_u, t) = p_{a1} + \int_{\theta_u}^{\theta_{u1}} \frac{A_u D_u}{K_u} d\theta_u$$

$$- \int_{\theta_u}^{\theta_{u1}} \frac{A_u D_u (1 - A_u)}{K_u (1 - A_u) - q_0 - \int_{\theta_{uj}}^{\theta_u} \left(\frac{\partial x_u}{\partial t}\right)_0 d\theta_u - \int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}} \left(\frac{\partial x_l}{\partial t}\right)_0 d\theta_l} d\theta_u$$

..... (3.3.47)₁

$$p_a(\theta_l, t) = p_{aj} + \int_{\theta_l}^{\theta_{lj}} \frac{A_l D_l}{K_l} d\theta_l$$

$$- \int_{\theta_l}^{\theta_{lj}} \frac{A_l D_l (1 - A_l)}{K_l (1 - A_l) - q_0 - \int_{\theta_{l0}}^{\theta_l} \left(\frac{\partial x_l}{\partial t}\right)_0 d\theta_l} d\theta_l \quad \dots (3.3.47)_2$$

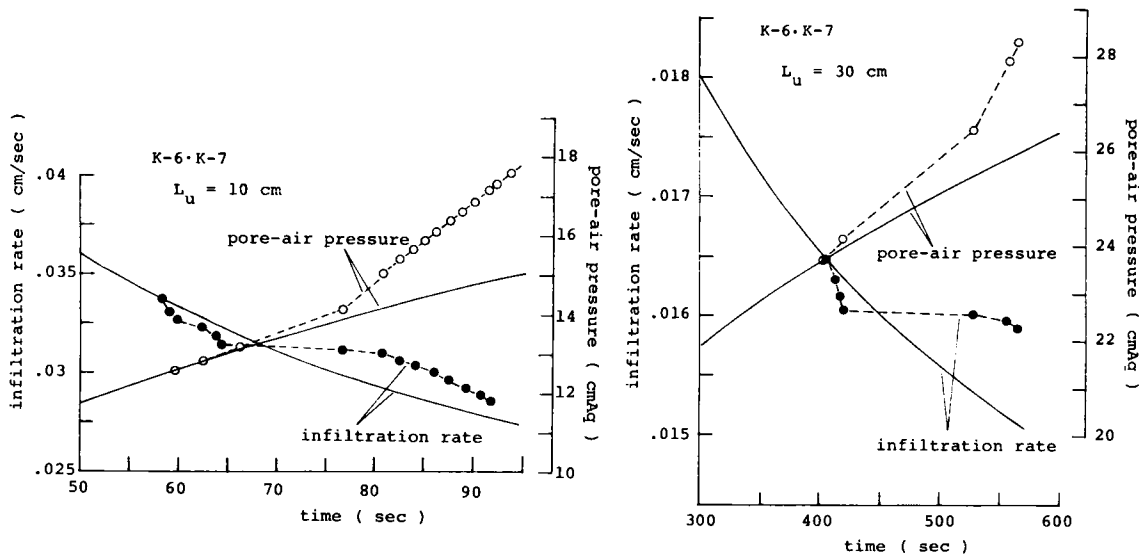
ここに、 p_{a1} は式 (3.3.29) で与えられ、また p_{aj} は式 (3.3.32) の条件を考慮すると、式 (3.3.47)₁ で $\theta_u \rightarrow \theta_{uj}$ とした p_a に一致する。

以上の結果より、 $\alpha_{ur}(t)$ 、 $\beta_{ur}(t)$ が決ると、式 (3.3.44) はある時間の f と θ_{uj} あるいは f と θ_{lj} の関係を与えるので、同式を式 (3.3.46) に用いると f の時間変化が決ることになる。また x_{u1} は求まった $f(t)$ を式 (3.3.28) へ用いると決るので、 p_{a1} も式 (3.3.29) より決ることになる。よって、水分量分布は式 (3.3.43)₁ と式 (3.3.43)₂ より、また空気圧分布は式 (3.3.47)₁ と式 (3.3.47)₂ より決る。

なお、上で誘導した近似的な解は 2.4 の単層を対象にした近似的な解 ($\varepsilon \rightarrow 0$ の場合) を含む形となっており、添字 u と l を同一視すると単層の場合に一致することはいうまでもない。

4) 計算結果と実験結果の比較

図 3.3.7 (1)、(2) はそれぞれ $L_u = 10 \text{ cm}$ 、 30 cm の K-6・K-7 系の場合で、wetting front が層境界に到達する直前と直後の浸透強度と砂層底部に対応する空気圧の 3) の第 2 次近似による計算値をそれぞれ黒丸と白丸で示したものである。計算に必要な $\alpha_{ur}(t)$ 、 $\beta_{ur}(t)$ 、 \hat{K}_u 、 θ_{u1} の値は 2.4 の結果に従った。wetting front が層境界に到達した時間は図中



(1) $L_u = 10$ cm の場合

(2) $L_u = 30$ cm の場合

図 3.3.7 浸透強度、空気圧の計算値

で黒丸あるいは白丸が印され始める点と考えてよい。図中には比較のためにK-6砂の単層の場合の同様な計算結果を実線で示しておいた。これらの図よりつぎのことが分る。①wetting front が層境界に達した直後、浸透強度はわずかではあるが急激に低下したのちある時間はば一定の値となる。そしてその後明確に減少を始める。②浸透強度がほぼ一定となって時間は上層厚が大きなほど長い。③空気圧は浸透強度がほぼ一定値より減少を始めるまでは単層の場合とあまり差がないが、この減少とともに急激に増大する。

つぎに上記の計算結果と 3.3.1 で示した実験結果とを対比すると、つぎのことが分る。計算においては、実験事実②での空気圧の増加割合の一時的な緩和が認められず、また実験においては計算での一時的な浸透強度の低下は認められなかったが、その他の浸透強度と空気圧の変化特性は両者とも同一である。しかし計算による一時的な浸透強度の低下は、wetting front は水分に関しある巾をもっているので、これのごく一部が下層に入ったとき計算ではこの一部に対しては下層の条件を用いる必要があるが、計算上この条件がうまく組込めなかったために生じたものと考えられる。

そこで、wetting front が層境界に到達した直後の様子を現象論的に考えてみる。上層内での wetting front は下層に比べて小さな毛管力等を受けて下降してきたものが、層境界に達すると上層に比べ大きな毛管力を受けて一時的に加速されるようになる。その結果、それまで砂層表面からの浸透量は上層内で wetting front の発達と浸透面直下付近での水分量の増加に費やされていたものが、層境界面直下の従来以上の吸引力によってほぼ上層の

上部の水分状態を変化させることなく砂層表面からの浸透水量は大略上層内をカスケード的に流れ、それが下層へ浸入するといった状況になっていたものと考えられる。このことは、式(3.3.28)に注目すると、浸透強度がほぼ一定となっていたことより x_{u1} がほぼ変化せず、擬似飽和域の発達が停止していたことよりも理解できる。なお、同式中の α_{ur} 、 β_{ur} の値はほぼ一定となっていると考えてよい。一方、空気圧の挙動はつぎのように理解できる。浸透強度がほぼ一定となっている区間では上層の上部の水分量の大きな領域での水分量分布はほぼ固定されていたので、式(3.3.47)₁と式(3.3.47)₂より空気圧の増加は主として層境界近傍の水分量の増大によってもたらされることになるが、この部分での空気抵抗はさほど大きなものとなっていないことが分る。そして浸透強度の明確な低下が始まると、擬似飽和域の発達が顕著となり、またこれに伴う上層での同域下方の水分量の増大および層境界直下の水分量が非常に大きくなることによってこれらの部分での空気抵抗が増大するので、空気圧は急激に増加したものと考えられる。

最後に、ここで対象としているwetting frontが層境界に達した直後のみの現象ではないが、図3.3.3で示したK-5・K-7系の場合の実験事実④について定性的な説明を加えておく。空気圧が一旦急増して極大値($t = t_{max}$)をとり、その後減少変化を経て極小値($t = t_{min}$)をとり再び増加するという過程はつぎのように考えることができる。すなわち、 $t_{max} > t > t_j$ では上層での水分量の急増(実験事実⑤)および下層への上層からの浸透水の急激な流入によって下層内の空気は著しい閉塞を強いられて過圧縮の状態となり、 $(v + v_a)_j > 0$ なる状況となる。 $t_{max} < t < t_{min}$ では、過圧縮の空気が $(v + v_a)_j < 0$ なる条件で外界へ放出され、結果的に空気圧の減少を示す。さらに $t > t_{min}$ では強制的な過圧縮状態がなくなり、従来より対象としてきた空気の放出条件が擬似飽和域下端で決る間歇的な空気の放出がみられ、 $(v + v_a)_j \approx 0$ なる条件が成立するようになる。このような考え方に従うと、同系でみられた浸透強度の興味ある変化過程も説明が可能となる。なお、3)の結果は基礎式の式(3.2.5)を式(3.2.10)で近似したため ϵ_i の効果が無視された形となっている。このことは2.4.3で示したとおり $v + v_a \approx 0$ を条件としたことになるので、上記のような複雑な空気圧の変化は計算上現われない。

5) 開放湛水浸透の場合との比較

図3.3.8は湛水深が1 cm、上層厚が64 cmのK-6・K-7系の開放浸透実験における浸透強度とwetting frontの深さの時間変化を示したものである。図より分るように、開放の場合においてもwetting frontが層境界に達した直後、浸透強度がほぼ一定となる区間が現われるが、その時間は同じ砂の組合せでかつ上層厚が同じ図3.3.1(1)で示した閉塞の

場合と比べ非常に短くなっている。このことより上層が粗砂で下層が細砂からなる系では、層境界の存在は浸透強度の減少過程を一時的に緩和させる効果をもつことになるが、空気閉塞性がさらに緩和を助長させる効果をもつことは興味深いといわざるをえない。

3.4 む す び

以上、二層砂層への湛水浸透について検討したが、得られた成果のうち、本研究の対象となる閉塞浸透の場合に得られた結果を要約するとつぎのようになる。

まず、上層が細砂で下層が粗砂の場合については、

1) wetting front が層境界面に達した直後の現象は不連続的であって、浸透強度の急減、wetting front 前方の空気圧の急増、上層の水分量の急増および wetting front の移動の遅延が生じる。

2) 下層での水の流れ形態は一般には上・下層の粒径差によって決り、その差が小さいときには一般化された Darcy 則に従う全面的不飽和流が、差が大きくなときには部分的不飽和流が生じる。

3) wetting front が下層へ深く進むにつれて水分量分布は、下層で全面的不飽和流が生起する場合、上層では浸透面より発達した擬似飽和域とその下方の不飽和域で形成され、下層ではつぎに示す不飽和域で形成される。層境界面直下の水分量 θ_{lj} が θ_{lc} より大きいときは、重力方向の順に、水分量分布がほぼ固定される $\theta_{lj} > \theta_l > \theta_{lc}$ の部分、形状が引延されている $\theta_{lc} > \theta_l > \theta'_{lc}$ の部分、 $\theta_l = \theta'_{lc}$ の transmission zone およびほぼ一定の形状と速度 $\{K_l(1-A_l)/\theta_l\}'$ を有する wetting front によって構成される。 θ_{lj} が $\theta_{lc} > \theta_{lj} > \theta'_{lc}$ のときは、同形状が引延されている $\theta_{lj} > \theta_l > \theta'_{lc}$ の部分とそれ以下は $\theta_{lj} > \theta_{lc}$ のときと同じものによって構成される。また、 θ_{lj} が $\theta_{lj} < \theta'_{lc}$ のときは、 $\theta_l = \theta_{lj}$ の transmission zone とその前方のほぼ一定の形状と速度 $\{K_l(1-A_l)/\theta_l\}_j$ を有する wetting front によって構成される。とくに上層の擬似飽和域は上層厚が大きくなほどよく発達し、上層の砂で構成された単層への湛水浸透の場合と比べると、上層

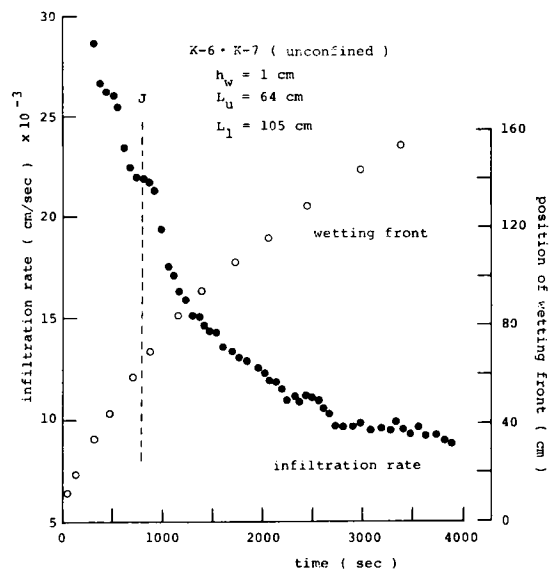


図 3.3.8 浸透強度と wetting front の深さの時間変化

厚が $-\alpha_{uc} \hat{K}_u \psi_{ue} / (1 - \alpha_{uc}) / [\{K_u(1 - A_u)\}_c - \alpha_{uc} \hat{K}_u]$ より大きな場合にはよく発達する。

一方下層で部分的な飽和流が生起する場合、水分量分布は上層厚に関係なく、上層全域の擬似飽和域と下層の非常に水分量の小さな部分とで構成される。

4) 前項で述べたような段階での浸透強度はほぼ一定となり、また下層で全面的な飽和流が生起する場合でのその値は $\theta_{lj} \geq \theta_{lc}$ のとき $\{K_l(1 - A_l)\}_c$ 、 $\theta_{lj} < \theta_{lc}$ のとき $\{K_l(1 - A_l)\}_j$ となる。なお、途中浸透強度が別の値に移行して再び一定になる場合があるが、この変化は上層の擬似飽和域の空気抵抗の変化として説明することができる。

5) 擬似飽和域での浸透の基礎式は単層の場合と同じであって、下層で全面的な飽和流が生起する場合には一般には単層の場合と同じ定数値を用いることが可能である。しかし単層の場合の定数値を用いることができない場合もあるが、その原因は擬似飽和域での空気放出形態の相違、同域の空気放出抵抗の変化による。

6) 3) で述べた段階での wetting front 前方の空気圧は、下層で全面的な飽和流が生起する場合、一定の割合で増大し、その割合は $\theta_{lj} \geq \theta'_{lc}$ のとき $\{A_l K_l(1 - A_l) / \theta_l\}'_c$ 、 $\theta_{lj} < \theta'_{lc}$ のとき $\{A_l K_l(1 - A_l) / \theta_l\}_j$ で与えられる。一方部分的な飽和流が生起する場合は変化割合が零に近くなって、空気圧はほぼ $L_u - \psi_{ue} + h_w$ の値に等しくなる。

つぎに、上層が粗砂で下層が細砂の場合については、

7) wetting front が層境界に到達した直後、上・下層の粒径差が小さいとき、浸透強度はほぼ一定の値を取り、この状態は上層厚が大ききほど、また間隙空気が閉塞されない場合より長く続く。その間の wetting front 前方の空気圧の増加割合は緩和され、その後の浸透強度の急激な低下に伴って空気圧は急増を始める。一方両層の粒径差が大ききときには、浸透強度はむしろ増大した後減少を始め、また同空気圧は急増を示し、漸变的な現象は認められない。

8) 前項で示した段階での上層の水分状況は、浸透面から下方のみならず層境界から上方へと擬似飽和域が発達する。

9) このような状況を経て、上・下層の粒径差が小さいとき、浸透強度は減少後ほぼ一定の値となり、また wetting front 前方の空気圧は増加割合を減じつつほぼ一定の割合で増加するようになる。一方粒径差が大ききときには、浸透強度は徐々に増加して一定の値に近づくが、同空気圧は一旦減少して極小値をとった後一定の割合で増加するようになる。これらの浸透強度と空気圧の時間変化割合の一定値は、下層の砂によって構成された単層への湛水浸透の場合で、十分に時間が経った段階で認められる値に一致する。

10) wetting frontが下層へ深く進んだ段階では、一般には上層全域と層境界から下方の次式で示す深さまで擬似飽和域が発達することになる。

$$(x_{l_1})_{\infty} = \frac{-L_u [\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_u - 1] - \psi_{le} / (1 - \alpha_c^*)}{\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_l - 1}$$

そして、同域下方の不飽和域の水分量分布は、十分に時間が経った段階で認められる単層への湛水浸透の場合の不飽和域の同分布と同じになる。

11) 前項の $(x_{l_1})_{\infty}$ の値は、砂の組合せが同じ場合には上・下層の粒径が非常に近い場合を除外すると、上層が厚いほど大きくなり、また上層厚と下層の砂が同一の場合には上層が粗いほど、さらに下層の砂によって構成される単層への湛水浸透の場合のものより大きくなる。

12) 下層に位置する擬似飽和域下端での空気圧は、単層への湛水浸透の場合と類似な表現で近似的に与えることができる。すなわち、

$$p_{a_1} = (1 - \alpha_c^*) X_1 - \psi_{le} + h_w$$

ここに、 $X_1 = L_u + x_{l_1}$ である。

参 考 文 献

- 1) Vachaud, G., M. Vauclin, D. Khanji and M. Wakil: Effects of air pressure on water flow in an unsaturated stratified vertical column of sand, Water Resour. Res., Vol. 9, 1973, pp. 160-173.
- 2) Sonu, J.: Water and air movement in bounded layered soil, Proc., I.A.H.S., 1975, pp. 85.1-85.10.
- 3) 石原安雄・下島栄一：閉塞2層砂への雨水浸透に関する実験的研究、京大防災研究所年報、第20号B-2、1977、pp. 119-147.
- 4) Bybordi, M.: Moisture profiles in layered porous materials during steady-state infiltration, Soil Sci., Vol. 105, 1968, pp. 379-383.
- 5) ア・イ・ベェイニク：不可逆過程の熱力学（妹尾 学訳）総合科学出版、p. 118.

- 6) Miller, D. E. and W. H. Gardner: Water infiltration into stratified soil, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol. 26, 1962, pp. 115-119.
- 7) Takagi, S.: Analysis of the vertical downward flow of water through a two-layered soil, Soil Sci., Vol. 90, 1960, pp. 98-103.
- 8) Hill, D. E. and J.-Y. Parlange: Wetting front instability in layered soils, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol. 36, 1972, pp. 697-702.
- 9) Philip, J. R.: Stability analysis of infiltration, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol. 39, 1975, pp. 1042-1049.
- 10) Philip, J. R.: The growth of disturbances in unstable infiltration flow, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol. 39, 1975, pp. 1049-1053.
- 11) 石原安雄・下島栄一: 閉塞湛水浸透における砂層境界の効果について、京大防災研究所年報、第26号B-2、1983、pp. 197-212.
- 12) 例えば、水理公式集、土木学会昭和38年増補改訂版、pp. 308-309.

第4章 結 論

以上、雨水の浸透を理解する上で基礎となる浸透機構とくに浸透水と間隙空気との交換機構、および浸透に及ぼす浸透場内の層境界の効果に関する研究を、それぞれ間隙空気が浸透面を通してのみ外界に放出されうる条件下の気乾状態の単一砂層および二層砂層への湛水浸透実験を介して行ってきたが、本編で得られた成果を要約するとつぎのとおりである。

まず、単一砂層の場合については、

1) 水分量分布は浸透面直下に発達する飽和に近い擬似飽和域とその下方の不飽和域とで構成され、不飽和域の下端には wetting front が存在する。時間経過とともに擬似飽和域の発達は衰えて、7) に示す物理的に決める深さまでしか延びないが、不飽和域は wetting front の下方への移動に伴って発達を続ける。

2) 間隙空気は間歇的に浸透面を通して外界へ放出され、厳密には浸透現象は不連続となるが、一連の現象を平均的に連続事象として捉えることが可能であって、不飽和域での水と空気の運動はそれぞれ一般化された Darcy 則に従い、また擬似飽和域での水の流量流速とその先端での空気圧はつぎの諸式で与えられる。

$$\hat{v} = \alpha_r \hat{K} \left\{ 1 + \frac{\beta_r / \alpha_r}{x_1} \right\}, \quad p_{a1} = (1 - \alpha_r) x_1 - \psi_1 + p_{w0} - \beta_r$$

$$\text{ここに、} \alpha_r = \hat{K}_a / (\hat{K}_a + r \hat{K}), \quad \beta_r = \alpha_r (-\psi_1 + p_{w0} - p_{a0}), \quad \hat{v}_a = -r \hat{v}$$

3) 浸透開始後、 α_r は大略 0.6 より急減し、時間とともに一定の値 α_c (K-7 砂、K-6 砂ともほぼ 0.3) に漸近する。また β_r は浸透直後より若干減少する傾向がみられるが、近似的に ψ_c を water entry value として一定の値 $\beta_c = -\alpha_c \psi_c / (1 - \alpha_c)$ とみなせる。なお浸透の初期段階を除外すると、 $r(t)$ は $r = 1$ で近似できる。

4) 擬似飽和域の形成段階は wetting front 前方の空気圧が大略 water entry value の絶対値と湛水深の和に達するまでの過程に対応し、この過程は浸透面直下の領域内の空気抵抗が次第に増大するということから説明できる。発達段階では、擬似飽和域と不飽和域での空気の移動に対する抵抗は前者の方が後者に比べ少なくとも数倍 (K-7 砂、K-6 砂では 3 倍程度) 大きくなる。

5) 不飽和域内の空気の外界への放出条件は擬似飽和域下端で与えることができ、擬似飽和

域の発達段階での同域下端の空気圧は次式で与えることができる。

$$p_{a1} = (1 - \alpha_c) \cdot \left(x_1 - \frac{\psi_e}{1 - \alpha_c} \right) + h_w$$

6) 浸透初期の擬飽和域の形成過程においては近似的に次式が成立する。

$$\text{浸透強度: } f = \frac{S}{2} / \sqrt{t}$$

$$\text{水分の移動: } x(\theta, t) = \varphi(\theta) \cdot \sqrt{t}$$

$$\text{wetting front 方の空気圧: } p_{aL} = a \ln t + b + h_w$$

S と a の値は湛水深の大小または砂層厚の大小によって一義的に決らないが、 S と a の間には S が大きくなるほど a が小さくなるという傾向がある。

なお、砂層内の空気圧は近似的に θ の関数と t の関数の和で与えられる。

7) 擬飽和域が十分に発達した段階においては、浸透強度、wetting front 前方の空気圧の変化割合、wetting frontの形状と速度は砂層厚、湛水深に関係なくほぼ一定となり、つぎの諸式で与えられる。

$$\text{浸透強度: } f = \{K(1-A)\}_c$$

wetting front 前方の空気圧 p_{aL} の変化割合:

$$\frac{dp_{aL}}{dt} = A'_c \cdot \frac{\{K(1-A)\}'_c - K_0(1-A_0)}{\theta'_c - \theta_0}$$

$$\text{wetting frontの速度: } \omega_* = \frac{\{K(1-A)\}'_c - K_0(1-A_0)}{\theta'_c - \theta_0}$$

$$\text{wetting frontの形状: } x(\theta, t) - x(\theta'_c - \Delta_*, t)$$

$$= - \int_{\theta}^{\theta'_c - \Delta_*} \frac{D(1-A)}{-(\theta - \theta_0)\omega_* + K(1-A) - K_0(1-A_0)} d\theta$$

ここに、浸透場の初期水分量分布は一樣で $\theta = \theta_0$ であるが、 θ_0 はあまり大きな値ではないとしており、また Δ_* は正の小さな値である。なお $\theta_0 \approx 0$ のとき、 $\theta_c \approx \theta'_c$ となる。

また、このような段階での擬飽和域は浸透面より

$$x_1 \approx -\alpha_c \hat{K} \frac{\psi_c / (1 - \alpha_c)}{\{K(1 - A)\}_c - \alpha_c \hat{K}}$$

まで発達している（ $K=7$ 砂、 $K=6$ 砂の場合ほぼ 20 cm）が、水分量分布は重力方向に、水分量 θ が θ_1 となる擬似飽和域、 $\theta_1 > \theta > \theta_c$ の形状がほぼ固定される部分、 $\theta_c > \theta > \theta'_c$ の $\partial x / \partial t \approx dK(1 - A) / d\theta$ によって形状が引延される部分、 $\theta = \theta'_c$ の transmission zone および上記の wetting front によって構成される。

なお、wetting front に沿った空気圧は、 $\theta_0 \approx 0$ の場合、 θ の関数と $\{A \cdot K(1 - A) / \theta\}'_c \cdot t$ なる t の関数の和で与えることができる。

つぎに、二層砂層の場合については、

上層が細砂で下層が粗砂よりなる系に対して、

8) wetting front が層境界面に達した直後の現象は不連続的であって、浸透強度の急減、wetting front 前方の空気圧の急増、上層内水分量の急増および wetting front の移動の遅延が生じる。

9) 下層での水の流れ形態は一般には上・下層の粒径差によって決り、その差が小さいときには一般化された Darcy 則に従う全面的不飽和流が、差が大きくなときには部分的な不飽和流が生じる。

10) wetting front が下層へ深く進むにつれて水分量分布は、下層で全面的な不飽和流が生起する場合、上層では浸透面より発達した擬似飽和域とその下方の不飽和域で形成され、下層ではつぎに示す不飽和域で形成される。層境界面直下の水分量 θ_{lj} が θ_{lc} より大きいときは、重力方向の順に、水分量分布がほぼ固定される $\theta_{lj} > \theta_l > \theta_{lc}$ の部分、形状が引延されている $\theta_{lc} > \theta_l > \theta'_{lc}$ の部分、 $\theta_l = \theta'_{lc}$ の transmission zone およびほぼ一定の形状と速度 $\{K_l(1 - A_l) / \theta_l\}'_c$ を有する wetting front によって構成される。 θ_{lj} が $\theta_{lc} > \theta_{lj} > \theta'_{lc}$ のときは、同形状が引延されている $\theta_{lj} > \theta_l > \theta'_{lc}$ の部分とそれ以下は $\theta_{lj} > \theta_{lc}$ のときと同じものによって構成される。また、 θ_{lj} が $\theta_{lj} < \theta'_{lc}$ のときは、 $\theta_l = \theta_{lj}$ の transmission zone とその前方のほぼ一定の形状と速度 $\{K_l(1 - A_l) / \theta_l\}_j$ を有する wetting front によって構成される。とくに上層の擬似飽和域は上層厚が大きくなほどよく発達し、上層の砂で構成された単層への灌水浸透の場合と比べると、上層が 7) で示した擬似飽和域の最終的な厚さより大きな場合にはよく発達する。

一方下層で部分的な不飽和流が生起する場合、水分量分布は上層厚に関係なく、上層全域の擬似飽和域と下層の非常に水分量の小さな部分とで構成される。

11) 前項で述べたような段階での浸透強度はほぼ一定となり、また下層で全面的不飽和流が生起する場合でのその値は $\theta_{lj} \geq \theta_{lc}$ のとき $\{K_l(1-A_l)\}_c$ 、 $\theta_{lj} < \theta_{lc}$ のとき $\{K_l(1-A_l)\}_j$ となる。なお、途中浸透強度が別の値に移行して再び一定になる場合があるが、この変化は上層の擬似飽和域の空気抵抗の変化として説明することができる。

12) 擬似飽和域での浸透の基礎式は単層の場合と同じであって、下層で全面的不飽和流が生起する場合には一般には単層の場合と同じ定数値を用いることが可能である。

13) 10)で述べた段階での wetting front 前方の空気圧は、下層で全面的不飽和流が生起する場合、一定の割合で増大し、その割合は $\theta_{lj} \geq \theta'_{lc}$ のとき $\{A_l K_l(1-A_l)/\theta_l\}'_c$ 、 $\theta_{lj} < \theta'_{lc}$ のとき $\{A_l K_l(1-A_l)/\theta_l\}_j$ で与えられる。一方部分的不飽和域が生起する場合は変化割合が零に近くなって、空気圧はほぼ $L_u - \psi_{uc} + h_w$ の値に等しくなる。

上層が粗砂で下層が細砂よりなる系に対して、

14) wetting front が層境界に到達した直後、上・下層の粒径差が小さいとき、浸透強度はほぼ一定の値をとり、この状態は上層厚が大ききほど、また間隙空氣が閉塞されない場合より長く続く。その間の wetting front 前方の空気圧の増加割合は緩和され、その後の浸透強度の急激な低下に伴って空気圧は急増を始める。一方両層の粒径差が大ききときには、浸透強度はむしろ増大した後減少を始め、また同空気圧は急増を示し、漸变的な現象は認められない。

15) 前項で示した段階での上層の水分状況は、浸透面から下方のみならず層境界から上方へと擬似飽和域が発達する。

16) このような状況を経て、上・下層の粒径差が小さいとき、浸透強度は減少後はほぼ一定の値となり、また wetting front 前方の空気圧は増加割合を減じつつはほぼ一定の割合で増加するようになる。一方粒径差が大ききときには、浸透強度は徐々に増加して一定の値に近づくが、同空気圧は一旦減少して極小値をとった後一定の割合で増加するようになる。これらの浸透強度と空気圧の時間変化割合の一定値は、下層の砂によって構成された単層への潜水浸透の場合で、十分に時間が経った段階で認められる 7) で示したそれぞれに対応する結果に一致する。

17) wetting front が下層へ深く進んだ段階では、一般には上層全域と層境界から下方の次式で示す深さまで擬似飽和域が発達することになる。

$$(x_{l1})_{\infty} = \frac{-L_u \left[\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_u - 1 \right] - \psi_{lc} / (1 - \alpha_c^*)}{\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_l - 1}$$

ここに、 α_c^* は α_{lc} ($\approx \alpha_{uc}$) で近似できる。そして、同域下方の不飽和域の水分量分布は、7) で示した単層の場合に認められる不飽和域での同分布と同じになる。

18) 前項の $(x_{l1})_\infty$ の値は、砂の組合せが同じ場合には上・下層の粒径が非常に近い場合を除外すると、上層が厚いほど大きくなり、また上層厚と下層の砂が同一の場合には上層が粗いほど、さらに下層の砂によって構成される単層への湛水浸透の場合のもの (7) 参照) より大きくなる。

19) 下層に位置する擬似飽和域下端での空気圧は、5) で示した単層の場合と類似な表現で近似的に与えることができる。すなわち、

$$p_{a1} = (1 - \alpha_c^*) X_1 - \psi_{le} + h_w$$

ここに、 $X_1 = L_u + x_{l1}$ である。

第 II 編

砂層への雨水浸透に関する研究

第1章 概 論

雨が地面に降り続くと、その初期では、雨水の総てが地中へと浸透していく。しかし、その後、降雨強度が浸透能より大きくなると、地面に湛水が現われ、そして降雨の一部分だけが浸透するようになる。このような現象が山腹斜面で起ると、湛水は表面流なる流れへと様相が変化する。とくに山腹斜面が活性層で覆われている場合には、表面流がつぎのような過程を経て発生する¹⁾。すなわち、まず浸透水によって活性層の下方の境界面上に一種の湛水である飽和帯が形成されて中間流と呼ばれるものが生起するが、この水深が次第に増大して活性層の厚さを越えると表面流が発生するのである。一方、地中深く浸透していく水は地下水面あるいは岩盤面に達し、地下水となる。なお、表面流は地面侵食²⁾を、表面流や中間流は土石流³⁾をしばしば引き起すことが知られている。

さて、第Ⅰ編での砂層への湛水浸透を対象にした研究によって、間隙空気の上向きの流れとその圧力は、例えば浸透水の下方の流れや浸透強度に重要な役割をすることが明らかになった。しかし、降雨による浸透は以下の理由で、湛水浸透の場合と若干異なる様子を示すと考えられる。すなわち、降雨の初期には総ての雨水が浸透するが、ある時間の後に、雨水の一部が浸透面で湛水を形成するようになる場合があること、すなわち浸透面で境界条件が変化すること、またそれによって間隙空気のある部分が上方に移動できない状態になること、いわゆる空気の孤立化が生じることが考えられるからである。

こうした考えから、本編では、まず第2章において一連の降雨がそのまま浸透場へ入っていく状況下での浸透過程の解明を試みる。

すなわち、2.1では従来の研究とその問題点について述べる。

2.2では初期水分量が一定の下端が密閉された一様な浸透場に、一定強度の雨が降り続くという条件のもとでの浸透過程を理論的に解析するが、まず第Ⅰ編で明らかにした水と空気の基本式を用いて水分量分布と空気圧分布の時間変化を与える形式的な解を誘導する。ついで有限な深さをもつ浸透場の下端に wetting front が達する前に浸透面に湛水が生じるための降雨強度の下限値、すなわち限界降雨を水分量分布の形式的な解を用いて求めるとともに、降雨強度がこの限界値よりも大きい場合と小さい場合とでどのように浸透状況が異なるかを示す。さらに、誘導した形式的な解の具体的な表示を近似法を用いて行い、そしてとくに第2次近似の解に着目して、これの精度を検討する。

2.3では、気乾状態の砂を用いて上記したような条件下で実験を行い、2.2の結果の妥当性を検証するとともに、浸透面に湛水が生起する場合の湛水発生機構を検討した結果について述べる。

2.4では、第2章の結論が述べられる。

第3章では、第2章で示した途中で砂層表面に湛水が生起する場合の湛水後のいわゆる湛水浸透について言及する。

すなわち、3.1では湛水後の実験によって得られた浸透強度、wetting front 前方の空気圧および wetting front の深さの時間変化の様子を第I編での結果と比較・検討する。さらに、湛水前と湛水後の実験結果の検討から湛水後の浸透における孤立空気の問題を提示し、これについて考察する。

3.2では、孤立空気の影響を含む基礎式の近似的な解を求めるとともに、この計算値と実験値との比較・検討を行う。

3.3では、第3章の結論が述べられる。

第4章では、浸透過程で間隙空気が閉塞されない場合と閉塞される場合の簡単な条件下での浸透特性を比較することによって、浸透過程での間隙空気の運動・閉塞の影響を明確にするとともに、湛水生起後の浸透能方程式について言及する。

すなわち、4.1では、流出解析の一環として行われている雨水浸透の現地測定・実験における問題と空内実験の有効性について述べる。

4.2では、単一および二層砂層への主として湛水条件のもとでの浸透を対象にして、その過程で浸透水と間隙空気が自由に交換されるところの場合とそうでない場合のそれぞれ従来の研究と本研究で得られた浸透特性について比較・検討する。

4.3では、従来の研究で提示された湛水後の浸透能方程式を論評するとともに、簡単な初期・境界条件のもとでの間隙空気の閉塞性を考慮した物理的な浸透能方程式を導びく。そして、この同方程式の数値計算を介して、簡単な浸透能方程式を提案する。

4.4では、第4章の結論が述べられる。

最後に、第5章は第II編の結語である。

参 考 文 献

- 1) 高棹琢馬：出水現象の生起場とその変化過程、京大防災研究所年報、第6号、1963, pp. 166-180.

- 2) 例えば、芦田和男、奥村武信、田中健二：斜面侵食に関する実験的研究、京大防災研究所年報、第16号B、1973、pp. 449-470.
- 3) 例えば、高橋 保：土石流の発生と流動に関する研究、京大防災研究所年報、第20号 B-2、1977、pp. 405-435.

第2章 湛水生起までの浸透に関する研究

2.1 はじめに

雨が地面に降り続いたとき、最初はそのまま雨水が地中へ浸透していくが、降雨強度が浸透能より大きくなると途中で浸透面に湛水が生じることは前述したとおりである。浸透場が一様とみなしたこのような状況下の閉塞浸透を対象にした研究には、石原・高木・馬場¹⁾、McWhorter^{2), 3)} Phuc・Morel-Seytoux⁴⁾、Sonu・Morel-Seytoux⁵⁾らの研究がある。

まず、石原・高木・馬場は底部を密閉した円筒内に気乾状態の単一柱を作り、その上面に一定強度の散水を与え続けるという条件下の実験を行った。その結果、wetting frontが層下端に達するまでに浸透面上に湛水が生起するための降雨条件は砂層の飽和透水係数の $\frac{3}{10} \sim \frac{4}{10}$ 以上の強度が必要であること、湛水が生起する場合の wetting front 前方の空気圧は湛水が生起しない場合と比べ大きくなり、とくに湛水が始まる付近では著しく増大することを見い出した。

McWhorter は前述したように雨水浸透を浸透水と間隙空気 の運動が一般化された Darcy 則に従う 2 相流体流として捉えることにより、石原らと同じ意味での湛水が生起するための降雨強度の限界値は $\{K(1-A)\}$ となることを第 I 編の式 (2.4.106) と同じ近似的な水の流量流速の式を用いて解析的に示したが、誘導に若干の問題がある (詳細は 2.2 を参照)。また石原らと同様な条件下で詳細な実験を行うことによって得た $\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right) \approx 0$ の事実を用いて水分量分布の時間変化を与える関係式を求めた。この式は、上記の式 (2.4.106) と水の連続式 (2.2.15) を Parlange の方法で解いた場合の第 2 次近似の解に一致することを後に示したが、誘導式の実験値を用いた検証はほとんどなされなかった。

最後に Phuc・Morel-Seytoux, Sonu・Morel-Seytoux は第 I 編に示した浸透の基礎式、式 (2.2.9)、式 (2.2.10)、式 (2.2.15)、式 (2.2.16) および式 (2.2.20) を適当な降雨条件のもとで、それぞれ差分法および Brustkern・Morel-Seytoux の近似法を用いて数値計算を行い興味ある結果をえているが、ほとんど実験値との比較がなされなかった。

以上から分るように、これらの研究は実験的なものと数値計算的あるいは理論的なものがほとんど相互の関係をもたずに進んできているのが現状であって、理論的な結果の実験面からの検証が必要であるとともに、湛水が生起するための降雨条件の解明、湛水条件への移行過程の解明とその定式化が必要である。

なお、本編において第Ⅰ編の式や図を引用するときには、本編の式や図と区別するために、例えば第Ⅰ編での式(2.3.4)、図2.3.4はそれぞれ式(2.3.4)*および図2.3.4*というように添字*を付け表わすことにする。すなわち、例えば、「式(2.3.4)*の関係をを用いて」とあれば、「第Ⅰ編の式(2.3.4)の関係をを用いて」ということを意味する。

2.2 解析的研究

2.2.1 浸透場の条件と基礎式

(1) 浸透場の条件

雨水の浸透過程を理論的に解析する上での複雑さを避けるために、浸透場は一樣であるとし、さらにつぎに示す初期条件と境界条件を設定するが、位置座標は従来どおり浸透面を原点に、重力方向を正符号にとる。

$$\text{初期条件: } t = 0 \text{ で、 } \theta = \theta_0 = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (2.2.1)$$

$$p_a = 0 \quad \dots\dots\dots (2.2.2)$$

$$\text{境界条件: } x = 0 \text{ で、 } v = q = \text{const.} \quad \dots\dots\dots (2.2.3)$$

$$p_a \approx 0 \quad \dots\dots\dots (2.2.4)$$

$$x = L \text{ で、 } v = 0 \quad \dots\dots\dots (2.2.5)$$

$$v_a = 0 \quad \dots\dots\dots (2.2.6)$$

これらの条件は、水分量が一定の $\theta = \theta_0$ にあり、かつ大気圧下にある厚さ L の下端が密閉された浸透場に、その上方より一定強度 q の降雨が降り続くという状況を想定したものであるがとくに初期水分量はあまり大きな値ではないとし、従って、場は吸水過程を経るものとする。

(2) 基礎式

1) 不飽和域

第Ⅰ編より、不飽和域での基礎式は式(2.2.18)*～式(2.2.20)*で与えることができる。これらの基礎式に条件式(2.2.5)と式(2.2.6)を用いると、2.4.2に従って式(2.4.39)*と同じ関係式をうるが、これを再記するとつぎのようである。

$$\frac{\partial p_a}{\partial x} = -\frac{AD}{K} \frac{\partial \theta}{\partial x} + A \left(1 - \frac{\rho_a}{\rho_w} \right) - A\epsilon + \frac{\rho_a}{\rho_w} \quad \dots\dots\dots (2.2.7)$$

間隙空気圧 p_a がとくに大きくならない場合には、 $\rho_a/\rho_w \sim 10^{-3}$ となるので、上式右辺の第2項は十分な精度で A と近似できる。また同第4項は 10^{-3} のオーダーであるので、 L がとくに大きくない場合には形式的に零とおける。 A の定義式(2.4.40)*より同第3項は高々 ϵ

のオーダーとなるが、同項の $\partial p_a / \partial x$ への寄与の程度の大小はア・プリオリには評価できない。しかし、ここでは同項が形式的に零とおけるものとみなし（後述 2.2.4(2)を参照）、かつ上記した条件にある場合を想定することにより、基礎式は θ と t を独立変数にとることにより、次式で与えられる。

$$-\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[D(1-A) \frac{\partial x}{\partial \theta} - K(1-A) \right] \quad \dots\dots\dots (2.2.8)$$

$$\frac{\partial p_a}{\partial \theta} = -\frac{AD}{K} + A \frac{\partial x}{\partial \theta} \quad \dots\dots\dots (2.2.9)$$

これらの式は式(3.3.26)*、式(3.3.27)*を再記したものに对应するが、つぎの範囲で考えていることは言及するまでもなからう。すなわち、式(2.2.1)で与えた初期水分量が $\theta_0 \approx 0$ とはならない場合には、wetting frontが下端に達するまでに、初期水分は重力の作用で下方へ移動し、場の下端の効果で同下端より上方へと $\partial \theta / \partial x > 0$ となる領域が形成されていくことになる。従って、式(2.2.8)と式(2.2.9)の適用はこのような領域を除外して考えるわけである。以下では式(2.2.8)と式(2.2.9)を不飽和域での近似基礎式とよぶ。

なお、このような場合の水の流量流速は式(2.4.106)*で与えられるが、これを再記すると次式となる。

$$v = -D(1-A) \frac{\partial x}{\partial \theta} + K(1-A) \quad \dots\dots\dots (2.2.10)$$

2) 擬似飽和域

場の下端が大気に接し、浸透水と間隙空気が自由に交換される開放浸透において、条件式(2.2.1)～式(2.2.3)が与えられた場合、つぎのことがよく知られている⁶⁾。すなわち、浸透面での増加過程にある毛管ポテンシャルが零となったときに、同面上に湛水が現われる。また孤立空気の問題を除外すると、増加過程にある浸透面での水分量が飽和状態になったときにはその面での毛管ポテンシャルはwater entry valueになっているので、このポテンシャルがwater entry valueより零まで変化する間で、浸透面より下方へ飽和域が発達する。

これらの事実を参照にすると、ここで対象にしている閉塞浸透の場合において、湛水が生じするまでに、上記の開放浸透の場合の飽和域の形成に対応する事象が生じると考えることができよう。この飽和域に対応するものは、第I編での湛水浸透の場合に認められた擬似飽和域で

ある。この擬飽和域での水と空気の運動の式はそれぞれ式 (2.4.1) * および式 (2.4.5) * で与えることができる。

2.2.2 不飽和域の近似基礎式の特性⁷⁾

(1) 形式的な解

ここでは、2.2.1(2)で述べた擬飽和域が浸透面直下に形成されていない状況を対象にする。不飽和域での近似基礎式の解を求める準備として、次式で定義される関数⁸⁾を導入する。

$$F = \frac{v - v_0}{v_s - v_0} \quad \dots\dots\dots (2.2.11)$$

ここに、上式は下方へ移動が続いている wetting front の前方には $\theta = \theta_0$ の領域が少なくとも存在している状況を対象にしており、また添字 s と 0 はそれぞれ浸透面での値および $\theta = \theta_{0+}$ での値を意味する。 v_s は式 (2.2.3) より q に等しく、また上記より $\theta \rightarrow \theta_0$ で $1 / \frac{\partial x}{\partial \theta} \rightarrow 0$ となるので式 (2.2.10) より v_0 は次式で与えられる。

$$v_0 = K_0 (1 - A_0) \quad \dots\dots\dots (2.2.12)$$

上式は式 (2.2.37) * に対応する。従って、これらの関係を式 (2.2.11) に用いると、関数 F は次式で与えられることになる。

$$F (\theta, t) = \frac{-D(1-A) / \frac{\partial x}{\partial \theta} + K(1-A) - K_0 (1 - A_0)}{q - K_0 (1 - A_0)} \quad \dots\dots\dots (2.2.13)$$

関数 F は次式の関係を満すことは明らかである。

$$F_s = F (\theta_s, t) = 1 \quad \dots\dots (2.2.14), \quad F_0 = F (\theta_0, t) = 0 \quad \dots\dots (2.2.15)$$

$$1 \geq F \geq 0 \quad \dots\dots\dots (2.2.16)$$

浸透面での水分量 θ_s は t の関数であるので、関数 F は θ_s と θ の関数とみなせる。

式 (2.2.13) を $\partial x / \partial \theta$ につき整理すると、次式をうる。

$$\frac{\partial x}{\partial \theta} = \frac{D(1-A)}{K(1-A) - qF - K_0 (1 - A_0) (1 - F)} \quad \dots\dots\dots (2.2.17)$$

上式を t を固定し、 θ につき区間 (θ, θ_s) で積分すると、次式で与えられる形式的な水分量分布の関係をうる。

$$x = - \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{D(1-A)}{K(1-A) - qF - K_0(1-A_0)(1-F)} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.2.18)$$

上式を t で偏微分して式 (2.2.14) の関係を考慮すると次式をうる。

$$\frac{\partial x}{\partial t} = - \frac{d\theta_s}{dt} \left[\left\{ \frac{D(1-A)}{K(1-A) - q} \right\}_s + \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{D(1-A) \{q - K_0(1-A_0)\} \partial F / \partial \theta_s}{\{K(1-A) - qF - K_0(1-A_0)(1-F)\}^2} d\theta \right] \quad \dots\dots\dots (2.2.19)$$

上式の $\partial x / \partial t$ は水の連続式 (2.2.8) を満たさねばならないので、上式に式 (2.2.8) を用い、 t を固定して θ につき区間 (θ_0, θ_s) で積分し、条件式の式 (2.2.3) と式 (2.2.12) を考慮すると、つぎの浸透面での水分量の時間変化を形式的に決める関係をうる。

$$\frac{d\theta_s}{dt} = - \frac{q - K_0(1-A_0)}{\left\{ \frac{(\theta - \theta_0)D(1-A)}{K(1-A) - q} \right\}_s + \{q - K_0(1-A_0)\} \times \int_{\theta_0}^{\theta_s} \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{D(1-A) \partial F / \partial \theta_s}{\{K(1-A) - qF - K_0(1-A_0)(1-F)\}^2} d\theta} \quad \dots\dots\dots (2.2.20)$$

上式を式 (2.2.19) に用いると、水分の移動速度を形式的に与える関係をうる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} = & \left\{ q - K_0(1-A_0) \right\} \frac{\left\{ \frac{D(1-A)}{K(1-A)-q} \right\}_s +}{\left\{ \frac{(\theta - \theta_0)D(1-A)}{K(1-A)-q} \right\}_s +} \\ & \frac{\int_{\theta}^{\theta_s} \frac{D(1-A) \{q - K_0(1-A_0)\} \partial F / \partial \theta_s}{\{K(1-A) - qF - K_0(1-A_0)(1-F)\}^2} d\theta}{\int_{\theta_0}^{\theta_s} d\theta \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{D(1-A) \{q - K_0(1-A_0)\} \partial F / \partial \theta_s}{\{K(1-A) - qF - K_0(1-A_0)(1-F)\}^2} d\theta} \quad \dots\dots (2.2.21) \end{aligned}$$

式(2.2.9)に式(2.2.17)を用いたものを、 t を固定して θ につき区間 (θ, θ_s) で積分すると次式をうる。

$$p_a(\theta, t) = p_a(\theta_s, t) + \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{AD}{K} d\theta - \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{AD(1-A)}{K(1-A) - qF - K_0(1-A_0)(1-F)} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.2.22)$$

この式は空気圧分布の形式的な関係を与えるものであるが、 $p_a(\theta_s, t)$ は式(2.2.4)に従う浸透面での空気圧を示す。

(2) 湛水条件

ここでは、wetting frontが浸透場の下端に達するまでに、浸透面に湛水が現われるための降雨条件を求める。なお、表現の簡略のために、このような湛水を単に湛水と呼ぶ。湛水が生起する条件は、浸透面での水分量 θ_s が増え続けるという条件と等価であると考えることができる。不飽和域の近似基礎式は唯一の浸透場(層)の厚さの効果を含む式(2.4.41)*で定義した ε 項が無視されているので、同基礎式は、数学的意味において、任意の層厚に対して成立することになる。従って、以下では層厚は十分に大きいと考える。

1) $q < \{K(1-A)\}_c$ の場合

降雨強度 q は $\{K(1-A)\}_c$ より小さいので、図2.4.5*で示したように $K(1-A) \sim \theta$ 曲線上で $K(1-A) = q$ を満す直線は2つの交点をもつことになる。この交点に対応する水分量のうち小さい方を $\bar{\theta}$ と記すことにする。

最初に、 $d\theta_s/dt > 0$ の条件、すなわち浸透面での水分量が初期水分量 θ_0 より増大しつ

づける場合を想定してみる。この条件より、 θ_s が少なくとも $\tilde{\theta}$ に達した時点での wetting front は有限の深さにあることになる。ところが、 $\theta_s \rightarrow \tilde{\theta}$ となったとき、式 (2.2.17) 右辺の分母は条件式 (2.2.14) を考慮すると零になる。このことは式 (2.2.18) 右辺の被積分関数が $\theta_s = \tilde{\theta}$ で十分に大きくなることを意味するので、同式より、 $\theta_s \rightarrow \tilde{\theta}$ となった時点では、wetting front は十分に深くまで発達していたことになるが、この深さの様子は上記の結果に一致しない。以上のことから、 θ_s が $\tilde{\theta}$ に近づいたとき、 $d\theta_s/dt$ は零になり、またそのときは十分に時間が経った段階であるので、湛水は生起しないことになる。

結局、 $q < \{K(1-A)\}_c$ の場合、 θ_s は $\tilde{\theta}$ を越えて増大することはない、そしてそのために湛水は生ずることはない。

2) $q > \{K(1-A)\}_c$ の場合

まず、以下の解析に必要な第 I 編の結果について再記する。

① 一定の初期水分量 θ_0 をもつ一様な浸透場中を、一定の形状と速度をもつ wetting front が下方へ移動する場合、近似基礎式 (2.2.8) と式 (2.2.9) に基づくと、wetting front の形状は式 (2.2.48)* で与えられ、その上限の水分量 θ_* は式 (2.2.45)* すなわち $\theta_* \leq \theta_c'$ の条件を満たす。またその速度 ω_* は式 (2.2.40)*、すなわち $\omega_* = [\{K(1-A)\}_* - \{K(1-A)\}_0] / (\theta_* - \theta_0)$ で与えられる。

② 式 (2.2.10) で与えられた水の流量流速が条件式 (2.4.113)* すなわち $K(1-A) \gg -D(1-A) / \frac{\partial x}{\partial \theta}$ を満たすとき、そこでの水分の移動は式 (2.4.117)* すなわち $\partial x / \partial t = dK(1-A) / d\theta$ で与えられる。

さて、浸透面に湛水が生じ始める時点の同面での水分量を θ_m と記すことにすると、 θ_m は θ_c より大きいと期待できる。湛水条件を求めるために、十分に時間が経つにつれて、 $d\theta_s/dt$ は零となり、また θ_s は一定値の $\theta_{s\infty} (< \theta_m)$ になると仮定してみる。この仮定を式 (2.2.18) に用いると、時間とともに、 $\{K(1-A) - qF - K_0(1-A_0)(1-F)\} = 0$ を満たす水分量 θ_*' がある深さで現われることが分る。この θ_*' は、条件式 (2.2.14) と $q > \{K(1-A)\}_c$ を考慮すると、 $\theta_{s\infty}$ に等しくない。そして $\theta_s \approx \theta_{s\infty}$ の段階では、明らかに wetting front は十分に深くまで発達していることになる。wetting front の上限では $\partial\theta/\partial x \approx 0$ となっているはずであるので、そこでの水分量 θ_* は θ_*' 、あるいは仮に θ_*' が2つ以上ある場合はその最小のものに適用される。なお、 $\theta_*' = \theta_0$ の場合はもちろん除外して考えている。

時間とともに、wetting front は一定の形状と速度で移動するようになるという、もっともらしい条件を設定する。このことより、wetting front は $\theta_0 < \theta < \theta_*$ の範囲で存在することになる。また、 $\theta_{s\infty} > \theta > \theta_*$ の範囲の水分量は式 (2.4.113)* の関係を満足

し、 θ_* が θ'_c に一致する^{脚注(*)}

他方、水の連続式 (2.2.8) を t を固定して、 θ につき区間 $(\theta'_c, \theta_{s\infty})$ で積分すると、

$$v_s - v'_c = \int_{\theta'_c}^{\theta_{s\infty}} \frac{\partial x}{\partial t} d\theta$$
 の関係をうる。また、 v_s と v'_c はそれぞれ q および $\{K(1-A)\}'_c$ に等しいので、この積分は $q - \{K(1-A)\}'_c$ に等しい。しかし、式 (2.4.117)* より $\int_{\theta'_c}^{\theta_{s\infty}} \frac{\partial x}{\partial t} d\theta = \{K(1-A)\}_s - \{K(1-A)\}'_c$ の関係が成立するので、これら2つの積分は、 $[\{K(1-A)\}_s]_{max} = \{K(1-A)\}_c < q$ の条件を考慮すると、等しくない。すなわち、水の連続条件が満足されない。このことは、十分に時間が経つにつれて、

(*)

$\theta_{s\infty} > \theta > \theta_{s\infty} - \Delta$ (Δ はある小さな正值) での水分量分布： 空間的に固定された水分量分布が $\theta_{s\infty} > \theta > \theta_n (\geq \theta_*)$ に存在すると仮定すると、式 (2.2.13) で定義した F は水の連続条件より、この領域で1に等しく、また $\theta = \theta_{n+}$ で $1 / \frac{\partial x}{\partial \theta}$ は零となるので、式 (2.2.10) で与えられた水の流量流速 v は $v_{n+} = \{K(1-A)\}_{n+}$ に等しい。ここに添字 n は $\theta = \theta_n$ での値を意味する。しかし、条件式 $q > \{K(1-A)\}_c$ より v_{n+} は q より小さいので、水の連続条件は満足されない。したがって、 $\theta_{s\infty} > \theta > \theta_{s\infty} - \Delta$ での水分量分布は引延ばされることが分る。なお、このような状態での水分量は式 (2.4.117)* の関係に従うことは言及するまでもない。

$\theta_* < \theta < \theta_* + \Delta$ での水分量分布： 固定された水分量分布の存在は、この領域では $v = \{K(1-A)\}_*$ が成立し、また $\partial \theta / \partial x$ は負であるので、水の連続式より不可能であることが分る。よって、 $\theta_* < \theta < \theta_* + \Delta$ での水分量分布は同様に引延ばされることが分る。またこのことより、 $\theta = \theta_{*+}$ と $\theta = \theta_{*-}$ での $\partial x / \partial t$ は一致するので、式 (2.2.40)*、式 (2.4.117)* および θ'_c の定義を考慮すると、 θ_* は θ'_c に一致するという結果をうる。

$\theta_{s\infty}$ と θ_* の中間的な領域での水分量分布： $\theta_{s\infty} > \theta > \theta_{s\infty} - \Delta$ と $\theta_* < \theta < \theta_* + \Delta$ の領域での水分量分布は引延ばされるので、 $\theta_{s\infty}$ と θ_* の間の水分量の領域における同分布は移動することが分る。そこで、この領域が wetting front と同様に形状と速度が一定な front で形成されると考えてみる。この場合、同 front の両端で引延ばされている水分量分布が結合している。この両端の水分量を $\theta_n^{(1)}$ 、 $\theta_n^{(2)} (> \theta_n^{(1)})$ とすると、この front の速度は第I編の2.2.3(1)2)の解析より $[\{K(1-A)\}_n^{(2)} - \{K(1-A)\}_n^{(1)}] / (\theta_n^{(2)} - \theta_n^{(1)})$ となることが分る。ここに添字 $n^{(2)}$ 、 $n^{(1)}$ はそれぞれ $\theta = \theta_n^{(2)}$ および $\theta = \theta_n^{(1)}$ での値を意味する。ところで、この front の速度は $\theta = \theta_{n+}^{(2)}$ での $\partial x / \partial t$ に一致せねばならないが、 $\theta_* = \theta'_c$ であることおよび $K(1-A)$ の関数形よりこの一致は成立しえないことが分る。従って、 $\theta_{s\infty}$ と θ_* の中間的な領域での水分量分布は同様に引延ばされる。

結局、 $\theta_{s\infty} > \theta > \theta_*$ の領域での水分量分布は引延ばされていることが結論できる。

$d\theta_s/dt \rightarrow 0$, $\theta_s \rightarrow \theta_{s\infty}$ という仮定が不合理であることを意味する。従って、 $q > \{K(1-A)\}_c$ の場合、 $d\theta_s/dt > 0$ すなわち θ_s は θ_m まで増大しつづけねばならない。その結果、満水はある時間に生じることになる。

以上、満水が生起するか、それとも生起しないのかという降雨強度の基準は $q = \{K(1-A)\}_c$ となる。この基準値は第 I 編で示した満水浸透における浸透強度の下限值(式(2.4.110)*)に一致するが、この一致は物理的にもっともらしく、かつ合理的である。

(3) 水分量分布

(2)で $q < \{K(1-A)\}_c$ の場合、時間とともに θ_s は $\tilde{\theta}$ に近づくこと、またそのとき $\theta = \theta_s$ で $1/(\frac{\partial x}{\partial \theta})$ は零になることを明らかにした。しかし、このような一種の極限状態で $1/(\frac{\partial x}{\partial \theta})$ が零となる水分量 (θ'_*) が、 $\theta = \theta_0$ を除く $\theta = \tilde{\theta}$ 以外にも形成される可能性があることは言及するまでもない。ここでは、この可能性を考慮しつつ、 $q < \{K(1-A)\}_c$ の場合の十分に時間が経った段階での水分量分布を調べることにする。なお、wetting front は一定の形状と速度で移動しているものとする。

1) $\{K(1-A)\}_c > q > \{K(1-A)\}'_c$ の場合

wetting front の水分量の上限值 θ_* は式(2.2.45)*の関係式すなわち $\theta_* \leq \theta'_c$ を満足せねばならないので、 $\tilde{\theta} > \theta'_c$ の関係を考慮すると、 $\theta_* \neq \tilde{\theta}$ なる関係をうる。

$\theta = \theta_*$ での水の流量流速 v_* は $\{K(1-A)\}_*$ に等しく、また $\theta = \theta_*$ でいわゆる transmission zone が形成されるので、条件式(2.2.3)より、 $\theta_* < \theta < \tilde{\theta}$ での水分量分布は固定されているか、それとも引延ばされているのかのどちらかとなることが分る。なお、一定の形状と速度をもつ front の可能性がないことは(2)の脚注での解析を参照すると明らかとなる。まず、 $\theta_* < \theta < \tilde{\theta}$ での水分量分布が固定される場合を考えると、この領域での v は一定の q に等しくなる必要がある。しかし、 $\theta = \theta_{*+}$ では $v = K_*(1-A_*)$ であるので、 $q = \{K(1-A)\}_{\theta=\tilde{\theta}} > \{K(1-A)\}_*$ の条件を用いると、水の連続条件が満たされないことになる。従って、 $\theta_* < \theta < \tilde{\theta}$ での水分量分布は式(2.4.117)*によって引延ばされていることになる。

さて、 $\theta = \theta_{*+}$ での $\partial x / \partial t$ 、すなわち $\{dK(1-A)/d\theta\}_*$ は式(2.2.40)*で示した ω_* に一致するので、つぎの関係をうる。

$$\theta_* = \theta'_c \quad \dots\dots\dots (2.2.23)$$

よって、水分量分布は、 $\theta_* \rightarrow \theta'_c$ とした式 (2.2.48)* で与えられる $\theta_0 < \theta < \theta'_c$ の範囲の wetting front と、 $\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right) = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{dK(1-A)}{d\theta} \right) < 0$ によって引延ばされている $\tilde{\theta} > \theta > \theta'_c$ の部分とによって構成されることになる。とくに、 $q \rightarrow \{K(1-A)\}_c$ の場合、 $\theta = \tilde{\theta}$ で $\frac{\partial x}{\partial t} = 0$ となるので、全領域の同分布形状は前編の単層への湛水浸透の場合に認められた図 2.4.6* での領域 (Ⅲ) と (Ⅳ) での形状に一致する。

2) $q > \{K(1-A)\}_c$

$\tilde{\theta} \geq \theta \geq \theta_*$ での水分量分布は、1) で述べたと同様の理由で、引延ばされる場合が可能となる。

$\theta_* \neq \tilde{\theta}$ となる場合、 $\theta_* < \theta < \tilde{\theta}$ での水分量は式 (2.4.117)* に従って移動することになるが、 $\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right) = \frac{d^2 K(1-A)}{d\theta^2} > 0$ の関係が成立することになるので、形状は引延ばされるというより逆に圧縮されることになる。この結果は不合理であるので、 θ_* は $\tilde{\theta}$ と一致することになる。

結局、水分量分布は $\theta = \tilde{\theta}$ の transmission zone と $\theta_* \rightarrow \tilde{\theta}$ とした式 (2.2.48)* の wetting front によって構成される。

さて、2.1 で述べたとおり、湛水が生じるための降雨強度の下限値が $\{K(1-A)\}_c$ となることは McWhorter によって見い出されているが、そこでの解析は式 (2.2.10) に基づき、湛水が生じないことは浸透面での $\partial \theta / \partial x$ が時間とともに零となることと等価であるという条件で行なわれた。この解析は湛水が生じるための十分条件を満しているにすぎない。従って、 $q < \{K(1-A)\}_c$ の場合において、本当に $\theta = \theta_*$ で $\partial \theta / \partial x \rightarrow 0$ となる水分量分布が存在するのか、また $q > \{K(1-A)\}_c$ の場合には湛水がなぜ生じしないのか、という問題が残されることになる。しかし、これらの問題に対する解答は上記した理論的解析において見い出すことができる。

2.2.3 基礎式の近似解⁹⁾

(1) 近似解法

2.2.2(1)で形式的に未知関数 $F(\theta, \theta_*)$ を含んだ不飽和域の近似基礎式の解を与えた。

よって、 $F(\theta, \theta_s)$ が与えられたら、同基礎式の解は決定されることは言及するまでもない。以下では、式(2.2.13)で定義された関数 F の近似的な表示を、Philip・Knightの方法¹⁰⁾に従って求めることにするが、この方法はつぎのとおりである。すなわち、まず第 i 次近似の F すなわち F_i が与えられているものとし、この F_i を式(2.2.21)中の F と置換えた同式右辺を $(\partial x / \partial t)_i$ とする。 F の定義式に従って、この $(\partial x / \partial t)_i$ を用いてつぎのように第 $(i+1)$ 次近似の F を求める。

$$F_{i+1} = \int_{\theta}^{\theta_s} \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_i d\theta / \int_{\theta_0}^{\theta_s} \left(\frac{\partial x}{\partial t} \right)_i d\theta \quad \dots\dots\dots (2.2.24)$$

以上の手順に従うと、以下高次の近似の F_{i+n} ($n \geq 2$)が求まる。そこで、ある適当な F_N を選び、これを F の代替とみなすと、式(2.2.20)より $\theta_s = \theta_s(t)$ が決るので、この関係を式(2.2.18)と式(2.2.22)に用いると、それぞれ水分量分布および空気圧分布が求まることになる。なお、これらは第 N 次近似の解と呼ばれる。

(2) 第2次近似解

Parlangeの研究¹¹⁾を参照にして、 F_1 を次式で与える。

$$F_1 = 1 \quad \dots\dots\dots (2.2.25)$$

この関係式を用いて(1)で示した手順に従うと、 F_2 は次式で与えられることになる。

$$F_2 = \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \quad \dots\dots\dots (2.2.26)$$

この F_2 を式(2.2.18)、式(2.2.20)、式(2.2.21)および式(2.2.22)の F に代入すると、それぞれはつぎのようになる。

$$x = - \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{D(1-A)}{K(1-A) - K_0(1-A_0) - \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \{ q - K_0(1-A_0) \}} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.2.27)$$

$$\frac{d\theta_s}{dt} = - \frac{q - K_0(1-A_0)}{\left\{ \frac{(\theta - \theta_0)D(1-A)}{K(1-A)-q} \right\}_s - \frac{q - K_0(1-A_0)}{\theta_s - \theta_0} \int_{\theta_0}^{\theta_s} d\theta \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \times$$

$$\frac{D(1-A)}{[K(1-A) - K_0(1-A_0) - \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \{q - K_0(1-A_0)\}]^2} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.2.28)$$

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{q - K_0(1-A_0)}{\theta_s - \theta_0} \cdot \frac{\left\{ \frac{D(1-A)}{K(1-A)-q} \right\}_s - \frac{q - K_0(1-A_0)}{\theta_s - \theta_0} \int_{\theta_0}^{\theta_s} \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \times$$

$$\left\{ \frac{D(1-A)}{K(1-A)-q} \right\}_s - \frac{q - K_0(1-A_0)}{(\theta_s - \theta_0)^2} \int_{\theta_0}^{\theta_s} d\theta \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \times$$

$$\frac{D(1-A)}{[K(1-A) - K_0(1-A_0) - \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \{q - K_0(1-A_0)\}]^2} d\theta$$

$$\frac{D(1-A)}{[K(1-A) - K_0(1-A_0) - \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \{q - K_0(1-A_0)\}]^2} d\theta$$

$$\dots\dots\dots (2.2.29)$$

$$p_a = p_a(\theta_s, t) + \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{AD}{K} d\theta - \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{AD(1-A)}{K(1-A) - K_0(1-A_0) - \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \cdot \{q - K_0(1-A_0)\}} d\theta$$

$$\dots\dots\dots (2.2.30)$$

これらの式は第2次近似の解である。さらに高次近似の解の表示は(1)に従うと機械的に求めることができるが、誘導は非常に冗長となる。

なお、2.1で述べたように McWhorterは式(2.2.8)を Parlangeの方法を用いて式(2.2.27)と式(2.2.28)と等価な関係(第2次近似)を著者と独立に求めている。

2.2.4 第2次近似解の精度^{7), 9)}

ここでは、2.2.3(1)での N を2と考え、第2次近似の解の精度について検討を行う。なぜなら $N \geq 3$ の高次の近似の解の表現は余りにも複雑となり、また第2次近似の場合と比べ精度自体どれほど改良されるのかは不明であるからである。

(1) 2.2.2の解析結果による検討

以下では表現の簡略化のために、第2次近似の解を近似解と、また2.2.2での解析結果を単に解析結果とよぶことにする。

$$1) \quad q < \{K(1-A)\}_c'$$

図2.4.5*に示した $K(1-A)$ の関数形を考慮して近似解の式(2.2.27)と式(2.2.28)を調べると、 θ_s は $\bar{\theta}$ まで増大しえること、また θ_s が $\bar{\theta}$ にはほぼ等しくなっている段階での時間と wetting front の深さはいずれも十分に大きいことが分る。これらの結果は解析結果と一致する。

つぎに近似解の式(2.2.29)に着目する。同式右辺中の被積分関数は θ_s が $\bar{\theta}$ に近づくにつれ θ が $\bar{\theta}$ の近傍で非常に大きな値をとり、また $\theta \approx \bar{\theta}$ 以外の関数値は $\theta \approx \bar{\theta}$ でのものと比べ非常に小さくなる。従って、このような段階での同式中の2つの積分は第1編の2.4.5(2)のところで行ったと同様な考え方に従うと、つぎのように近似できる。

$$\begin{aligned} & \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \frac{D(1-A)}{[K(1-A) - K_0(1-A_0) - \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \{q - K_0(1-A_0)\}]^2} d\theta \\ &= \int_{\theta_0}^{\theta_s} \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \frac{D(1-A)}{[K(1-A) - K_0(1-A_0) - \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \{q - K_0(1-A_0)\}]^2} d\theta \\ & \dots\dots\dots (2.2.31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \int_{\theta_0}^{\theta_s} d\theta \int_{\theta}^{\theta_s} \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \frac{D(1-A)}{[K(1-A) - K_0(1-A_0) - \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \{q - K_0(1-A_0)\}]^2} d\theta \\ &= (\theta_s - \theta_0) \int_{\theta_0}^{\theta_s} \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \frac{D(1-A)}{[K(1-A) - K_0(1-A_0) - \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \{q - K_0(1-A_0)\}]^2} d\theta \\ & \dots\dots\dots (2.2.32) \end{aligned}$$

ここに、 θ は wetting front の水分量を意味する。これらの関係式を式 (2.2.29) に用いると、次式をうる。

$$\frac{\partial x}{\partial t} \approx \frac{q - K_0(1 - A_0)}{\tilde{\theta} - \theta_0} = \frac{\tilde{K}(1 - \tilde{A}) - K_0(1 - A_0)}{\tilde{\theta} - \theta_0} \equiv \tilde{\omega} \quad \dots\dots\dots (2.2.33)$$

ここに、例えば \tilde{K} は $\theta = \tilde{\theta}$ での K の値を意味する。式 (2.2.33) の関係式は wetting front の形状がほぼ固定されることをも意味するが、この wetting front の移動速度は解析結果の式 (2.2.40) * で $\theta_* \rightarrow \tilde{\theta}$ とした ω_* に一致し、また形状がほぼ固定されるという点でも解析結果と一致する。

さらにこの際の近似解の wetting front の形状はつぎのようにして求まる。すなわち、 Δ_* を正符号の適当な小さな値として、式 (2.2.27) の積分で積分範囲の (θ, θ_s) を $(\theta, \theta_s - \Delta_*)$ と $(\theta_s - \Delta_*, \theta_s)$ とに分解すると、 $(\theta, \theta_s - \Delta_*)$ すなわちほぼ $(\theta, \tilde{\theta} - \Delta_*)$ に対応する積分は wetting front の $\theta = \tilde{\theta} - \Delta_*$ の点の移動に対する wetting front の水分量分布を与える。この分布形状は式 (2.2.48) * で $\theta_* \rightarrow \tilde{\theta}$ とした解析結果に一致する。なお、wetting front の深さは、上述の結果より次式ではば与えることができる。

$$x(\theta, t) = \tilde{\omega} \cdot (t - t_0) + \chi_0(\theta) ; \theta < \theta_s - \Delta_* \quad \dots\dots\dots (2.2.34)$$

ここに、 t_0 は wetting front がほぼ一定の形状と速度になる時間、 $\chi_0(\theta)$ は $t = t_0$ での水分量分布である。

最後に、このような段階での wetting front に沿った空気圧分布を調べるために式 (2.2.30) に着目する。上述と同様に積分の積分範囲の (θ, θ_s) を $(\theta, \theta_s - \Delta_*)$ と $(\theta_s - \Delta_*, \theta_s)$ とに分解する。これより $\{p_a(\theta, t) - p_a(\theta_s - \Delta_*, t)\}$ すなわちほぼ $\{p_a(\theta, t) - p_a(\tilde{\theta} - \Delta_*, t)\}$ の関係式が求まるが、これは解析結果から求まる $\theta_* \rightarrow \theta_s (\approx \tilde{\theta})$ とした式 (2.2.59) * に一致する。なお、式 (2.2.30) は式 (2.2.31)、式 (2.2.32) と同様な近似化の方法と式 (2.2.34) の関係式を用いると、次式で近似できる。

$$p_a(\theta, t) = p_a(\theta_s, t) + \left\{ \int_{\theta}^{\tilde{\theta}} \frac{AD}{K} d\theta - \tilde{A} \chi_0(\theta) \right\} + \tilde{A} \tilde{\omega} \cdot (t - t_0) \quad \dots\dots\dots (2.2.35)$$

上式は θ_s が $\tilde{\theta}$ に近づくにつれて、wetting front の任意点の空気圧はほぼ $\tilde{A} \cdot \tilde{\omega}$ の割合で増加することを示すが、この割合は解析結果から求まる $\theta_* \rightarrow \tilde{\theta}$ 、 $u(\tau) \rightarrow 0$ とした式 (2.2.57)* の結果と一致することが分る。

以上、 $q < \{K(1-A)\}'_c$ の場合の近似解は、少なくとも十分に時間が経った段階では解析結果と完全に一致する。

2) $\{K(1-A)\}'_c < q < \{K(1-A)\}_c$ の場合

近似解の式 (2.2.27) と式 (2.2.28) より、 θ_s は時間とともに $\theta_0 + (\theta'_c - \theta_0) \{q - K_0(1-A_0)\} / [\{K(1-A)\}'_c - K_0(1-A_0)] = \theta'_{s\infty}$ に近づくことが分る。ここに、 $\theta'_{s\infty}$ は図 2.4.5* で θ'_c を決める破線と横軸に平行な q の値をもつ線との交点の水分量を意味する。この漸近値は解析結果の $\tilde{\theta}$ に一致しない。

θ_s が $\theta'_{s\infty}$ にはばなった段階での近似解の wetting front ($\theta < \theta'_c - \Delta_*$) の速度と形状はつぎのとおりである。まず式 (2.2.29) に注目すると、同式中の 2 つの同一な被積分関数は $\theta = \theta'_c$ の近傍で他の θ と比べ十分に大きな値をとるので、式 (2.2.31)、式 (2.2.32) の関係式を求めたと同様な近似化に従えば $\partial x / \partial t = \{q - K_0(1-A_0)\} / (\theta'_c - \theta_0)$ の関係を用いる。この $\partial x / \partial t$ は θ に関係なく一定となっているが、解析結果の $[\{K(1-A)\}'_c - K_0(1-A_0)] / (\theta'_c - \theta_0)$ には一致しない。一方分布形状については、式 (2.2.27) の被積分関数中の $\frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \{q - K_0(1-A_0)\}$ 、いまの場合の $\frac{\theta - \theta_0}{\theta'_{s\infty} - \theta_0} \{q - K_0(1-A_0)\}$ は $\theta'_{s\infty}$ と θ'_c の定義より $\frac{\theta - \theta_0}{\theta'_c - \theta_0} [\{K(1-A)\}'_c - K_0(1-A_0)]$ となるので、上述と同様に式 (2.2.27) の積分において、この積分範囲 (θ, θ_s) を ($\theta, \theta'_c - \Delta_*$) と ($\theta'_c - \Delta_*, \theta_s$) に分解することにより $\{x(\theta, t) - x(\theta'_c - \Delta_*, t)\}$ で与えられる。これは解析結果の $\theta_* \rightarrow \theta'_c$ とした式 (2.2.48)* の $(\xi - \xi_*^d)$ に一致する。

また、 $\theta'_c < \theta < \theta_s$ での水分量分布はつぎのとおりである。近似解の式 (2.2.27) から、 θ が θ'_c にあまり近くない部分の水分量分布は固定されること、また θ が θ'_c に近づくにつれて同分布は引延ばされることが容易に分る。このことより、 θ が θ_s に近い部分の水分量分布は、 $\partial x / \partial t = dK(1-A) / d\theta$ に従って引延ばされる同分布をもつ解析結果に少なくとも一致しないことが分る。

最後に、 θ_s がほぼ $\theta'_{s\infty}$ となった段階の空気圧分布はつぎのとおりである。近似解の式 (2.2.30) に上記の wetting front の形状を求めたと同様な操作を行うと、wetting front に沿った相対的な空気圧分布 $\{p_a(\theta, t) - p_a(\theta'_c - \Delta_*, t)\}$ は容易に求められ

るが、これは解析結果よりえられる $\theta_* \rightarrow \bar{\theta}$ とした式 (2.2.59)* の $\{p_a - (p_a)_*^d\}$ に一致することが分る。

以上、近似解においては、 θ_s が解析結果の $\bar{\theta}$ と異なる $\theta_{s,\infty}'$ に漸近するので、 θ_s が $\theta_{s,\infty}'$ にはばなった段階での wetting front の移動速度等が解析結果と一致しないという結果をえた。しかし、初期水分量の θ_0 が $\theta_c' \gg \theta_0$ となる場合には、 $K(1-A)$ の関数形からも分るようにこれらの不一致はさほど問題となる性質のものではない。

$$3) \{K(1-A)\}_c < q < [\{K(1-A)\}_c' - K_0(1-A_0)] \frac{\theta_m - \theta_0}{\theta_c' - \theta_0} + K_0(1-A_0) \text{ の場合}$$

この場合の近似解の性状は2)の場合と同じである。とくに問題となるのは θ_s が前述のとおり $\theta_{s,\infty}' (< \theta_m)$ までしか増加しえないので、解析結果での湛水生起の可能性と異なりその可能性がないということである。従って、近似解は、時間とともに精度が悪くなっていくことが予想される。

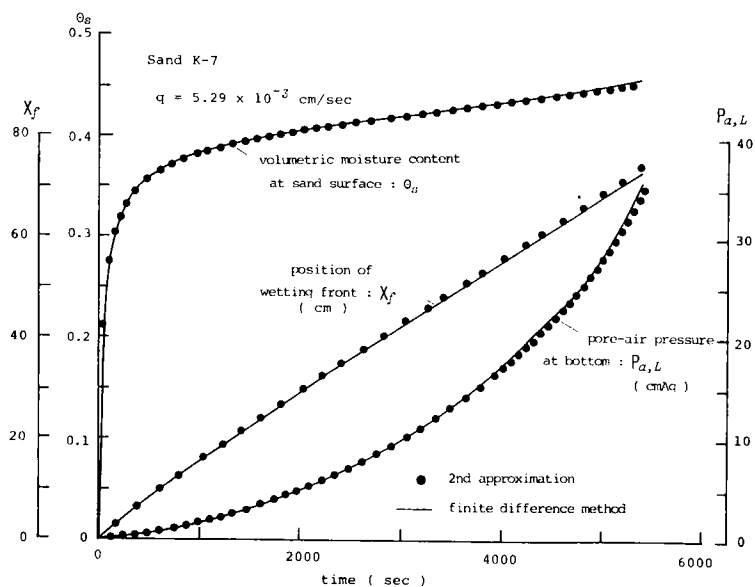
$$4) q > [\{K(1-A)\}_c' - K_0(1-A_0)] \frac{\theta_m - \theta_0}{\theta_c' - \theta_0} + K_0(1-A_0) \text{ の場合}$$

式 (2.2.27) と式 (2.2.28) より分るように、近似解の θ_s は時間ともに増大し、ある時間には θ_m となる。この結果は解析結果と一致する。しかし、この場合には $q < \{K(1-A)\}_c$ の場合に認められた漸近特性が存在しないので、近似解の精度の検討は行うことができない。これについては、つぎの(2)で別の角度から検討が行われる。

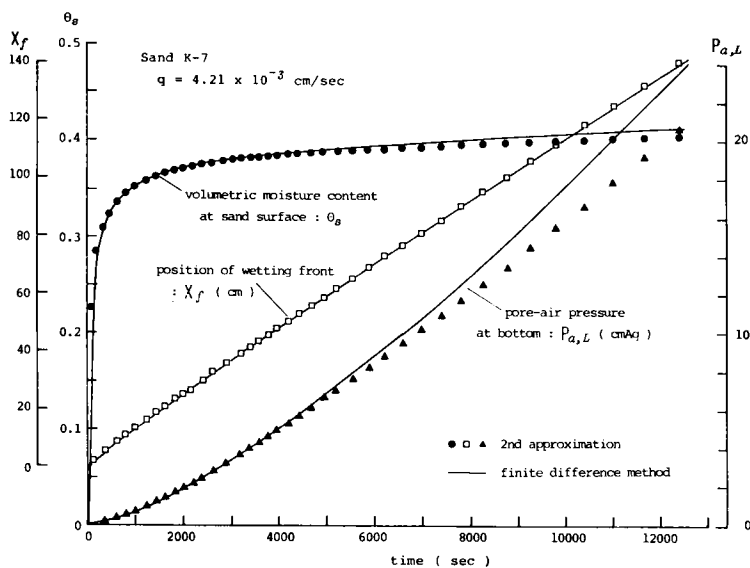
(2) 基礎式の差分解による検討

第2次近似の解はいうまでもなく近似基礎式に対するものであって、本来の基礎式 (2.2.18)* ~ 式 (2.2.20)* に対するものでない。そこで、以下では基礎式を差分法、すなわち具体的には Newton-Raphson 法によって数値計算した値と、第2次近似の解の同値とを比較することにする。

図 2.2.1 (1)、(2) は $K=7$ 砂の場合における砂層表面での水分量、wetting front の深さおよび砂層底部の空気圧に関する両計算法による計算値の比較を示したものである。計算では、2.3 で述べる実験条件を参照にして、初期水分量と砂層厚をそれぞれはば零および 170 cm とした。また降雨条件は(1)の場合 $\{K(1-A)\}_c' \theta_{sat} / \theta_c'$ より若干大きく、 $q = 5.29 \times 10^{-3}$ cm/sec であり、また(2)の場合 $\{K(1-A)\}_c$ より若干大きく、かつ $\{K(1-A)\}_c'$ と $\{K(1$



(1) $q = 5.29 \times 10^{-3}$ cm/sec の場合



(2) $q = 4.21 \times 10^{-3}$ cm/sec の場合

図 2.2.1 近似法と差分法による計算値の比較

$-A)\}{}_c' \theta_{sat}/\theta_c'$ との中間的な $q = 4.21 \times 10^{-3}$ cm/sec であるが、それぞれは(1)での4)および3)の場合に対応する。なお、wetting frontは $\theta = 0.2$ で代表させ、また近似解の空気圧 p_{aL} は近似的に式(2.2.30)で $\theta \rightarrow 0$ としたもので代表させている。図2.2.1(1)の場合、両計算法による値は非常によく合致している。一方同図(2)の場合、空気圧と浸透面の水分量は、 θ_s が大略0.39(この値は θ_c の値にはほぼ対応する)になるまでは両計算法の値がよく一致しているが、 θ_s がこの値を越えてさらに増大するに従い、両計算値は離反してゆき、いずれも差分法による値の方が大きくなる。その際の空気圧は差分法の場合 $d^2 p_{aL}/dt^2 > 0$ 、近似法の場合 $dp_{aL}/dt \approx const.$ になっている。これらの離反にも係わらず、wetting frontの深さの計算値は終始合致しているようにみえる。

計算では θ_m を θ_{sat} としたが、以上の結果および(1)での結果より以下のことが結論される。

q が $\{K(1-A)\}{}_c' \theta_{sat}/\theta_c'$ より大きいが、とくには大きくない場合、式(2.2.9)による式(2.2.7)の近似は可能であり、また近似解は高い精度をもつ。なお、 q がとくに大きくなるときは、図2.2.1(1)や後述の図2.3.2より分るように空気圧の変化割合は時間とともに大きくなるので、式(2.2.7)で ε 項を無視した式(2.2.9)の適用は問題が残ろう。

$\{K(1-A)\}{}_c < q < \{K(1-A)\}{}_c' \theta_{sat}/\theta_c'$ の場合、式(2.2.9)は妥当な近似式と考えることができるが、近似解の θ_s は θ_{sat} までは増大しないので、近似解は θ_s が θ_c となるまでの区間で適用できると考えてよい。

$\{K(1-A)\}{}_c' < q < \{K(1-A)\}{}_c$ の場合、近似解の θ_s は $\tilde{\theta}$ より若干小さな $\theta_{s,\infty}'$ に近づくので、同解は時間とともに精度が低下する。

$q < \{K(1-A)\}{}_c'$ の場合、比較を行わなかった。しかし、後述の図2.3.12(2)、図2.3.14を参照すると、空気圧の変化割合は図2.2.1(1)の場合より明らかに大きくならないので、式(2.2.9)の適用は可能であろう。そして、(1)で得た結果より、近似解は、ただ非常に深い層の場合を除外すると、高い精度で適用できよう。

以上、上記の適用範囲を考慮すると、近似解は差分法による解の代替として、有効に用いることができる。

なお、図2.2.1の差分法による計算では、格子間隔として、 $\Delta x = 1$ cmと $\Delta t = 0.5$ secを用いた。FACOM 230-48による計算時間は図2.2.1(1)の場合ほぼ13時間、同図(2)の場合ほぼ24時間となって莫大となる。しかし、近似解の場合、差分法による時間の約 $1/30$ で済む。これらの点に留意して、2.3で行う実験値の計算値による検討では、計算値として近似解のものをを用いる。

2.3 実験結果の考察

2.3.1 実験の装置及び方法⁹⁾

まず第1編の2.2.1で示したと同じ円径 18.5 cm、長さ 170 cm の底部を密閉した円筒に、図 2.2.2* で示した 3 種類の気乾状態の砂をはほぼ一様になるように充填して約 169.5 cm の単一柱を作った。その際の砂の締固めの程度は前編の 2.2.1 と同じである。そして、砂層表面から上方に数 cm 離れた所から種々の一定強度の給水をできるだけ同表面に一様になるように行ったが、給水装置は水の流れ方向に、水槽、ポンプ、流量計および両端を板で密閉した長さ 5 cm、内径 18.5 cm の円筒よりなる。この小さな円筒の上面にはコックが取り付けられ、また下面には内径 0.8 mm の両端を切った多数の注射針が差込まれている。上記の 4 つの部分はビニール・チューブで結合されている。用いた流量計は日本フローセル社製のフローマチック・ミニバルブであるが、これは本体の一次圧と二次圧が多少変動しても所定の流量を安定した状態で給水できる機能をもっている。なお、注射針によって作られる水滴の砂層面への衝撃を緩和するために、同面上に 1 mm メッシュの金網が敷かれている。

実験は温度がほぼ 21 °C の恒温室で wetting front が砂層の下端に達するまでを対象にして行ったが、測定は前編の 2.2.1 で示したと同様な方法で、通常は砂層の水分量と同層下端での空気圧について行った。とくに実験の途中で砂層表面上に湛水が生じる場合には、この湛水深が増大して円筒上端より越水するようになった以降の浸透強度を前編と同様な方法で測定した。なお、越水が生じている場合の湛水深は上記したことよりほぼ 0.5 cm である。

2.3.2 実験値と計算値との比較^{7)、9)}

浸透場に不飽和域のみが存在する場合、ここでいう計算値とは前述のとおり近似基礎式の第 2 次近似解（近似解）の計算値を意味する。

(1) 透気係数の近似解への影響

前編で述べたとおり実験砂の透気係数を測定しなかったので、以下では計算において透気係数は式 (2.2.61)* で示した関数形に従うものとする。そして、同式中に含まれる唯一の未知数の A の値は、wetting front 前方の計算空気圧の値が計測空気圧の値にはほぼ合致するように選ぶことにするが、 A の値によって計算値がどのように変化するかをあらかじめ調べておく必要がある。以下ではこの点について触れる。なお、第 1 編の湛水浸透の場合に用いた式 (2.2.61)* 中の A を本編では λ で書換え、形式的に区別することにする。式 (2.2.61)* を再記すると次式の通りである。

$$K_a(\theta) = K(\theta_{sat}) \frac{\mu_w}{\mu_a} \left(1 - \frac{\theta}{\theta_{sat}}\right)^\lambda \quad \dots\dots\dots (2.3.1)$$

さて、図 2.3.1 は λ の値が wetting front の深さ、wetting front 前方の空気圧および浸透面での水分量の計算値に及ぼす効果を調べた一例であって、砂層は気乾状態の K-7 砂よりなり、また降雨強度は $q > \{K(1-A)\}'_c \theta_{sat} / \theta'_c$ にある $q = 6.95 \times 10^{-3}$ cm/sec の場合である。また、wetting front と空気圧はそれぞれ式 (2.2.27) で $\theta = 0.2$ としたものの、および式 (2.2.30) で $\theta \rightarrow 0_+$ としたもので与えられている。計算での λ の値の範囲はつぎの(2)で述べる結果が参照されている。とくに、図中の破線は浸透面での水分量 θ_s の時間変化を、 θ_s をパラメータにとって描いたものである。この図より、 θ_s がほぼ 0.42 (91%飽和に対応)を越えて増大するに従って、 λ の値は空気圧の変化に著しく影響を及ぼすが、 θ_s のこのような段階では、 θ_s の値を固定した際の空気圧の値はほぼ λ の値によらず一定となっていることが分る。また wetting front は λ の値に関係なく、同一線上を移動することが分る。しかし、黒丸で示された θ_s が θ_{sat} となるときの wetting front の深さは、 λ の値によって異なる。

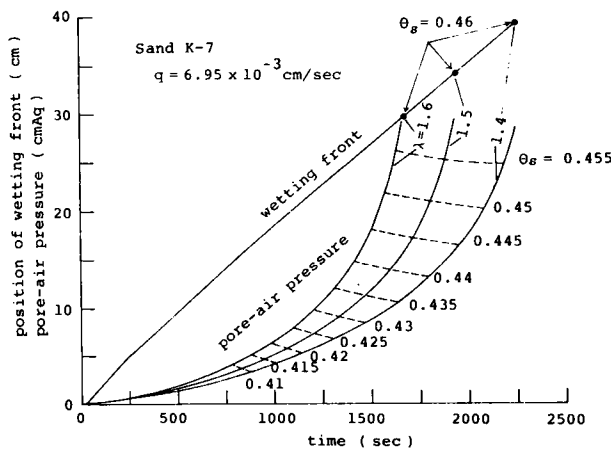


図 2.3.1 λ の変化による空気圧、wetting front の深さおよび浸透面の水分量の時間変化

(2) 湛水が生じた場合

2.3.1 で述べたとおり実験は wetting front が砂層底部に達するまでを対象として行っているので、実験中の砂層表面上の湛水は wetting front が同底部に到達する以前に

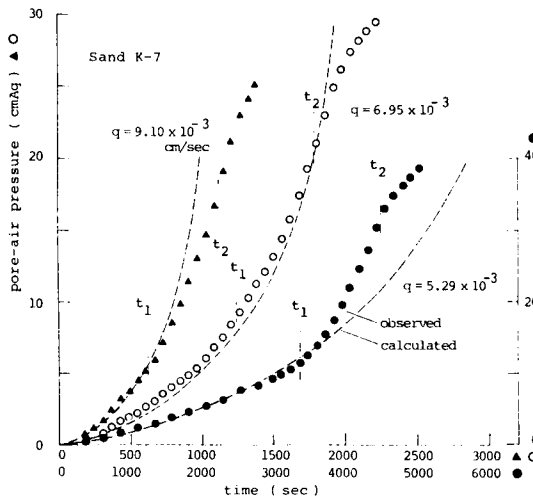
生起している。

1) 浸透特性量の変化

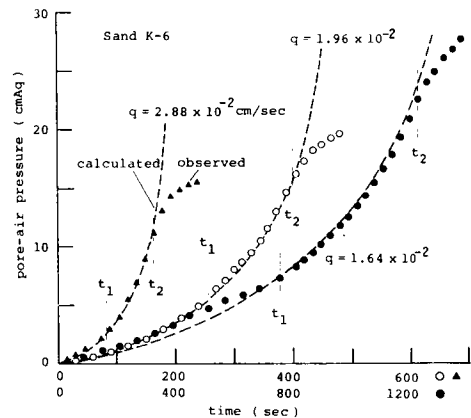
a. 空気圧

図2.3.2(1)、(2)は実験で湛水が生じた場合の計測空気圧 p_{aL} と式(2.2.30)で $\theta \rightarrow 0_+$ とした計算空気圧の比較を示しており、それぞれはK-7砂およびK-6砂の場合であるが、とくに計測空気圧は湛水生起直後まで描かれている。計算での式(2.3.1)の λ の値は、前述したとおり計算値が実験値に合致するように選ばれている。図示しなかった他の降雨条件の結果をも考慮すると、 λ の値はK-7砂の場合1.4~1.6の範囲あり、また多くの場合は $\lambda \approx 1.5$ となった。またK-6砂の場合、 λ の値はかなり広い範囲(1.31~2.37)にちらばったが、1例を除外するといずれも1.9より小さくなった。なお、K-5砂の場合、 λ の値のちらばりは小さい。これらの図より、計測空気圧はつぎに示すような変化をしていることが分る。

- ① 空気圧はある時間 $t = t_2$ まで $d^2 p_{aL}/dt^2 > 0$ の状態で増加する。
- ② $t = 0$ と $t = t_2$ の間のある時間 $t = t_1$ より空気圧は急激に増加する。



(1) K-7砂の場合



(2) K-6砂の場合

図 2.3.2 空気圧の時間変化

そこで、K-7砂の実験の場合について、 $t = t_1$ での空気圧と同時間の wetting front の深さの関係をプロットすると図2.3.3をうるが、図中の黒丸は湛水した場合、白丸は湛水は起らなかったが、 $d^2 p_{aL}/dt^2 > 0$ の変化となった場合を意味する。また図中には θ_s をパラメータにとって種々の実線が描かれているが、これらは $\lambda = 1.5$ とした計算値を意味する。

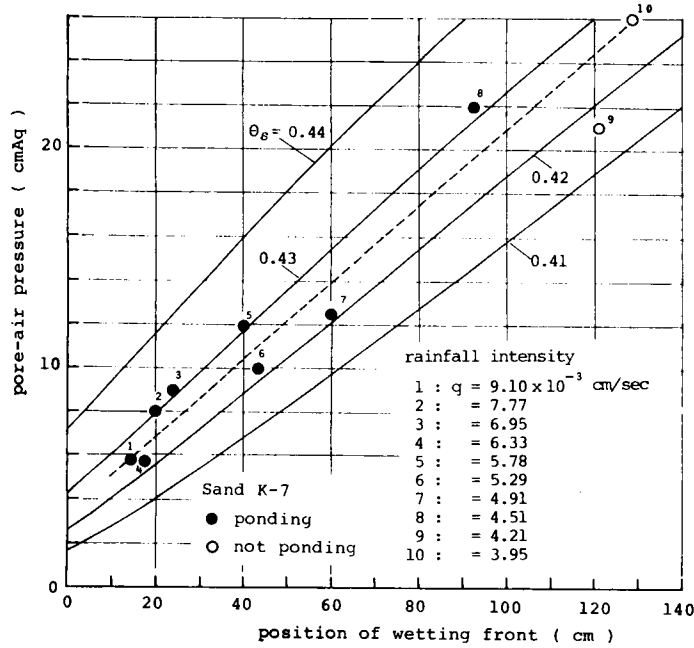


図 2.3.3 空気圧の急増時での空気圧とwetting frontの深さの関係

この図から、実験値は $\theta_s = 0.42 \sim 0.43$ の計算値の間にはば位置し、また図中の破線で示したような直線関係にはば従うことが分る。この破線の勾配を調べてみるとつぎのようである。すなわち、式(2.2.18)と式(2.2.22)より容易につぎの関係をうる。

$$\left(\frac{\partial p_{aL}}{\partial x_f} \right)_{\theta_s} = \int_{\delta}^{\theta_s} \frac{AD(1-A)F}{\{K(1-A)-qF\}^2} d\theta \bigg/ \int_{\delta}^{\theta_s} \frac{D(1-A)F}{\{K(1-A)-qF\}^2} d\theta$$

..... (2.3.2)

ここに、 δ は小さな正符号の定数値、 p_{aL} は式(2.2.22)で $\theta \rightarrow \delta$ とした p_a 、 x_f は(2.2.18)で $\theta \rightarrow \delta$ とした x を意味し、初期水分量 θ_0 は実験条件より 0 とおいた。本実験の降雨強度の範囲は、K-7 砂の場合、図 2.3.3 中より分るように高々 $\{K(1-A)\}_c$ の 2 倍程度である。よって、 $D(1-A)$ の関数形は $K(1-A)$ のものと類似であり、また $D(1-A)$ の最大値が $\theta \approx \theta_c$ で現われること、さらに F は第 2 次近似では式(2.2.26)で与えられることを考慮すると、 $A(\theta)$ を重みとした式(2.3.2)右辺の積分比は $\theta_s > \theta_c$ の関係より、ほぼ $\theta = \theta_c$ の近傍で決まると考えてよいので、この比は $A(\theta_c)$ で近似できる。そこで、図 2.3.3 の破線の

勾配はほぼ0.17となっているので、 $A(\theta)=0.17$ を満す θ の値を調べると、0.38となるが、この値は θ_c にはほぼ等しいことが分る。なお、K-6砂、K-5砂の場合、図2.3.3に示したと同様な実験値のプロットはK-7砂の場合と同様ほぼ直線となり、またその勾配もK-7砂のものとほぼ等しくなることを付加しておく。

結局、砂層表面での水分量がほぼ90%飽和になったとき、空気圧は急激に増加することを始め、またその時点での wetting front の深さに対する空気圧の変化割合はほぼ $A(\theta_c)$ となる。

つぎに、上記の①で示した時間 $t = t_2$ での状況につき調べる。実験中の詳細な観察によると、空気圧変化が変曲点を示す時間は砂層表面に湛水が現われる時間にはほぼ一致する。そこで、以下では $t = t_2$ を湛水開始時間と呼ぶことにして、その時間を新たに t_p と記すことにする。実験での湛水開始時間の wetting front の深さと降雨強度の関係を、K-7砂の場合にプロットすると図2.3.4をうる。湛水開始時間が長ければ長いほど、wetting frontはより深くまで発達している。それゆ

え、この図から、降雨強度が小さくなるに従って、湛水開始時間は長くなり、また2.2.2(2)で期待されたように降雨強度がある下限値に近づくと、その時間は十分に長くなること、およびこの下限値は飽和透水係数 (K-7砂の場合、 6.5×10^{-3} cm/sec) より少なくとも小さくなることが分る。同図中には θ_s をパラメータにとり、 $\lambda = 1.5$ とした同様な関係の計算値が実線で描かれている。

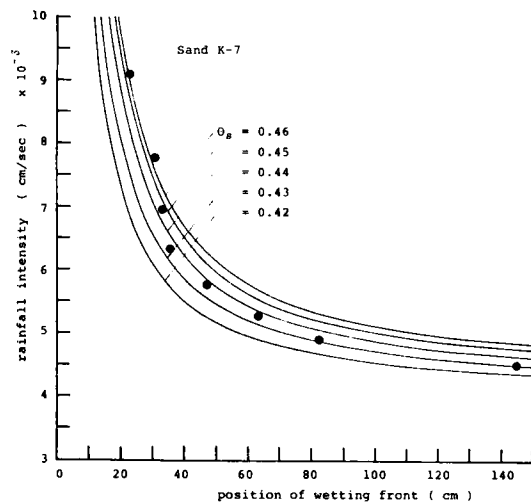


図 2.3.4 湛水開始時でのwetting frontの深さと降雨強度の関係

θ_s が θ_{sat} 近くなっているので、実験値と計算値の直接的な比較は後述の3.1.2より問題があるが、同

図より、実験値は計算曲線と類似な変化を示し、 θ_m は少なくとも θ_c (≈ 0.38)より大きく、ほぼ θ_{sat} に近いものになっていることが分る。 $\theta_m > \theta_c$ の結果は2.2.2(2)、(3)で行った解析の前提条件を保証するものである。実際には、砂層は有限の厚さを有しているので、湛水が

生じるという条件は降雨強度だけでなく、層厚にも関係するはずである。従って、仮に層厚が与えられたならば、湛水が生起するための降雨強度の下限值は、wetting frontが層の下端に達したときに湛水が生じるという条件を用いて、この図より評価できる。

b. 水分量分布

図 2.3.2(1)に対応する $q = 5.29 \times 10^{-3}$ cm/sec の場合の水分量分布の実験結果が図 2.3.5 に示されている。また図 2.3.6 と図 2.3.7 は前図と同じ条件のもとでの計算による水分量分布および式 (2.2.29) で与えられた

水分の移動速度 $(\partial x / \partial t)_\theta$ をそれぞれ示したものである。水分測定精度によって、図 2.3.5 から $t = t_p$ (≈ 4500 sec) での砂層表面付近の水分量は正確には評価できないが、飽和状態の mass wetness が 0.32 ~ 0.33 となることを考慮すると、同水分量は非常に大きな値となっていたことが分る。この結果は図 2.3.4 より得られた湛水開始時間の θ_s が θ_{sat} になり近いものとなっているという結果を保証する。他方、図 2.3.6 で $t = 5138$ sec の水分量分布の状態に注目すると、水分量の大きな部分に変曲点が現われているようにみえる。また図 2.3.7 から、時間経過とともに、 θ がほぼ 0.36 ($\theta_c \approx 0.38$) より小さな部分での $\partial x / \partial t$ は減少し、そしてほぼ θ に無関係の一定値に近づくこと、また θ がほぼ 0.4 より大きな部分での $\partial x / \partial t$ は同様に減少し、そして前者の部分でのものと比べ非常に小さな値となることが分る。このことは、時間とともに、ほぼ $0.4 > \theta > 0.36$ の

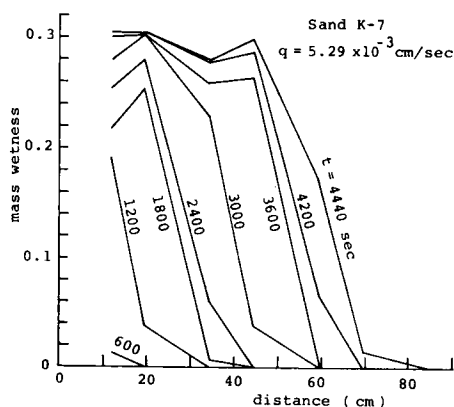


図 2.3.5 水分量分布の時間変化 (実験値)

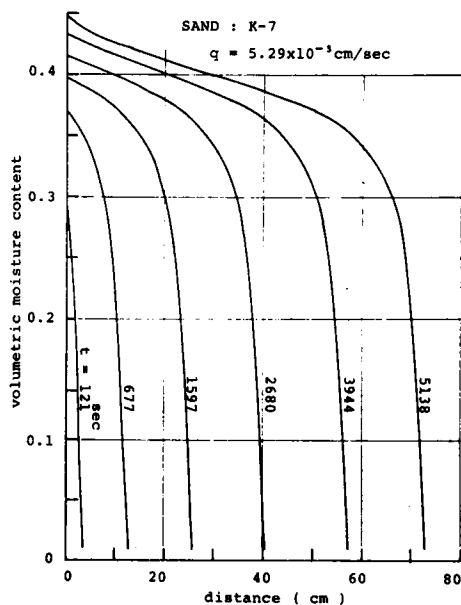


図 2.3.6 水分量分布の時間変化 (計算値)

部分で transmission zone が形成されそして発達すること、および水分量分布に変曲点が現われること意味する。

c. wetting frontの移動

図 2.3.8(1)、(2)はそれぞれ図 2.3.2(1)、(2)に対応する実験値と計算値の wetting front の発達を比較したものである。これらの図より、計算値は実験値とよく合致していること、および実験開始直後を除外すると、wetting front はほぼ直線的に移動していることが分る。後者の事実は図 2.3.7 で述べた計算値果と一致する。

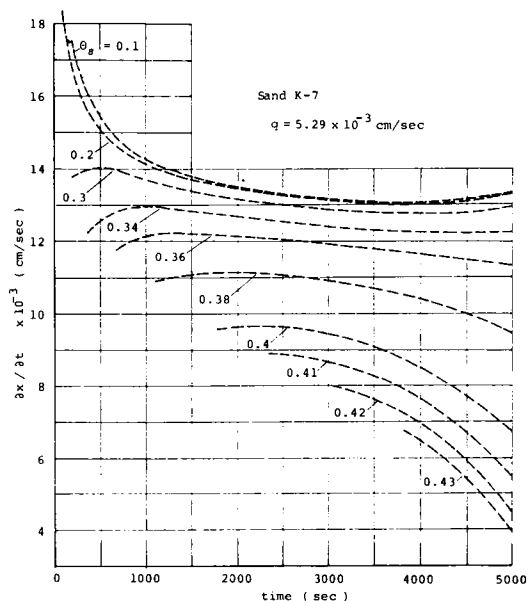
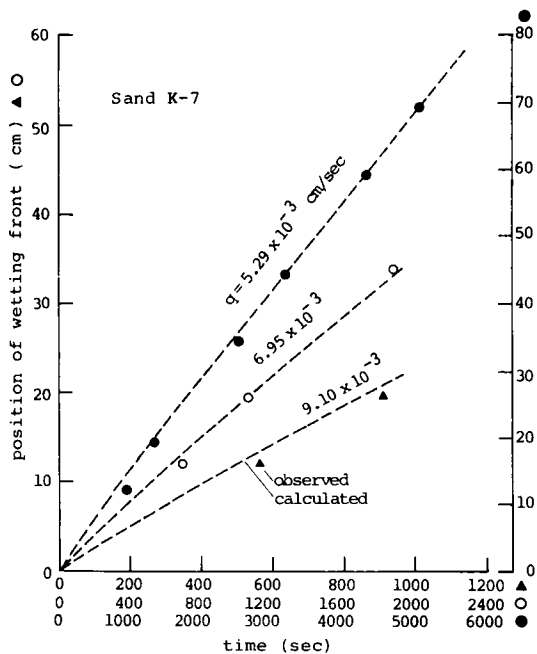
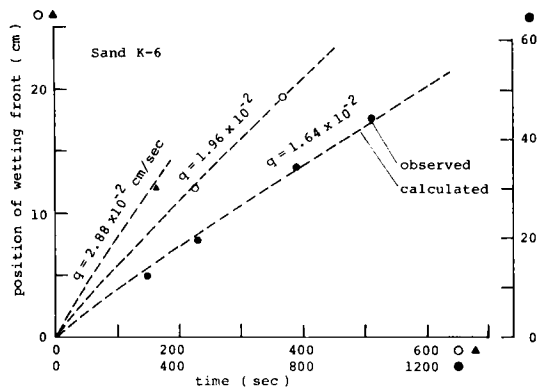


図 2.3.7 水分の移動速度の時間変化



(1) K-7 砂の場合



(2) K-6 砂の場合

図 2.3.8 wetting front の移動

2) 擬似飽和域の形成

a. 擬似飽和域の条件式

2.2.1(2)で述べたように、湛水が生起する直前では砂層表面直下に擬似飽和域が形成されると考えられる。そこで、このような段階では、 $0 < x < x_1(t)$ の部分に $\theta = \theta_m$ の擬似飽和域が形成されており、また $x > x_1(t)$ の部分にいままで対象としてきた不飽和域が存在しているものとする。このことより、擬似飽和域の水の流量流速 \hat{v} は次式で与えられることになる。

$$\hat{v} = q \quad \dots\dots\dots (2.3.3)$$

擬似飽和域での基礎式は式(2.4.1)*と式(2.4.5)*で与えられるので、これらの式に式(2.4.6)*、式(2.3.3)および境界条件式(2.2.4)を用いると、同域下端での空気圧 p_{a1} はつぎのようになる。

$$p_{a1} = (1 - \alpha_r)(x_1 - \psi_1 + \psi_0) \quad \dots\dots\dots (2.3.4)$$

ここに、 α_r と ψ_1 はそれぞれ式(2.4.9)*と式(2.4.3)*で与えられ、また ψ_0 は次式で与えられるものである。

$$\psi_0 = p_{w0} - p_{a0} \approx p_{w0} \quad \dots\dots\dots (2.3.5)$$

ここに、添字0は $x=0$ での値を意味し、また条件式(2.2.4)が用いられている。なお、式(2.3.4)は式(2.4.7)*の特別な場合に対応する。

また、式(2.4.4)*に式(2.3.3)～式(2.3.5)を用いると次式をうる。

$$x_1 = \frac{\alpha_r \hat{K} / q}{1 - \alpha_r \hat{K} / q} (-\psi_1 + \psi_0) \quad \dots\dots\dots (2.3.6)$$

式(2.3.4)と式(2.3.6)より $(\psi_0 - \psi_1)$ を消去すると、次式をうる。

$$\frac{p_{a1}}{x_1} = \frac{1 - \alpha_r}{\alpha_r} \cdot \frac{q}{\hat{K}} \quad \dots\dots\dots (2.3.7)$$

ここで、不飽和域での水分量分布と空気圧分布を決定するために、この段階での式(2.2.13)で定義された $F(\theta, t)$ は、 θ_s が θ_m になったときの F 、すなわち $F_m(\theta)$ に近似的に等しいと仮定すると、それぞれの分布は式(2.2.13)および式(2.2.9)より容易に次式とな

ることが分る。

$$x = x_1 - \int_{\theta}^{\theta_m} \frac{D(1-A)}{K(1-A) - qF_m} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.3.8)$$

$$p_a = p_{a1} + \int_{\theta}^{\theta_m} \frac{AD}{K} d\theta - \int_{\theta}^{\theta_m} \frac{AD(1-A)}{K(1-A) - qF_m} d\theta \quad \dots\dots\dots (2.3.9)$$

ここに、 θ_0 は実験条件より零とおいた。 F_m は θ のみの関数であるので、式(2.3.8)より求まる $(x - x_1)$ と式(2.3.9)より求まる $(p_a - p_{a1})$ は θ のみの関数であることが分る。よって、式(2.3.9)で $\theta \rightarrow 0$ とした p_a で近似できる砂層底部の空気圧 p_{aL} は次式で与えられる。

$$p_{aL}(t) = p_{aL}(\tilde{t}) + p_{a1}(t) \quad \dots\dots\dots (2.3.10)$$

ここに、 \tilde{t} は θ_s が θ_m となった時間である。また、水の連続式と式(2.3.8)より次式をうる。

$$x_1 = \frac{q(t - \tilde{t})}{\theta_m} \quad \dots\dots\dots (2.3.11)$$

この関係式は形状が固定された $\theta < \theta_m$ の水分量分布が速度 q/θ_m で下方へ移動することを意味する。

結局、式(2.3.10)と式(2.3.11)の関係を式(2.3.7)に用いると、式(2.4.9)*で定義された α_r は次式で表わされることになる。

$$\frac{1}{\alpha_r} = 1 + \frac{\theta_m \hat{K}}{q^2} \frac{p_{aL}(t) - p_{aL}(\tilde{t})}{t - \tilde{t}} \quad \dots\dots\dots (2.3.12)$$

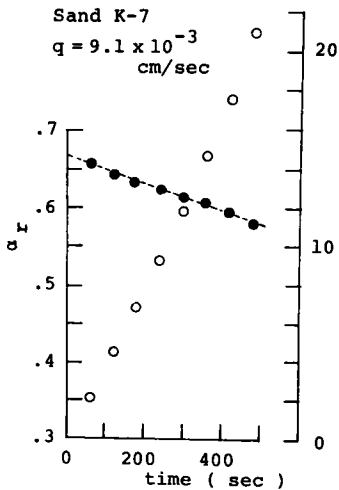
また、式(2.3.4)、式(2.3.5)および式(2.3.10)より次式をうる。

$$-\psi_1 + \psi_0 = \frac{1 - \alpha_r \hat{K}/q}{1 - \alpha_r} \{ p_{aL}(t) - p_{aL}(\tilde{t}) \} \quad \dots\dots\dots (2.3.13)$$

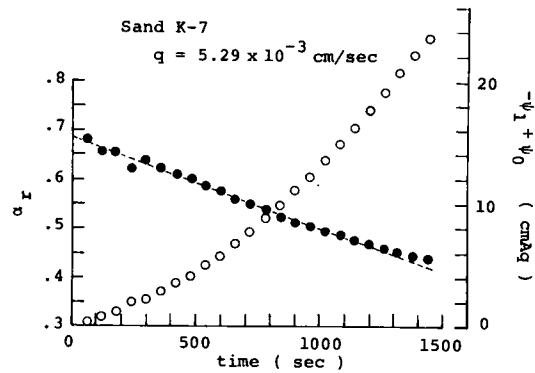
b. 実験結果の考察

α_r と $(-\psi_1 + \psi_0)$ の変化を、計測空気圧を式(2.3.12)と式(2.3.13)に用いることに

より調べてみる。 \hat{K} と θ_m の値はあらかじめ決定されねばならないので、前編の灌水浸透の結果を参照して \hat{K} を91%飽和に対する不飽和透水係数とみなし、また θ_m は $t=t_1$ での水分量 θ_s とする。このことより、 θ_m の値はK-7砂の場合、図2.3.3より0.42で近似できるが、K-6砂の場合も同様に0.42とする。

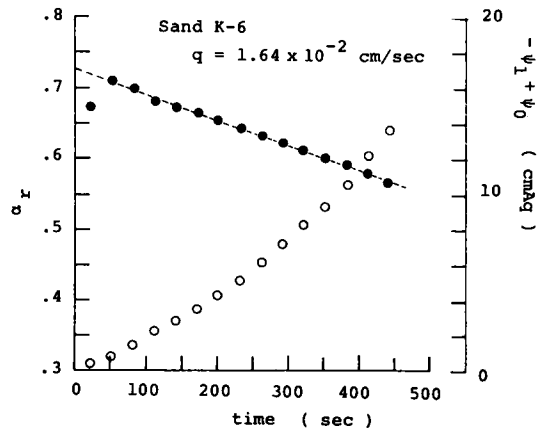


(1) $q = 9.1 \times 10^{-3}$ cm/sec (K-7砂)



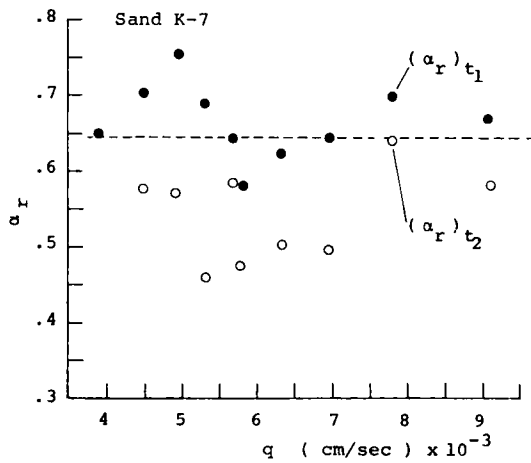
(2) $q = 5.29 \times 10^{-3}$ cm/sec (K-7砂)

図2.3.9(1)、(2)、(3)はそれぞれK-7砂で $q = 9.10 \times 10^{-3}$ cm/secと $q = 5.29 \times 10^{-3}$ cm/secおよびK-6砂で $q = 1.64 \times 10^{-2}$ cm/secの場合における α_r と $(-\psi_1 + \psi_0)$ の時間変化を示したものであって、 α_r の値は黒丸で、 $(-\psi_1 + \psi_0)$ の値は白丸でプロットされており、また時間軸は $t-t_1$ である。とくにK-7砂の場合の $t=t_1$ と $t=t_2$ の α_r の値をそれぞれ黒丸と白丸

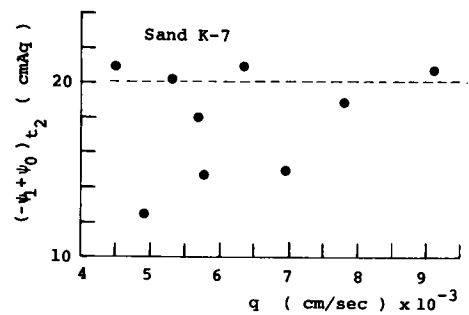


(3) $q = 1.64 \times 10^{-2}$ cm/sec
(K-6砂)

図2.3.9 α_r 、 $(-\psi_1 + \psi_0)$ の時間変化

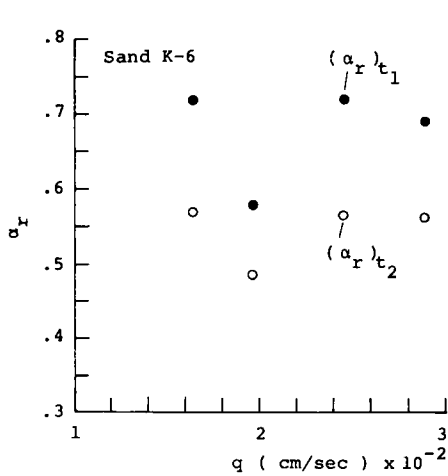


(1) $t = t_1$ と $t = t_2$ での α_r の値

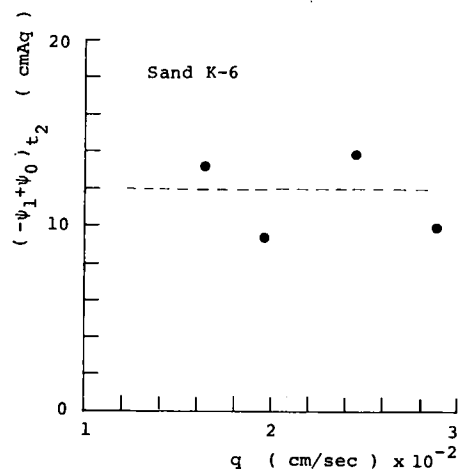


(2) $t = t_2$ での $(-\psi_1 + \psi_0)$ の値

図 2.3.10 擬似飽和域形成段階での同域の諸量 (K-7 砂の場合)



(1) $t = t_1$ と $t = t_2$ での α_r の値



(2) $t = t_2$ での $(-\psi_1 + \psi_0)$ の値

図 2.3.11 擬似飽和域形成段階での同域の諸量 (K-6 砂の場合)

でプロットすると図 2.3.10 (1)が、また $t = t_2$ の $(-\psi_1 + \psi_0)$ の値をプロットすると図 2.

3.10 (2)となる。図 2.3.11 (1)、(2)はそれぞれ前図 (1)および (2)に対応する K-6 砂の場合の結果である。これらの図より以下のことが分る。

- ① $\alpha_r(t)$ は時間とともにほぼ直線的に減少するが、 $t = t_1$ から $t = t_2$ までの減少量は小さい。
- ② $t = t_1$ と $t = t_2$ の α_r の値はそれぞれ 0.7 ~ 0.6 および 0.6 ~ 0.5 となる。
- ③ $(\psi_0 - \psi_1)$ は時間とともに増大する。
- ④ $t = t_2$ の $(-\psi_0 + \psi_1)$ の値はほぼ実験砂の water entry value (K-7 砂の場合には -20 cmAq、K-6 砂の場合には -12 cmAq) に等しくなる。

まず、 α_r の変化についてはつぎのようである。前編の 2.4 で示した灌水浸透の場合の結果によると、実験開始直後、 α_r はほぼ 0.6 より急激に減少して、時間とともに一定値の α_c 。

(K-7、K-6 砂の場合には 0.3) に近づくが、この α_r の変化は \hat{K}_a の減少、すなわち擬似飽和域の空気抵抗 $1/\hat{K}_a$ の増大によって生じる。いま、 α_r の定義式 (2.4.9)* で、 $t = t_1$ での \hat{K}_a と \hat{K} をそれぞれ $K_a(\theta_m)$ と $K(\theta_m)$ で置換え、また $r = 1$ と仮定すると、 $\alpha_r(t_1) = 1 - A(\theta_m)$ の関係をうる。K-7 砂の場合に対して $\lambda = 1.5$ として $1 - A(\theta_m)$ の値を計算すると、図 2.3.10 (1)中の破線で示したものとなるが、この値は式 (2.3.12) より求めた $\alpha_r(t_1)$ の値にはほぼ一致するだけではなく、上記の灌水浸透での実験開始時の α_r の値にも一致している。これらの事実から、最初に、擬似飽和域は $t = t_1$ 以降に形成されるとした条件が妥当であったことが分る。そして、 $t = t_1$ から $t = t_2$ の間で、砂層面から放出される空気の抵抗は増大するといえる。

つぎに $(\psi_0 - \psi_1)$ の変化についてはあるが、灌水開始時間 ($t = t_2$) での ψ_0 はほぼ零とみなしてよい (式 (2.4.12)* と式 (2.2.2) を参照) ので、そのときの ψ_1 、すなわち擬似飽和域下端の毛管ポテンシャルはほぼ water entry value になっているとみなせる。

なお、 α_r の変化特性と式 (2.3.12) より、 $t = t_1$ から $t = t_2$ の間の空気圧の変化は以下のものであることが分る。まず、 α_r の変化は上記の①より次式ではほぼ与えられる。

$$\alpha_r = \alpha_{ro} + C_a(t - t_1) \quad \dots\dots\dots (2.3.14)$$

ここに、 α_{ro} は $t = t_1$ での α_r の値、 C_a は負の定数値である。上式を式 (2.3.12) に用いると、次式をうる。

$$p_{aL}(t) - p_{aL}(t_1) = \frac{q^2}{\theta_m \hat{K}} \cdot \left[\frac{1}{\alpha_{ro} \left\{ 1 + \frac{C_a(t - t_1)}{\alpha_{ro}} \right\}} - 1 \right] \cdot (t - t_1) \quad \dots\dots\dots (2.3.15)$$

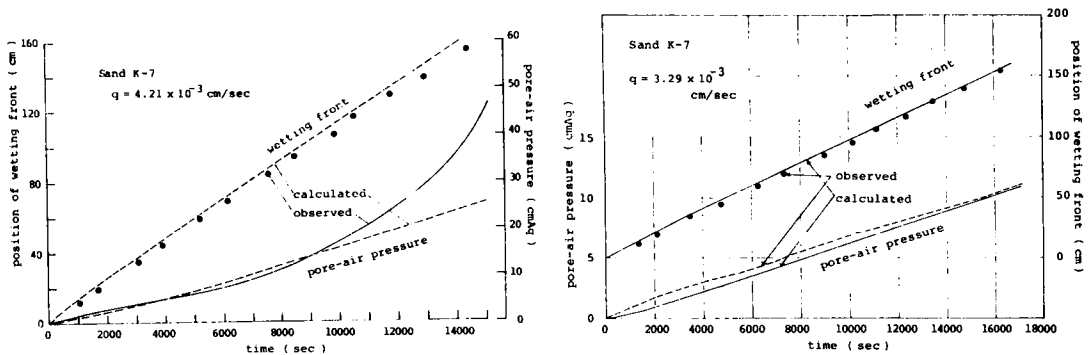
図 2.3.9 より $\alpha_{r0} \gg -C_\alpha(t-t_1)$ とみなしてよいので、上式右辺中の $1/\{1+\dots\}$ を Taylor 展開して第2項までとると、上式は次式で近似できることになる。

$$p_{aL}(t) - p_{aL}(t_1) = \frac{q^2}{\theta_m \hat{K}} (t-t_1) \left\{ \frac{1}{\alpha_{r0}} - 1 - \frac{C_\alpha}{\alpha_{r0}^2} (t-t_1) \right\} \dots (2.3.16)$$

よって上式の関係から、 $t_2 > t > t_1$ での計算空気圧の変化は $(t-t_1)$ に関する放物線で近似できることになり、また $d^2 p_{aL}/dt^2 = -2q^2 C_\alpha / \theta_m \hat{K} \alpha_{r0}^2$ となる。

(3) 湛水が生じなかった場合

図 2.3.12(1)、(2)はK-7砂を用いた実験で湛水が生じなかった場合の wetting front の深さと空気圧の時間変化を示したものであって、それぞれ $q = 4.21 \times 10^{-3}$ 、 3.29×10^{-3} cm/sec の場合である。またこれらの図には計算値も描かれている。これらの図より、計測空気圧は $q = 4.21 \times 10^{-3}$ cm/sec の場合 $d^2 p_{aL}/dt^2 > 0$ 、 $q = 3.29 \times 10^{-3}$ cm/sec の場合 $dp_{aL}/dt \approx \text{const.} (>0)$ となっていると、また後者の場合の測定された wetting front はほぼ直線的に移動することが分る。さらに、実験値と計算値は、前者の空気圧の場合を除外すると、いずれもよく合致している。

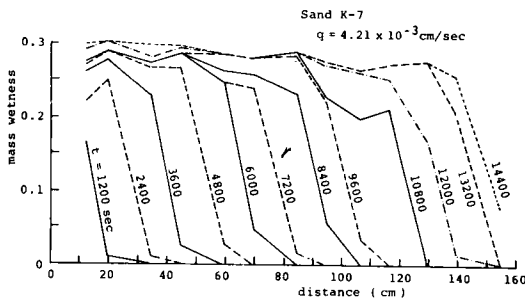


(1) $q = 4.21 \times 10^{-3}$ cm/sec の場合

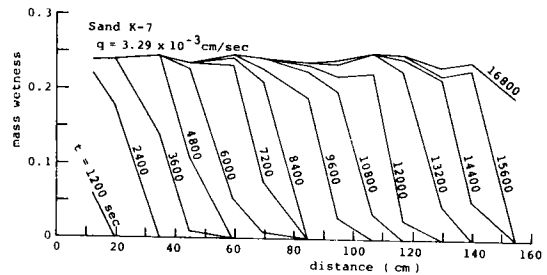
(2) $q = 3.29 \times 10^{-3}$ cm/sec の場合

図 2.3.12 wetting front の深さと空気圧の時間変化

図 2.3.12(1)、(2)の場合に対応する測定された水分量分布は図 2.3.13(1)、(2)となる。これらの図よりつぎのことが分る。 $q = 4.21 \times 10^{-3}$ cm/sec の場合、砂層表面付近の水分量は時間



(1) $q = 4.21 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の場合



(2) $q = 3.29 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の場合

図 2.3.13 水分量分布の時間変化

とともに増加を続け、最終的には飽和に近い値となる。また分布形状は水分量の比較的大きなところで変曲点を示し、また時間とともにその点近くの水分量で transmission zone が発達する。一方、 $q = 3.29 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の場合、砂層表面近くの水分量は比較的小さい経過時間後では一定の値となり、また wetting front の上方での分布形状はほぼ $\partial\theta/\partial x = 0$ となる。

前述したように、実験で湛水が生じなかった理由は降雨強度が弱すぎたことと砂層が薄すぎたことのいずれか一方あるいは両方による。 $q = 4.21 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の場合、空気圧の変化と水分量分布の測定された状況は(2)で示した湛水が生じた場合のものと類似である。 $q = 3.29 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の実験の場合、水分量分布の形状、wetting frontの移動および空気圧の時間変化の様子は、 $q < \{K(1-A)\}_c$ の条件のもとで成立する式(2.2.34)、式(2.2.35)における結果と一致する。ここでは実験例としてK-7砂で $q = 3.95 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の空気圧変化を記載しなかったが、これは、 $d^2 p_{aL}/dt^2 > 0$ のようになることが分っているため、 $\{K(1-A)\}_c$ の値は $3.95 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ と $3.29 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の間となることが分る。他方、 $\lambda = 1.5$ として $\{K(1-A)\}_c$ の値を求めると、これはほぼ $3.9 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ となる。この値は上記の範囲に含まれることが分る。

前述のとおり $q = 4.21 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の場合の計算空気圧は時間とともに測定されたものと離れていくが、この不一致は2.2.4(1)で示した3)の場合に生じる近似解の精度の問題によるものである。参考のために、 $q < \{K(1-A)\}_c$ の条件のもとでのK-6砂を用いた実験での空気圧変化と wetting front の発達を示すと、図2.3.14となる。これらの変化の

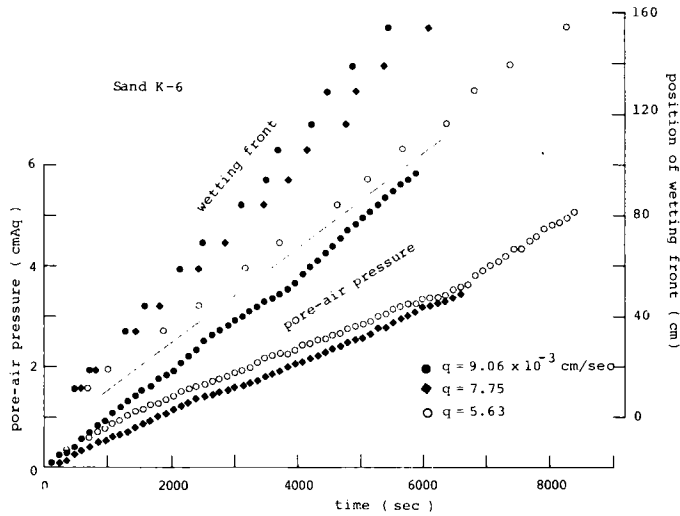


図 2.3.14 wetting front の深さと空気圧の時間変化 (K-6 砂)

様子は図 2.3.12(2)のものと類似であることが同様に分る。

最後に、 $\theta < \theta_c$ の範囲の透気係数について調べる。図 2.3.12(2)や図 2.3.14について示された現象特性を式 (2.2.34) と式 (2.2.35) に用いると、 $\theta = \theta_s$ の透気係数は容易に次式で与えられる。

$$\theta = q / \omega_* \text{ に対して、 } K_a(\theta) = \omega_* q / \frac{dp_{aL}}{dt} \quad \dots\dots\dots (2.3.17)$$

ここに、 θ_s は θ で書換えられている。上式の適用はつぎのとおりである。図 2.3.12(2)で示した K-7 砂で $q = 3.29 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の場合、 ω_* と dp_{aL}/dt はそれぞれ $9.48 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ および $6.17 \times 10^{-4} \text{ cmAq/sec}$ となることが同図より分る。これらの値を式 (2.3.17) に用いると、 $\theta \approx 0.347$ と $K_a \approx 5.05 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$ をうる。この θ と K_a の値を式 (2.3.1) に用いると、 λ の値は 1.4 に等しくなる。この λ の値は前に述べた範囲 (1.4~1.6) を満す。

2.4 む す び

下端が密閉された一様な水分量分布をもつ単一砂層への一定強度の雨水浸透について、とくに浸透面に満水が生起するまでを対象にして理論的・実験的に検討を加えた。得られた結果を

要約するとつぎのとおりである。

1) 降雨強度 q が $\{K(1-A)\}_c$ 、すなわち $\{K(1-A)\}$ の最大値より大きな場合のみ湛水が生起する可能性がある。 $\{K(1-A)\}_c$ の値は、浸透において間隙空気が浸透水と自由に交換されるとした従来の不飽和浸透理論による湛水が生起するための降雨の限界強度 $K(\theta_{sat})$ の値¹¹⁾ より小さく、この値のはば半分となる。

2) $q < \{K(1-A)\}_c$ の場合、浸透面での水分量 θ_s は時間とともに増大して、条件式 $q = K(1-A)$ を満す2つの水分量のうち小さい。

とくに、 $q < \{K(1-A)\}_c'$ の場合には時間経過とともに wetting front は一定の形状と速度 $\tilde{\omega} = \{q - K_0(1-A_0)\} / (\tilde{\theta} - \theta_0)$ で移動するようになる。また wetting front 前方の空気圧の時間的増加割合は $\tilde{A}\tilde{\omega}$ で与えられる。

$\{K(1-A)\}_c' < q < \{K(1-A)\}_c$ の場合には時間とともに $\theta_0 < \theta < \theta_c'$ の範囲で wetting front が形成され、これは $q < \{K(1-A)\}_c'$ の場合と同様な状態で下方へ移動するようになるが、その速度は $[\{K(1-A)\}_c' - K_0(1-A_0)] / (\theta_c' - \theta_0)$ である。 $\theta_c' < \theta < \tilde{\theta}$ の範囲の水分量分布は $(\partial x / \partial t)_\theta = dK(1-A) / d\theta$ に従って引延ばされるようになる。

3) $q > \{K(1-A)\}_c$ の場合、 θ_s はある一定の値 θ_m (K-7 砂、K-6 砂の場合ほぼ 90% 飽和に対応) に達すまで増大を続ける。その間の wetting front 前方の空気圧 p_{aL} は $d^2 p_{aL} / dt^2 > 0$ で増大するが、とくに θ_s が θ_m になった以降の増大は著しい。そして、ほぼ $d^2 p_{aL} / dt^2 = 0$ となったときに浸透面に湛水が現れる。

4) θ_s が θ_m になったのち浸透面より下方に向って擬似飽和域が形成される。そして、 $\alpha_r = \hat{K}_a / (\hat{K}_a + r\hat{K})$ は K-7 砂、K-6 砂の場合 0.7 ~ 0.6 より 0.6 ~ 0.5 まで時間経過とともに直線的に減少する。この間の α_r の減少量は小さいが、この減少は擬似飽和域の空気抵抗の増大によって生じる。また同域の両端の毛管ポテンシャルの差 $(\psi_0 - \psi_1)$ は時間経過とともに増大し、湛水開始時間でこの値はほぼ砂の water entry value の絶対値に一致する。すなわち、擬似飽和域下端の毛管ポテンシャル ψ_1 は water entry value に等しいといえる。

参 考 文 献

- 1) 石原安雄・高木不折・馬場洋二：雨水の鉛直浸透に関する研究、京大防災研究所年報、第9号、1966、pp. 531-563.

- 2) McWhorter, D. B.: Infiltration affected by flow of air, Hydrology Papers, No. 49, Colorado State Univ., 1971.
- 3) Corey, A. T.: Mechanics of heterogeneous fluids in porous media, Water Resources Publications, 1977, pp. 202-210.
- 4) Phuc, L. V. and H. J. Morel-Seytoux: Effect of soil air movement and compressibility on infiltration rates, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol. 36, 1972, pp. 237-241.
- 5) Sonu, J. and H. J. Morel-Seytoux: Water and air movement in a bounded deep homogeneous soil, J. Hydrology, Vol. 29, 1976, pp. 23-42.
- 6) 例えば、Mein, R. G. and C. L. Larson: Modeling infiltration during a steady rain, Water Resour. Res., Vol. 9, 1973, pp. 384-394.
- 7) Shimojima, E. and Y. Ishihara: Infiltration process of rainfall with constant intensity, Bull. Disast. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 34, part 2, 1984, pp. 55-104.
- 8) Philip, J. R.: On solving the unsaturated flow equations: 1. The flux-concentration relation, Soil Sci., Vol. 116, 1973, pp. 328-335.
- 9) 石原安雄・下島栄一: 間隙空気の閉塞を伴う一定強度の降雨浸透について、京大防災研究所年報、第23号B-2、1980、pp. 175-191.
- 10) Philip, J. R. and J. H. Knight: On solving the unsaturated flow equations: 3. New quasi-analytical technique, Soil Sci., Vol. 117, 1974, pp. 1-13.
- 11) Parlange, J.-R.: Theory of water movement in soils: 8. One-dimensional infiltration with constant flux at the surface, Soil Sci., Vol. 114, 1972, pp. 1-4.

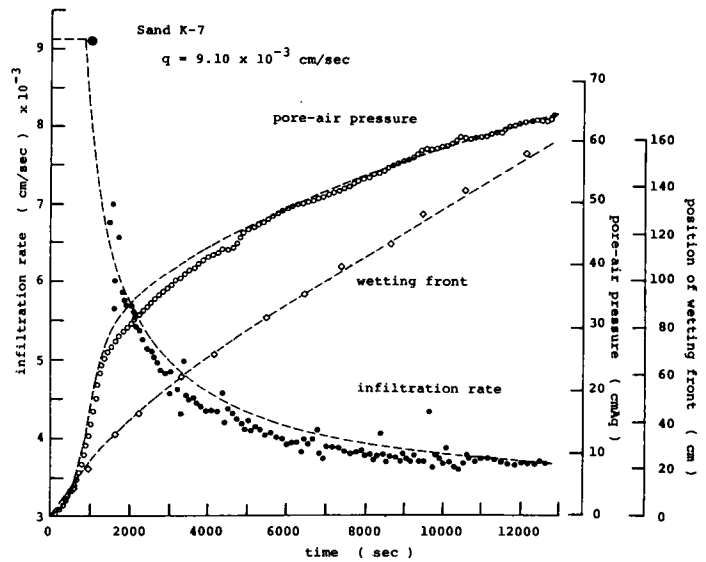
第3章 湛水生起後の浸透に関する研究

ここでは、前章のいわゆる散水浸透の途中で浸透面上に湛水が生起した以降の浸透現象について考察を行う。

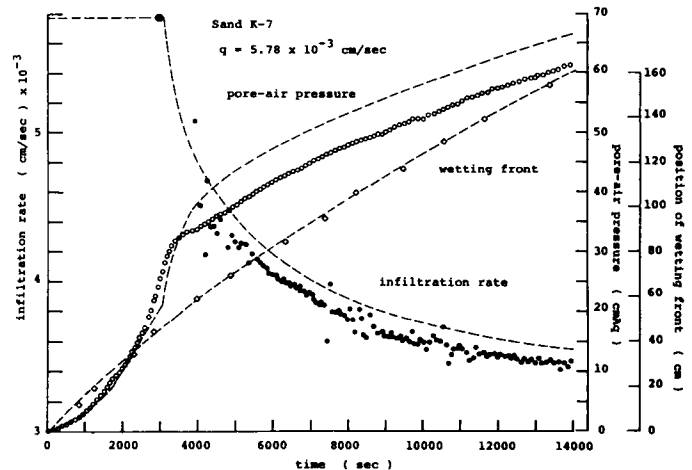
3.1 砂層浸透の実験

3.1.1 実験結果¹⁾

図 3.1.1 (1), (2), (3) はそれぞれ K-7 砂で $q = 9.10 \times 10^{-3}$ 、 5.78×10^{-3} および 5.29×10^{-3} cm/sec の実験での wetting front の深さ、空気圧および浸透強度の時間変化をそれぞれ四角、白丸および黒丸を用いて、湛水生起以前をも含めて示したものである。湛水開始時間は、図中で浸透強度の黒丸がとくに大きく描かれている点に一致する。とくに図 3.1.2 は前図に示した空気圧変化のうち、湛水生起以降の比較的短い時間帯のものをとりだして描いたものである。また図 3.1.3 (1), (2) は K-6 砂で、それぞれ $q = 2.88 \times 10^{-2}$ cm/sec および $q = 1.96 \times 10^{-2}$ cm/sec の場合の実験結果であって、図 3.1.1 に対応する。前編の単一砂層への湛水浸透



(1) $q = 9.10 \times 10^{-3}$ cm/sec の場合



(2) $q = 5.78 \times 10^{-3}$ cm/sec の場合

の実験はここでの実験で降雨強度が十分に大きな場合に対応すると考えることができる。そこで、図 2.4.9*、図 2.4.10* および図 2.4.12* を参照して、図 3.1.1 ～ 図 3.1.3 および他の場合の同様な図を調べると、つぎのことが分る。

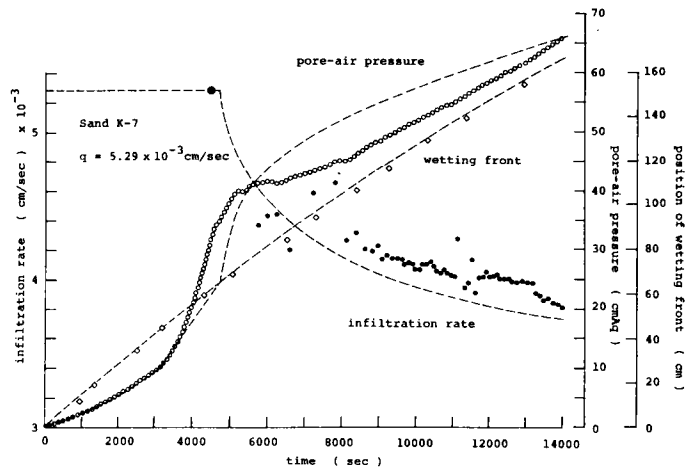
浸透強度： 湛水後の浸透強度 (f) は平均的にみて $d^2f/dt^2 < 0$ で時間とともに減少し、そして降雨強度に無関係なある値 (f_∞) に近づく。

また減少しつつある浸透強度の値は、K-7 砂の場合、2.3.2(3)で述べた 3.9×10^{-3} cm/sec すなわち $\{K(1-A)\}_c$ の値より小さくなる。変化の様子は湛水浸透の場合と類似である。

空気圧： 湛水後の空気圧は湛水開時直後 (図 3.1.2 では大略白印に対応する時間まで) 急激に増大した後穏やかな変化に移行し、時間とともに一定割合 $\dot{p}_{a\infty}$ で増大するようになる。これらの変化の様子は湛水浸透の場合と類似である。なお、理由は不明であるが、K-7 砂の場合、湛水開始時間から図 3.1.2 で示した白印までの期間はほぼ一定 (800sec) となる。

wetting front の移動： wetting front は時間とともに移動速度を減じ、そして時間に関してほぼ直線的 (変化割合を ω_* とする) に発達するようになる。この変化の様子は湛水浸透の場合と類似である。

さて、湛水浸透の場合、浸透強度、空気圧の変化割合および wetting front の移動速



(3) $q = 5.29 \times 10^{-3}$ cm/sec の場合

図 3.1.1 浸透強度、wetting front の深さ、空気圧の時間変化 (K-7 砂)

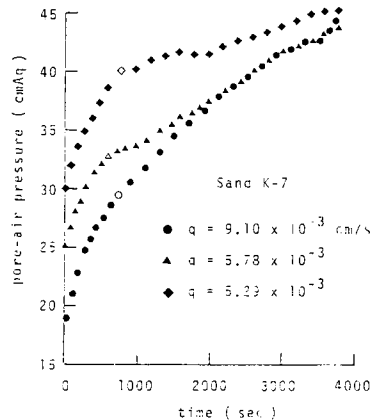


図 3.1.2 湛水生起直後の空気圧変化の詳細図

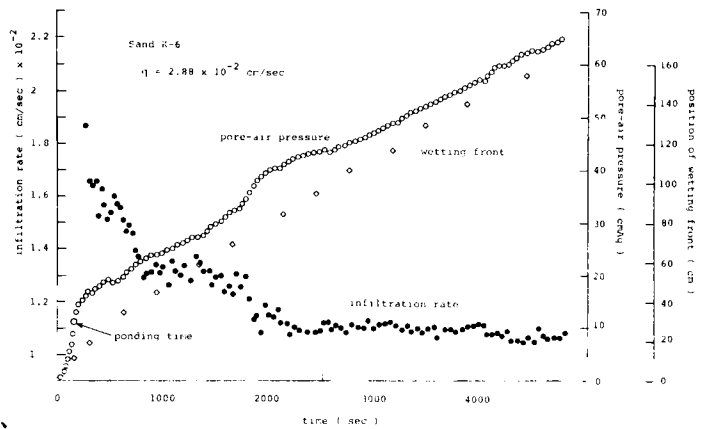
度は、時間とともに、それぞれ式(2.4.110)*、 $u(\tau) \rightarrow 0$ 、 $\theta_* \rightarrow \theta'_c$ とした式(2.2.57)*および $\theta_* \rightarrow \theta'_c$ とした式(2.2.40)*の関係に従うようになることが分っている。また、K-7砂の場合、それぞれの値は $f_\infty \approx 3.5 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ 、 $\dot{p}_{a\infty} \approx 1.9 \times 10^{-3} \text{ cmAq/sec}$ 、

および $\omega_* \approx 9.4 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ である。例えばK-7砂の図3.1.1(1)、(2)の場合を調べると、 $q = 9.10 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の場合には $f_\infty \approx 3.7 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ 、 $\dot{p}_{a\infty} \approx 2.0 \times 10^{-3} \text{ cmAq/sec}$ 、 $\omega_* \approx 9.7 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ 、 $q = 5.78 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の場合には $f_\infty \approx 3.4 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ 、 $\dot{p}_{a\infty} \approx 2.4 \times 10^{-3} \text{ cmAq/sec}$ 、 $\omega_* \approx 9.0 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ となっていることが分る。表2.2.2*を参照すると、これらの値は、湛水生

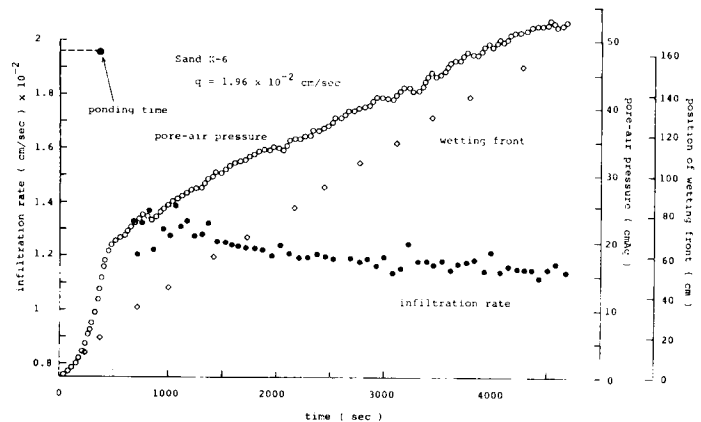
起後の浸透過程や場の状態は湛水開始時間のいわゆる初期条件に係りなく、最終的にはほぼ同一となるということを意味しているようにみえる。仮にこれらの最終状態が厳密に同じとなるならば、 f_∞ 、 $\dot{p}_{a\infty}$ および ω_* は単一砂層への湛水浸透の場合と同じ関係式で与えられることは、前編での解析より明らかである。

3.1.2 孤立空気¹⁾

2.3.2(3)で得たK-7砂の場合の $\{K(1-A)\}_c$ の値、ほぼ $3.9 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ と3.1.1で得た同値、ほぼ $3.5 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ との差はさほど大きくはない。また、K-6砂の場合は



(1) $q = 2.88 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$ の場合



(2) $q = 1.96 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$ の場合

図 3.1.3 浸透強度、wetting front の深さ、空気圧の時間変化 (K-6 砂)

つぎのとおりである。この場合の式(2.3.1)の λ の値は湛水生起前ではかなり広い範囲(1.31~2.39)にばらつくが、一例を除外すると1.9より小さいことを2.3.2(2)で述べた。 $\lambda = 1.9$ は湛水浸透の場合について推定した値である(前編2.4.6(1))。そこで、 λ の値が1.3~1.9にあるとして、この値を用いて $\{K(1-A)\}_c$ の値を求めると、にほ1.3~1.1 $\times 10^{-2}$ cm/secをうる。また湛水生起後の f_∞ の値、すなわち $\{K(1-A)\}_c$ の値はほぼ1.1 $\times 10^{-2}$ cm/secとなることが図3.1.3(1)、(2)より分る(表2.2.2*参照)。このことより、 $\{K(1-A)\}_c$ の2つの場合の値の差は同様にさほど大きくないことが分る。しかし、これらの $\{K(1-A)\}_c$ の値の不一致は現象論的にみると、非常に興味深いといえる。ここでは、なぜ不一致が生じるのかについて検討を行う。

$\{K(1-A)\}_c$ は不飽和透水係数と透気係数とに依存するので、この不一致はこれら2つの要素の変化によって生じることは明らかである。透気係数の変化は砂層における空気の状態の変化によるとみなせる。すなわち、詳細には、湛水後の間隙空気は湛水前と比べ容易に浸透水によって閉塞されるので、透気係数の変化は、砂層で湛水が生じるまで卓越した状態で存在していた自由な空気がある程度いわゆる孤立空気へと変化したことによって生じると考えられる。他方、不飽和透水係数の変化は、浸透水の流路の変化²⁾や孤立空気に対応する死水域の発達によって生じると考えることができる。 $\{K(1-A)\}_c$ に対してこれら2つの要素の変化の効果を同時に考えることは容易でないので、第1次近似として、 $\{K(1-A)\}_c$ の値の不一致は単に孤立空気の生起によるものと考える。

3.1.1で、時間とともに浸透過程は一種の定常状態になること、および $\theta < \theta'_c$ の範囲にあるwetting front上方の水分量分布はほぼ変化しないこと(前編2.4.5(1)参照)を知った。これらの事実を参照して、まず最初に、浸透水の移動および形成された孤立空気の状態がDarcyスケール(空間的)と比べて大きなスケールをもつ層内のある領域で定常となっていると考える。孤立空気の体積率を θ'_a を記すと、 θ と θ'_a の関係は次式で近似できよう。

$$\theta'_a = \kappa_\infty \cdot \theta \quad \dots\dots\dots (3.1.1)$$

ここに、 κ_∞ は正符号の定数値である。この関係は、砂層の空隙の複雑なネットワークが空隙径と同程度の径をもつ流路群より構成されると考えたとき、個々の流路の自由空気が孤立化される確率が個々の流路に対して一定となるという仮定に対応する。

自由空気の体積率を θ_a^e と記すと、 θ_a^e は次式によって与えられる。

$$\theta_a^e = \theta_{sat} - \theta - \theta'_a \quad \dots\dots\dots (3.1.2)$$

定常状態の自由空気の透気係数を $K_{a\infty}$ で表わすと、 $K_{a\infty}$ は θ_a^e の関数であると考えられることができるので、これは式 (2.3.1) を参照して式 (3.1.1) と式 (3.1.2) より次式で与えられる。

$$K_{a\infty} = K(\theta_{sat}) \frac{\mu_w}{\mu_a} \Phi \left(1 - \delta_{\infty} \frac{\theta}{\theta_{sat}} \right) \quad \dots\dots\dots (3.1.3)$$

ここに、 $\delta_{\infty} = 1 + \kappa_{\infty}$ (3.1.4)

および、 $1 \geq \Phi \geq 0$ である。式 (2.3.1) を考慮して関数 Φ が $(1 - \delta_{\infty} \theta / \theta_{sat})$ のべき関数で表わせるならば、式 (3.1.3) は次式で書換えることができる。

$$K_{a\infty} = K(\theta_{sat}) \frac{\mu_w}{\mu_a} \left(1 - \delta_{\infty} \frac{\theta}{\theta_{sat}} \right)^{\lambda_*} \quad \dots\dots\dots (3.1.5)$$

ここに、 λ_* は正符号の定数値である。とくに、 $\delta_{\infty} = 1$ すなわち $\kappa_{\infty} = 0$ のとき、式 (3.1.5) は式 (2.3.1) に等しい。

前編の湛水浸透の場合、自由空気の流れ抵抗に対する孤立空気の効果は、例えば K-7 砂の場合には後述する式 (3.2.26) で $\delta(\tau) = 1$ 、 $\lambda_* = 1.8$ とおくことによって表されている。ここで対象としている降雨浸透の場合、 $\delta(\tau)$ は時間とともに変化すると考えねばならないので、K-7 砂の場合には $\delta(\tau) = 1$ 、 $\lambda_* =$

1.8 を用いて孤立空気の効果を表すことは不可能である。従って、解析に対して、K-7 砂の場合には時間変化する $\delta(\tau)$ と湛水前におけるものと等しい $\lambda_* = 1.5$ を用いることは有効である。

K_a の関数として式 (3.1.5) を用いて、また λ_* をパラメータとして $\{K(1-A)\}_c$ と δ_{∞} および θ_c と δ_{∞} の関係を調べることにする。K-7 砂の場合の例が図 3.1.4 に示されている。この図より、 $[\partial\{K(1-A)\}_c / \partial\delta_{\infty}]_{\lambda_*} < 0$ および $[\partial\theta_c / \partial\delta_{\infty}]_{\lambda_*} < 0$ の関係をうる。図で $\lambda_* = 1.5$ の $\{K(1-A)\}_c$ と δ_{∞} の関係を示す曲線に着目する

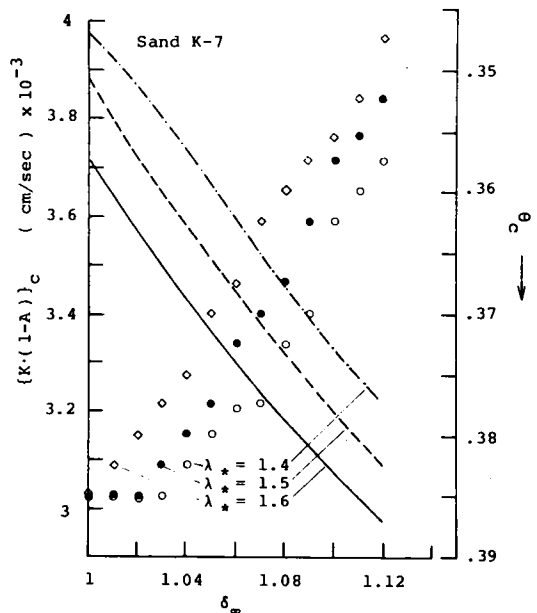


図 3.1.4 種々の λ_* の値に対する $\{K(1-A)\}_c$ 、 θ_c の値と δ_{∞} の値との関係

と、 $\delta_{\infty}=1$ での $\{K(1-A)\}_c$ の値は2.3.2(3)で示した値、ほぼ 3.9×10^{-3} cm/secとなる。また下限的な浸透強度に対応する $\{K(1-A)\}_c = 3.5 \times 10^{-3}$ cm/sec に対する δ_{∞} の値はほぼ1.06となることが分る。この値はWyckoff・Botset³⁾, Jones⁴⁾などでみられる値より若干小さいが、評価された値は合理的であると考えることができる。従って、 $\{K(1-A)\}_c$ の値の不一致は主として層内の孤立空氣の割合が増大する効果によると理解できる。

3.2 解析的研究

3.2.1 基礎式の検討¹⁾

第I編の2.2.3(1)で示した不飽和域の基礎式が孤立空氣の問題を考慮することによってどのように修正されるかについて考える。

(1) 連続式

水の連続式(2.2.15)* は明らかに変形されずにそのまま成立する。

式(2.2.16)*で与えられた空氣の連続式はつぎのように書換えられる。

$$\frac{\partial \rho_a^e \theta_a^e}{\partial t} + \frac{\partial \rho_a' \theta_a'}{\partial t} + \frac{\partial \rho_a^e v_a}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (3.2.1)$$

ここに、 ρ_a^e と ρ_a' はそれぞれ自由空氣および孤立空氣の密度である。

とくに死水の効果が重要となる場合、式(2.2.15)*の θ を死水を含んだ水分量とみなすならば、式(2.2.15)*は同様に成立する。

(2) 運動の式

水と自由空氣の運動の式は一般化されたDarcy則で同様に与えられ、それぞれは次式で書換えられる。

$$v = -D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} + K(\theta) \left(1 - \frac{\partial p_a^e}{\partial x}\right) \quad \dots\dots\dots (3.2.2)$$

$$v_a = -K_a(\theta_a^e) \left(\frac{\partial p_a^e}{\partial x} - \frac{\rho_a^e}{\rho_w}\right) \quad \dots\dots\dots (3.2.3)$$

$$\text{ここに、} D(\theta) = K(\theta) \frac{d(p_w - p_a^e)}{d\theta} \quad \dots\dots\dots (3.2.4)$$

また p_a^e は自由空氣の大氣圧よりの増加量である。

とくに、死水の効果が問題となる場合、式(3.2.2)と式(3.2.4)の θ を死水を除外した水分量とみなすと⁵⁾と、式(3.2.2)と式(3.2.4)はそのまま保持される。

(3) 空気の状態方程式

式(2.2.20)*で与えられた空気の状態方程式は自由空気と孤立空気についてそれぞれ以下のように書換えられる。

$$\rho_a^e = C \cdot (P_{a0} + p_a^e) = C \cdot P_a^e \quad \dots\dots\dots (3.2.5)$$

$$\rho_a' = C \cdot (P_{a0} + p_a') = C \cdot P_a' \quad \dots\dots\dots (3.2.6)$$

ここに、 p_a' は平均的にみた場合の孤立空気の大気圧 P_{a0} よりの増加量である。

3.2.2 基礎式の近似化¹⁾

不飽和域の基礎式、式(2.2.15)*と式(3.2.1)～式(3.2.6)に砂層底部の境界条件式、式(2.2.5)、式(2.2.6)を用い、前編2.4.2で行ったと同様な演算を行うと、式(2.4.39)*すなわち式(2.2.7)に対応する $\partial p_a^e / \partial x$ は次式で与えられる。

$$\frac{\partial p_a^e}{\partial x} = - \frac{A^e D}{K} \frac{\partial \theta}{\partial x} + A^e \left(1 - \frac{\rho_a^e}{\rho_w}\right) - A^e \varepsilon^e + \frac{\rho_a^e}{\rho_w} - A^e \varepsilon' \quad \dots\dots\dots (3.2.7)$$

$$\text{ここに、} \varepsilon^e = \int_x^L (\theta_{sat} - \theta) \frac{\partial P_a^e}{\partial t} dx / K \bar{P}_a^e \quad \dots\dots\dots (3.2.8)$$

$$\varepsilon' = \int_x^L \frac{\partial}{\partial t} \{ (P_a^e - P_a') \theta_a' \} dx / K \bar{P}_a^e \quad \dots\dots\dots (3.2.9)$$

$$\bar{P}_a^e(t) = P_a^e(x, t) - \Delta p_a^e(x, t) \quad \dots\dots\dots (3.2.10)$$

$$\bar{P}_a^e \gg |\Delta p_a^e| \quad \dots\dots\dots (3.2.11)$$

$$A^e = \frac{K(\theta)}{K(\theta) + K_a(\theta_a^e)} \quad \dots\dots\dots (3.2.12)$$

式(3.2.7)右辺の第2項と第4項を2.2.1(2)で述べたと同じ理由で、それぞれ A^e および零で近似する。また、第I編の単層への湛水浸透の結果を参照すると、同式第3項は湛水開始直後を除外すると零で近似できよう。さらに第5項の $\partial p_a^e / \partial x$ への寄与はさほど大きくないので、式(2.2.15)*と式(3.2.7)は近似的にそれぞれ次式となる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ D(1-A^e) \frac{\partial \theta}{\partial x} - K(1-A^e) \right\} \quad \dots\dots\dots (3.2.13)$$

$$\frac{\partial p_a^e}{\partial x} = -\frac{AD^e}{K} \frac{\partial \theta}{\partial x} + A^e \quad \dots\dots\dots (3.2.14)$$

結局、不飽和域の基礎式への孤立空気の効果は式(2.2.38)*で与えられた A が式(3.2.12)の A^e で修正されることによって表わされる。式(3.2.13)と式(3.2.14)を、新たに不飽和域の修正された基礎式と呼ぶ。

とくに、この場合の水の流量流速は次式で与えられる。

$$v = -D(1-A^e) \frac{\partial \theta}{\partial x} + K(1-A^e) \quad \dots\dots\dots (3.2.15)$$

時間とともに、 $K(\theta_a^e)$ あるいは $A(\theta_a^e)$ は θ のみの関数となるので、前述のとおり浸透強度は $\{K(1-A^e(\theta))\}_c$ に漸近する。

3.2.3 近 似 解¹⁾

(1) 水の流量流速と水分量との関係

式(2.2.11)で定義された関数 F は、式(3.2.15)および式(2.2.12)を考慮すると、この場合、次式で与えることができる。

$$F = \frac{-D(1-A^e) \frac{\partial x}{\partial \theta} + K(1-A^e) - K_0(1-A_0)}{f - K_0(1-A_0)} \quad \dots\dots\dots (3.2.16)$$

ここに、上式で、 $v_s = f$ の関係を用いており、また初期水分量 θ_0 はこの場合はほぼ零に等しい。よって、 A_0^e は A_0 で書換えられている。この F はつぎに示す2つの条件を満たす必要がある。すなわち、1つは十分に時間が経った段階の条件である。この段階の wetting front の形状は式(2.2.48)*となるので、式(2.4.110)*と式(2.4.116)*を考慮して $\eta \rightarrow 0$ とした $d\xi/d\theta$ すなわち $\partial x/\partial \theta$ の関係式(2.2.46)*と式(3.2.16)を $\partial x/\partial \theta$ で整理したものを比較すると、つぎの関係をうる。

$$F = \frac{\theta - \theta_0 \{K(1-A^e)\}_c' - K_0(1-A_0)}{\theta_c' - \theta_0 \{K(1-A^e)\}_c - K_0(1-A_0)}; \theta_0 < \theta < \theta_c' \quad \dots\dots\dots (3.2.17)_1$$

$\theta'_c < \theta < \theta_c$ の領域では、式 (2.4.113)* の関係、すなわち $|D(1-A^e) \partial\theta/\partial x| \ll K$ ($1-A^e$) が成立するので、次式をうる。

$$F = \frac{K(1-A^e) - K_0(1-A_0)}{\{K(1-A^e)\}_c - K_0(1-A_0)}; \theta'_c < \theta < \theta_c \quad \dots\dots\dots (3.2.17)_2$$

また、 $\theta > \theta_c$ の水分量分布は式 (2.4.111)* となるので、 F は次式となる。

$$F = 1 \quad ; \quad \theta > \theta_c \quad \dots\dots\dots (3.2.17)_3$$

図 2.4.5* で示した $K(1-A)$ と θ の関係から分るとおり、 $\theta_0 \approx 0$ であるので、 $\theta_c \approx \theta'_c$ が成立する。そこで、解析の簡単化のために式 (3.2.17) を次式で近似を行う。

$$F = \frac{\theta}{\theta_c} \quad ; \quad \theta < \theta_c, \quad F = 1 \quad ; \quad \theta \geq \theta_c \quad \dots\dots\dots (3.2.18)$$

もう一つの条件は湛水開始時間 $t = t_p$ のものである。2.3.2(2)2) で行った近似に従うと、 $t = t_p$ の F は次式で近似できる。

$$F = \frac{\theta}{\theta_m} \quad \dots\dots\dots (3.2.19)$$

さて、ここで対象としている浸透では $\partial\theta/\partial x \lesssim 0$ であり、また F は定義式 (3.2.16) より $1 \geq F \geq 0$ を満すので、式 (3.2.16) より $fF \geq K(1-A^e)$ の関係をうる。ここで $\theta = \theta_c$ の F を F_c と記すと、 F_c と f の関係は図 3.2.1 で点描した部分に存在し、また式 (3.2.19) より $f = q$ で $F_c = \theta_c/\theta_m$ 、式 (3.2.18) より $f = f_\infty$ で $F_c = 1$ となる。これらを考慮して、 F_c と f との関係を次式で近似する。

$$F_c = \frac{\theta_c}{\theta_m} + \left(1 - \frac{\theta_c}{\theta_m}\right) \frac{q-f}{q-f_\infty} \quad \dots\dots\dots (3.2.20)$$

また、 $F(\theta, t)$ の関数形を、上式の F_c を介して図 3.2.2 で示した 2 つの直線 (折線) によって近似すると、 F は次式で表せる。

$$\begin{aligned} F &= \frac{\theta}{\theta_c} F_c & ; \quad \theta \leq \theta_c \\ &= \frac{\theta - \theta_c}{\theta_m - \theta_c} + F_c \frac{\theta_m - \theta}{\theta_m - \theta_c} & ; \quad \theta > \theta_c \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.2.21)$$

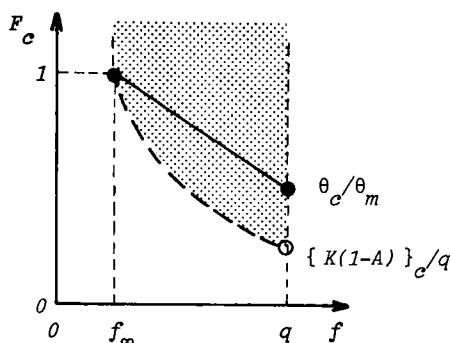


図 3.2.1 F_c と f との関係

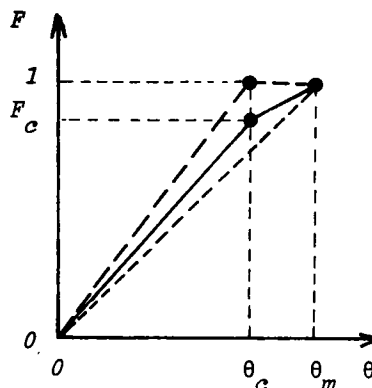


図 3.2.2 F と θ との関係

なお、図中で点線は湛水開始時、破線は十分に時間が経ったときの F の関数形である。なお、 θ_c は孤立空氣の形成によって、図 3.1.4 で示したように時間とともに減少してある一定の値に近づく性質をもつ。

(2) 不飽和域の解

式 (3.2.16) を $\partial x / \partial \theta$ につき整理したものを、 t を固定して θ につき区間 (θ, θ_m) で積分すると、水分量分布が次式で与えられる。

$$x = x_1 - \int_{\theta}^{\theta_m} \frac{D(1-A^e)}{K(1-A^e) - fF} d\theta \quad \dots\dots\dots (3.2.22)$$

ここに、 $x_1(t)$ は擬飽和域の下端の深さ、また θ_m は $x = x_1$ での水分量 θ で、一定としている。

式 (3.2.21) を θ と t を独立変数として表した式 (3.2.14) に用いると、容易に空氣圧分布を与える式をうる。

$$p_a^e = p_a^e(\theta_m, t) + \int_{\theta}^{\theta_m} \frac{A^e D}{K} d\theta - \int_{\theta}^{\theta_m} \frac{A^e D(1-A^e)}{K(1-A^e) - fF} d\theta \quad \dots (3.2.23)$$

ここに、 $p_a^e(\theta_m, t)$ は $x = x_1$ での p_a^e である。

式 (3.2.22) と式 (3.2.23) は水の連続式を満足せねばならないので、式 (3.2.22) よりつぎの条件式をうる。

$$q t_p + \int_{t_p}^t f dt = \theta_m x_1 - \int_0^{\theta_m} \frac{\theta D(1-A^e)}{K(1-A^e) - fF} d\theta \quad \dots\dots\dots (3.2.24)$$

左辺は時間 t までの砂層表面への総浸透水量を、また $t=0$ で浸透場の水分量は零とみなせるので、

右辺は同時間 t の浸透場内の総水分量を示す。式 (3.2.24) は不飽和域上端でのパラメータ α_1 を含むが、同式は浸透強度の変化を決定する方程式である。

(3) 擬似飽和域の解

擬似飽和域の解は、同域下端でのパラメータ α_1 を含んだ形で、水の流量流速については式 (2.4.11)* で、また同域下端の空気圧は式 (2.4.17)* の関係を用いて式 (2.4.16)* で与えられる。

3.2.4 計算値と実験値との比較¹⁾

(1) 未知パラメータの決定

1) α_r と β_r

湛水開始時間 $t = t_p$ での α_r の値は 2.3.2(2) で示したとおり K-7 砂と K-6 砂の場合にはほぼ 0.55 となる。また湛水浸透の場合の α_r の変化は前編 2.4.1(2) で述べた。前編 2.4.6(2) の結果を参照すると、湛水生起時間直後を除外すると、式 (2.4.9)* で定義した α_r は $r = 1$ の条件下の α_r 、すなわち $\alpha(t)$ で近似できよう。従って、湛水生起の直後の段階に注目しないならば、 $\alpha(t)$ の変化は次式で近似的に与えることができる。

$$\alpha(t) = \alpha_c + (\alpha_0 - \alpha_c) e^{-b(t-t_p)} \quad \dots\dots\dots (3.2.25)$$

ここに、 α_0 は $t = t_p$ での α の値であり、また b はつぎに示すような正符号の定数値である。wetting front 前方の空気圧が湛水生起の直後に急増する段階は、2.3.2(2) の結果および前編 2.4.6(2) の結果より、擬似飽和域が形成されてはいるが十分に発達していない段階に対応する。よって、後に計算を行うために、 $\alpha(t)$ の半減期が 3.1.1 のところで述べた空気圧の急増期間 (K-7 砂の場合には 800 sec) の $\frac{1}{4}$ に等しいとみなして、 b の値を便宜的に決める。

他方、 $\beta_r(t)$ はつぎのようである。前編 2.4.1 の結果、すなわち湛水浸透の場合 $\beta_r(t)$ はほぼ一定に保たれ、その値は式 (2.4.27)* の β_c となるということを参考にして、ここでは $\beta_r(t)$ を β_c に等しくおく。

2) θ_m と \hat{K}

2.3.2(2) の結果に従って、 θ_m の値は $t = t_1$ での θ_s のものによって与える。 \hat{K} の値は θ_m に対応する $K(\theta_m)$ で与える。

3) $K_a(\theta_a)$

3.1.2 で述べたとおり、湛水生起後、砂層内で孤立空気によって占められる体積割合は時間とともに増大し、最終的には定常になる。湛水生起前の段階に対しては、透気係数の関数形は

$\delta_\infty = 1$ とした式(3.1.5)で与えた。そして湛水後十分に時間が経った段階では式(3.1.5)の関数形を用いた。いまや、 $t = t_p$ と $t \rightarrow \infty$ の間で、 K_a の関数がどのように変化するのかがということが問題となる。ここでは、この2つの境界条件を考慮して、 K_a が次式で与えられると考える。

$$K_a(\theta, \tau) = K(\theta_{sat}) \frac{\mu_w}{\mu_a} \left\{ 1 - \delta(\tau) \frac{\theta}{\theta_{sat}} \right\}^{\lambda_*} \quad \dots\dots\dots (3.2.26)$$

$$\text{ここに、} \delta(\tau) = \delta_\infty + (\delta_0 - \delta_\infty) e^{-a\tau} \quad \dots\dots\dots (3.2.27)$$

$\tau = t - t_p$ 、また λ_* は式(3.1.5)の λ_* および式(2.3.1)の λ に等しい。 δ_0 は $t = t_p$ での δ の値、すなわち1、また a は正符号の定数値である。式(3.2.27)の条件下の式(3.2.26)はつぎのような様相をもつ。ある値の θ に対する K_a の値 $K_a(\tau; \theta)$ は時間とともに減少する。これは時間とともに孤立空気が容易に形成されることを意味する。式(3.1.1)と式(3.1.2)より式(3.1.5)を求めた過程を考慮すると、式(3.1.1)の関数と類似な $\theta'_a = \{\delta(\tau) - \delta_0\} \theta$ なる関係をうる。ここに、 $\{\delta(\tau) - \delta_0\}$ は式(3.1.4)から求まる κ_∞ に対応し、これは時間とともに増大して κ_∞ となる。

式(3.2.27)中の δ_∞ と a はつぎのとおりである。 δ_∞ の値は条件式(2.4.110)*を用いて決定される。他方 a の値はア・プリアリには決定できないので、試行錯誤によって、wetting front前方の計算空気圧が計測空気圧とよく合致するように決める。

4) p_{w0}

前編2.4.1(2)の結果に従って、 p_{w0} は十分な精度をもって、湛水深 h_w と等しくおける。

(2) 計 算 例

計算において、浸透強度 f は式(3.2.24)と式(2.4.11)*より決る。水分量分布は求めた $f(t)$ を用いて、式(3.2.22)と式(2.4.11)*より決定できる。また式(2.4.16)*中に含まれる $p_{w0}(=h_w)$ が決まると、自由空気圧の分布は求めた $f(t)$ と $x_1(t)$ を用いることによって、式(3.2.23)、式(2.4.16)*および式(2.4.17)*より求まる。

K-7砂の場合の浸透強度、 $\theta = 0.2$ で代表させた wetting front の深さおよび wetting front 前方の自由空気圧の計算値は前出の図3.1.1(1)、(2)、(3)に破線を用いて示されている。ここに、2.3.1で述べたとおり実験での最大の湛水深は単にはば0.5 cmであるので、計算での $p_{w0}(=h_w)$ は近似的に零としている。これらの計算で、 $\delta_\infty = 1.06 \sim 1.08$ 、 $a = (\ln 0.5) / 3600 \text{ sec}^{-1}$ (式(3.2.27)で定義した $\delta(\tau)$ の半減期は約1 hr)となる。とくに、これらの図中には湛水前の計算値が示してあるが、これについてはつぎのとおり

りである。 θ_s が θ_m となるまえ、すなわち $t < t_1$ の計算値は、2.2.3(2)で示した第2次近似解によるものである。他方、 $t = t_p$ での x_1 は式(2.4.11)*で $f=q$ とすることによって決まり、また $t = t_p$ での p_{a1} は式(2.4.16)*と式(2.4.17)*に求った $x_1(t_p)$ を用いることにより決るので、 $t_1 < t < t_p$ での計算値は、2.3.2(2)の結果を参照して、 $t = t_1$ と $t = t_p$ での計算値を直線で結ぶことによって示されている。

これらの図から、計算値は実験値とよく合致していることが分る。このことは、湛水後の物理的数学モデルが浸透過程をうまく表現しているということを意味する。そして、湛水後の降雨強度が変化したときでさえも、砂層面に湛水深が単に形成されているという条件のもとでは、このモデルはつぎに述べる空気圧の変化を除いてそのまま適用できる。自由空気圧は湛水深の変化に伴って線形的に変えられねばならない。

(3) $K(1-A^e)$ と K_a の関数形の検討

湛水が生起した後の浸透過程を理解する上で、透気係数の表現式に直接孤立空気の効果を考慮しなければならなかった。しかし、湛水浸透を対象とした前編では、この効果を直接的に考慮することなく、透気係数を例えば式(3.2.26)で $\delta(\tau) = 0$ としたもので与えた。ここでは、湛水生起後十分に時間が経った段階に着目して、これら2つの場合での K_a と $K(1-A^e)$ の関数形を比較・検討する。

K-7砂の場合で、透気係数の関係式(3.2.26)で、① $\lambda_* = 1.5$ 、 $\delta(\tau) = 1.06$ とした場合と② $\lambda_* = 1.8$ 、 $\delta(\tau) = 0$ とした場合の K_a と $K(1-A^e)$ の関数形を描くと、図3.2.3となる。なお、図では A^e を単に A と記している。この図より、 $K(1-A^e)$ については、 θ がとくに大きな部分($\theta \approx 0.42$)では両者の値にある程度の差が現れるが、それ以外の部分では両者の値はよく合致し、また K_a については、全範囲でよく合致していることが分る。とくに $\{K(1-A^e)\}_c$ と θ_c の値を

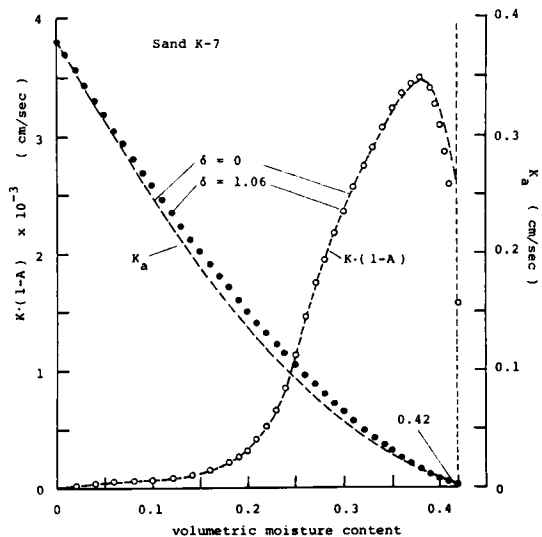


図3.2.3 $\delta = 0 (\lambda_* = 1.8)$ 、 $\delta = 1.06 (\lambda_* = 1.5)$ の場合での $K(1-A)$ 、 K_a の関数形

調べると、①の場合 $3.45 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ 、0.373、②の場合 $3.47 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ 、0.380 となっているので、 θ_c の値はよく一致している。以上のことは、結果的にいえば、透気係数の関数形に孤立空気の影響を直接に考慮した ① の場合を基準にとると、この効果を間接に考慮した ② の場合において、 λ_* の値を 1.5 (① の場合) とすると透気係数が大きくなりすぎるので、補正的に 1.8 になったといえる。

3.3 む す び

以上、底面が密閉された単一砂層への一定強度の降雨浸透において、途中砂層表面に湛水が生じた以降の浸透現象について考察したが、得られた結果を要約するとつぎのとおりである。

1) 時間の経過とともに砂層内で孤立空氣が形成され、最終的にそれらを包含したまま定常状態となる。この定常状態での自由に動ける空氣の体積率 θ_a^e は $\theta_a^e = \theta_{sat} - \delta_\infty \theta$ によって与えられる。ここに δ_∞ は K-7 砂の場合、1.06 ~ 1.08 となる。

2) 湛水開始時における砂層内の水分状態に関係なく、時間経過とともに浸透状況は次第に一義的となる。また、最終的な浸透状況は第 I 編第 2 章での単一砂層への湛水浸透の場合に一致する。

参 考 文 献

- 1) Shimojima, E. and Y. Ishihara: Infiltration process of rainfall with constant intensity, Bull. Disast. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 34, part 2, 1984, pp. 55-104.
- 2) Wilson, L. G. and J. N. Luthin: Effect of air flow ahead of the wetting front, Soil Sci., Vol. 96, 1963, pp. 136-143.
- 3) Wyckoff, R. D. and H. G. Botset: The flow of gas-liquid mixtures through unconsolidated sands, Phys., Vol. 7, 1936, pp. 325-345.
- 4) 例えば, Scheidegger, A. E.: The physics of flow through porous media, Univ. of Toronto Press, 3rd ed., p. 255.
- 5) Philip, J. R.: The theory of absorption in aggregated media, Aust. J. Soil Res., Vol. 6, 1968, pp. 1-19.

第4章 現地における雨水浸透に関する2、3の考察

4.1 はじめに

従来の流出解析とくに洪水解析¹⁾では主として表面流や中間流等のいわゆる横方向の流れに重点が置かれ、これらへの水の供給過程にかかわる浸透過程は動的に扱われることは少なかった。しかし比較的最近では浸透現象に着目し、横方向の流れと土壌水分の動態の関係を明らかにするために、現地でテンション・メータ、中性子水分計、差温式流速計などを用いて観測的研究が行われている^{2)、3)}。テンション・メータは水分量の小さなところを測定することが難しく、また時間応答特性の面で、速い現象たとえば降雨時の速く下降する wetting front の水分状態を把握することに問題がある。散乱方式に基づく中性子水分計は測点のまわりのかなり広い部分の水分量の平均値を計測するが、とくに埋設、キャリブレーション、管理などの面で問題がある。微流速計は前者の2つのものと異なり直接に水の流速を測定するものであるが、速い現象に対する時間応答や製作の技術面で問題がある。以上のように測定器自体の問題もあるが、もっと重要なことは、いずれの場合にも浸透場に直接埋設しなければならないので、例えば本研究で用いている外部からの測定法と異なり、測定部の場の構造を必然的に乱すことである。また現地の浸透場の構造は非常に複雑であることを考慮すると、これらの測定器を用いた現地観測は流域全体からみると、その非常に微小な部分での現象を把握しているともいえる。事実、近年このような場の異質性に着目して、場の構造に相似性を仮定し、いわゆるスケーリング理論を介した統計的な研究も行われている⁴⁾。

古くはHorton⁵⁾によって指摘されたように現地で infiltrometer を用いて浸透能曲線を求めようとする場合には、必然的に浸透実験を行っている部分の間隙空気が下端を通して外部の地中に逃げるために、この実験による浸透は全面的に降雨があるという実際の状況とは異なるところがあり、この点からも現地実験の難しさが伺える。しかし、現地を直接対象にして、雨水浸透に及ぼす間隙空気の効果に着目した研究は現在のところなされていないようであるが、仮に本研究で用いている圧力変換器を用いて空気圧の挙動を把握しようとする場合、浸透場が本研究の実験条件のように気乾状態となっているとは考えにくいので、測定値から水圧の影響を除去することが必要があり、この操作は難しい問題となる。

現地観測・実験の重要性はいまさら言及するまでもないが、とくに浸透過程を把握しようとする面で、上記した諸問題を考慮すると、本研究でこれまで行ってきた室内実験の必要性、重要

性が再確認される。

ここでは現地での雨水浸透を直接には考察しないが、これまで本論文で明らかにした間隙空気の雨水浸透に及ぼす効果の重要性に注目して、これまでの多くの研究で見い出された開放浸透での浸透特性を検討するとともに、工学上重要な湛水条件下の浸透能方程式について考察する。

4.2 閉塞浸透と開放浸透における浸透特性の比較

ここでは、気乾状態にある浸透場への主として湛水条件のもとでの雨水浸透において、間隙空気が浸透面を通してのみ外界へ放出される場合（閉塞浸透）の本論文で見出した浸透特性を浸透水が間隙空気と自由に交換される場合（開放浸透）の従来の研究で見い出された浸透特性と比較することによって、雨水浸透における間隙空気の役割を明確にする。なお、本節では表示法の簡略化のために、閉塞浸透と開放浸透の特性を示す式にそれぞれ添字 c および uc を付けて表す。

(1) 浸透強度

1) 浸透初期の変化

$$f = \frac{S}{2} \sqrt{t} \quad \dots\dots (4.2.1)_c, \quad f = \frac{S_0}{2} \sqrt{t}^{6)} \quad \dots\dots (4.2.1)_{uc}$$

同一の砂層では、定数値 S と S_0 には $S < S_0$ の関係がある。 S_0 は湛水深 (h_w) が大きな場合はど大きくなるが⁶⁾ S と h_w とにはそのような関係が明確でない。

2) 最終浸透能 f_∞

a. 単層の場合

$$f_\infty = \{K(1-A)\}_c \quad \dots\dots (4.2.2)_c, \quad f_\infty = K(\theta_{sat})^{6)} \quad \dots\dots (4.2.2)_{uc}$$

ここに、開放浸透の場合、理想的に孤立空気存在はないとしている。同一の砂層では $\{K(1-A)\}_c < K(\theta_{sat})$ であり、 $\{K(1-A)\}_c$ は $K(\theta_{sat})$ の半分程度となる。

b. 二層砂層の場合

上層が粗砂で下層が細砂の系：

$$f_{\infty} = \{K_l (1-A_l)\}_c \quad \dots\dots\dots (4.2.3)_c$$

$$f_{\infty} = K_l (\theta_{l \text{ sat}})^{7)} \quad \dots\dots\dots (4.2.3)_{uc}$$

上層が細砂で下層が粗砂の系で、下層内の水の流れが全面的不飽和流となる場合：

$$f_{\infty} = \{K_l (1-A_l)\}_* \quad \dots\dots\dots (4.2.4)_c$$

ここに、 $\theta_{lj} \geq \theta_{lc}$ のとき $\theta_{l*} = \theta_{lc}$ 、 $\theta_{lj} < \theta_{lc}$ のとき $\theta_{l*} = \theta_{lj}$ であり、また

$$f_{\infty} > \alpha_{uc} \hat{K}_u \left\{ 1 - \frac{\psi_{ue}/(1-\alpha_{uc})}{L_u} \right\} \text{である。}$$

$$f_{\infty} = K_l (\theta_{lj})^{8)} \quad \dots\dots\dots (4.2.4)_{uc}$$

$$\text{ただし、} f_{\infty} \gtrsim K_u (\theta_{u \text{ sat}}) \left\{ 1 + \frac{h_w - \psi_{ue}}{L_u} \right\}$$

上記の θ_{lj} はそれぞれ次式より求まる。

$$L_u = \frac{-\psi_{eu}/(1-\alpha_{uc})}{f_{\infty}/\alpha_{uc} \hat{K}_u - 1} - \int_{\theta_{uj}}^{\theta_{uj}} \frac{D_u (1-A_u)}{K_u (1-A_u) - f_{\infty}} d\theta_u \quad \dots\dots\dots (4.2.5)_c$$

$$L_u = \frac{h_w - \psi_{ue}}{f_{\infty}/K_{u \text{ sat}} - 1} - \int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u \text{ sat}}} \frac{D_u}{K_u - f_{\infty}} d\theta_u \quad \dots\dots\dots (4.2.5)_{uc}$$

(2) 最終的な水分量分布

1) 閉塞浸透の場合の擬似飽和域の厚さ $x_{1\infty}$ と開放浸透の場合の飽和域 $x_{s\infty}$

a. 単層の場合

$$x_{1\infty} = \frac{-\psi_e/(1-\alpha_c)}{\{K(1-A)\}_c/\alpha_c \hat{K} - 1} \quad \dots\dots\dots (4.2.6)_c$$

$$x_{s\infty} = \infty^{6)} \quad \dots\dots\dots (4.2.6)_{uc}$$

b. 二層砂層の場合

上層が粗砂で下層が細砂の系（上・下層の粒径が非常に近い場合は除外）：

$$(x_{u1})_{\infty} + (x_{l1})_{\infty} = L_u + \frac{-L_u [\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_u - 1] - \psi_{le} / (1 - \alpha_c^*)}{\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_l - 1} \quad \dots\dots\dots (4.2.7)_c$$

ここに、 $\alpha_c^* \approx \alpha_{lc} \approx \alpha_{uc}$ である。

$$(x_{us})_{\infty} + (x_{ls})_{\infty} = \infty^7) \quad \dots\dots\dots (4.2.7)_{uc}$$

上層が細砂で下層が粗砂の系：

下層内の水の流れが全面的不飽和流のとき、

$$(x_{u1})_{\infty} = \frac{-\psi_{ue} / (1 - \alpha_{uc})}{f_{\infty} / \alpha_{uc} \hat{K} - 1} \quad \dots\dots\dots (4.2.8)_c$$

$$(x_{us})_{\infty} = \frac{h_w - \psi_{ue}^8)}{f_{\infty} / K_{u\ sat} - 1} \quad \dots\dots\dots (4.2.8)_{uc}$$

下層内の水の流れが部分的不飽和流のとき、

$$(x_{u1})_{\infty} = L_u \quad \dots\dots\dots (4.2.9)_c \quad , \quad (x_{us})_{\infty} = L_u^9) \quad \dots\dots\dots (4.2.9)_{uc}$$

なお、この場合、下層にはそれぞれ擬飽和域、飽和域は形成されない。

2) wetting front の形状 $\Delta x(\theta, t)$ と移動速度 ω_*

a. 単層の場合

$$\Delta x = - \int_{\theta}^{\theta_c' - \Delta_*} \frac{D(1-A)}{K(1-A) - \frac{\theta}{\theta_c} \{K(1-A)\}_c'} d\theta \quad \dots\dots\dots (4.2.10)_c$$

$$\Delta x = - \int_{\theta}^{\theta_{sat} - \Delta_*} \frac{\theta D}{K - \frac{\theta}{\theta_{sat}} K_{sat}} d\theta^6) \quad \dots\dots\dots (4.2.10)_{uc}$$

ここに、 Δ_* は正の小さな定数値である。

$$\omega_* = \frac{\{K(1-A)\}'_c}{\theta'_c} \dots\dots\dots (4.2.11)_c$$

$$\omega_* = \frac{K_{sat}}{\theta_{sat}} \dots\dots\dots (4.2.11)_{uc}$$

同一砂層の場合、 $\{K(1-A)\}'_c / \theta'_c < K_{sat} / \theta_{sat}$ の関係にある。

b. 二層砂層の場合

上層が粗砂で下層が細砂の系：

wetting frontの形状と速度は単層の場合に類似であって、閉塞浸透では式(4.2.10)_c、式(4.2.11)_cで $\theta'_c \rightarrow \theta'_{lc}$ 、 $\{K(1-A)\}'_c \rightarrow \{K_l(1-A_l)\}'_c$ 、一方開放浸透では式(4.2.10)_{uc}、式(4.2.11)_{uc}で $\theta_{sat} \rightarrow \theta_{l\ sat}$ 、 $K_{sat} \rightarrow K_{l\ sat}$ と置換えばよい。

上層が細砂で下層が粗砂の系で、下層内の水の流れが全面的不飽和流の場合：

$$\Delta x = - \int_{\theta}^{\theta_{l*}-\Delta_*} \frac{D_l(1-A_l)}{K_l(1-A_l) - \frac{\theta_l}{\theta_{l*}} \{K_l(1-A_l)\}_*} d\theta \dots\dots\dots (4.2.12)_c$$

$$\Delta x = - \int_{\theta}^{\theta_{lj}-\Delta_*} \frac{D_l}{K_l - \frac{\theta_l}{\theta_{lj}} K_{lj}} d\theta \dots\dots\dots (4.2.12)_{uc}$$

$$\omega_* = \frac{\{K_l(1-A_l)\}_*}{\theta_{l*}} \dots\dots\dots (4.2.13)_c$$

$$\omega_* = \frac{K_{lj}}{\theta_{lj}} \dots\dots\dots (4.2.13)_{uc}$$

ここに、 θ_{l*} は $\theta_{lj} < \theta'_{lc}$ のとき $\theta_{l*} = \theta_{lj}$ 、 $\theta_{lj} > \theta'_{lc}$ のとき $\theta_{l*} = \theta'_{lc}$ である。

(3) 湛水が生起するための降雨強度の下限値

1) 単層の場合

$$q = \{K(1-A)\}_c \dots\dots\dots (4.2.14)_c$$

$$q = K_{sat}^{10}) \dots\dots\dots (4.2.14)_{uc}$$

なお、浸透場は有限の深さをもつが、上式はこの条件が考慮されておらず、またつぎの2層の場合についても同様である。

2) 二層砂層の場合

上層が粗砂で下層が細砂の系：

$$q = \{K_l(1-A_l)\}_c \dots\dots\dots (4.2.15)_c$$

$$q = K_{l\ sat} \dots\dots\dots (4.2.15)_{uc}$$

上層が細砂で下層が粗砂の系で、下層内の水の流れが全面的不飽和流の場合：

$$q = \{K_l(1-A_l)\}_* \dots\dots\dots (4.2.16)_c$$

$$q = K_{lj} \dots\dots\dots (4.2.16)_{uc}$$

ここに、 θ_{l*} は $\theta_{lj} \geq \theta_{lc}$ のとき $\theta_{l*} = \theta_{lc}$ 、 $\theta_{lj} < \theta_{lc}$ のとき $\theta_{l*} = \theta_{lj}$ である。二層系の閉塞浸透の場合の湛水条件は第2章では述べていない。しかし、同章で単層を対象としたときの限界降雨強度（式（4.2.14）_c）が単層での最終的な浸透強度（式（4.2.2）_c）と一致するという事実を考慮すると、二層系での式（4.2.15）_c、式（4.2.16）_c の成立は明らかである。

4.3 浸透能方程式

4.3.1 従来の研究

前述のとおり、現地の浸透場の構造は複雑であって、このような場へ種々様々な波形をもつ降雨が浸透していく。地面に降った雨は一連の降雨の最初から地面に湛水が形成された条件で浸透することはない。従って、途中湛水が生じる場合、たとえ様な浸透場に対しても、単純でない初期水分量分布のため、正確に浸透強度の時間変化を簡単な方法で求めることは容易ではなく、ただ求める方法としては水と空気の基礎式を計算機を用いて数値計算するしかないことは明らかである。

いままでに、種々の簡単な浸透方程式（湛水後の浸透能方程式）が提案された。これを大別すると、一つは複雑な現地での実験から得られたいわゆる経験式であり、他は簡単な初期・境

界条件のもとで、浸透水の移動を物理的に扱った式である。ここでは、これらの浸透方程式の代表的なものに対して論評する。

(1) Green・Amptモデルに基づく式

Green・Amptのモデルは、一様な初期水分量分布 ($\theta = \theta_0 = \text{const.}$) をもつ一様な浸透場への湛水深 h_w による浸透に対して、wetting front は明確な面で与えられて、この面の上・下方の水分量はそれぞれ一定の θ_{sat} および θ_0 をもち、また面には一定の毛管力 h_f (< 0) が働くという条件下の Darcy 則の一表現である。このモデルは浸透水の運動の式であるので、これに水の連続式を用いることによって、つぎの浸透能方程式が求まる¹¹⁾。

$$t = \left[I - \frac{C_2}{C_1} \Delta\theta \cdot \ln \left\{ 1 + I / \left(\frac{C_2}{C_1} \Delta\theta \right) \right\} \right] / C_1 \quad \dots\dots\dots (4.3.1)$$

ここに、 I は累積浸透量 (高)、 $C_1 = K_{sat}$ 、 $C_2 = K_{sat} (h_w - h_f)$ 、 $\Delta\theta = \theta_{sat} - \theta_0$ である。

Green・Amptモデルは、従来の不飽和浸透理論 (Richards の式に基づくもの) に基づき、土壌水分の拡散係数が $\theta \approx \theta_{sat}$ でデイラックの δ -関数で表せる peak をもつ場合に対応することを Philip¹²⁾ が見出し、同モデルの物理的基礎を与えた。また、Swartzendruber・Hubery¹³⁾ は現地実験によって同モデルの妥当性を示したが、結果的に C_1 は物理的に不合理な負の値となった。Childs・Boybord¹⁴⁾ は下向に向って粒径が小さくなる多層系で空内実験を行って、同モデルの妥当性を示した。しかし、 C_1 は同様に零あるいは負となったがこの原因を多層という場の構造に求めた。

以上の研究では、浸透過程における間隙空気の運動が考慮されていない。Adrain・Franzini¹⁵⁾ は同モデルに wetting front 前方の空気圧の項を導入して、間隙空気が一方向の圧縮過程にある場合の浸透能方程式を導びき、実験を介して検討を行った。また、Morel-Seytoux・Khanji¹⁶⁾ は浸透を水と空気の運動として扱え、wetting front の前方の空気圧は大気圧になっているという条件下で、Green・Amptモデルに含まれるパラメータの新たな解釈を与えるとともに、式 (4.3.1) と類似な浸透能方程式を求めた。彼らによると、 $C_1 = K_{sat}$ は少なくとも $\Delta\theta$ に依存する viscous resistance correction factor と呼ばれた β を用いて K_{sat}/β で修正され、 β はある砂、ローム、粘土に対し 1.1 ~ 1.7 となる。

(2) Hortonの式¹⁷⁾

$$f = f_c + (f_0 - f_c) e^{-\lambda} \quad \dots\dots\dots (4.3.2)$$

ここに、 f_0 は初期浸透能、 f_c は最終浸透能、 λ は正の定数値である。これは経験式であるが、Horton⁵⁾ は多くの自然の通減過程においてみられる対象量の減少割合が同時間の対象量の値の最終値との差に比例するという関係に根拠を求めることができると述べた。また浸透において、間隙空気は浸透水と逆方向に流れるので、空気の流れは水の移動に対して抵抗になること、湛水が浸透面に生じて湿ting front が通過した部分は飽和状態にならないことなどを認識することによって、この場合の浸透強度を infiltration capacity と呼び、Green・Ampt の場合の transmission capacity と区別した。

石原・石原¹⁸⁾ は従来の不飽和浸透理論を用いて Horton の式の物理的背景を明らかにした。すなわち、彼らは一様な浸透場を対象にして、 $D(\theta)$ と $K(\theta)$ が近似的に一定と仮定することにより一次元の線形拡散方程式を求め、これを $t = 0$ で $\theta = \theta_0 = \text{const.}$ の初期条件と、浸透面で $\theta = \theta_1 (>\theta_0) = \text{const.}$ 、場の下端で $\partial\theta/\partial x = 0$ なる境界条件のもとで解き、近似的に式(4.3.2)を誘導するとともに、 λ は $D(\theta_1)$ と比例関係になることを示した。

(3) Kostiakov の式¹⁹⁾

$$f = AB/t^{1-B} \quad \dots\dots\dots (4.3.3)$$

ここに、 A と B は定数値であって、 $A > 0$ 、 $0 < B < 1$ である。この式は経験式であるが、Swartzendrauber・Huberty¹³⁾ は現地実験によって、実験開始後比較的短時間の浸透ではよく適合することを認めている。

(4) Philip の式

Philip は一様な初期水分量分布 ($\theta = \theta_0$) をもつ一様な浸透場の表面に一定の水分量 θ_1 が境界条件として与えられた場合の浸透過程を従来の不飽和浸透理論を用いて解析した²⁰⁾。その際、水分量 θ と時間 t を独立変数にとって、 $x(\theta, t) = \varphi(\theta)t^{1/2} + \chi(\theta)t + \dots\dots\dots$ という有名な $t^{1/2}$ のべき級数展開を行ったが、この級数を第2項までとり、これを水分の連続式に用いることによって、つぎに示す浸透能方程式を提案した¹²⁾。

$$f = \frac{S_0}{2} t^{-1/2} + B \quad \dots\dots\dots (4.3.4)$$

ここに、 $S_0 = \int_{\theta_0}^{\theta_1} \varphi d\theta$ 、 $B = K(\theta_0) + \int_{\theta_0}^{\theta_1} \chi d\theta$ である。上記のべき級数展開は時間があまり大きなところでは適用できないので、上式は $t \rightarrow \infty$ で $f \rightarrow K(\theta_1)$ なる条件を満たさないこ

と、また、 B を $K(\theta_1)$ とみなすと $t \rightarrow \infty$ での f の条件は満足されることを示した。

式 (4.3.4) はある時間の範囲でのみ物理性もつが、同式の表現形は、時間経過が小のところでは f は非常に大きくなるので $f \propto t^{-1/2}$ で変化し、また十分に大のところでは $f = \text{const.}$ となるという物理的特徴を満すことが分る。そこで、式 (4.3.4) を単に経験式とみなし、 S_0 と B を経験定数とするならば、十分に時間が経った段階でも適用が可能であろう。事実、岡・角屋²¹⁾ は式 (4.3.4) の t を修正した形を浸透能方程式として用い、これを現地実験で適用している。

以上、浸透能方程式の代表例として示した式 (4.3.1) ～式 (4.3.4) は、いずれも浸透強度が時間とともに減少して、ある一定の値になるという性質をもっている。式 (4.3.3) を除く他の式は物理性をもつが、逆に同式が物理性をもつためには理想的な初期・境界を満足しなければならないことになる。また式 (4.3.2) と式 (4.3.3) は経験式であるので、現地での複雑な浸透条件のもとでも成立すると考えられるが、当然のことながらその物理的根拠は明確でない。ところで、前述したとおり、とくに灌水条件下の雨水浸透では間隙空気の閉塞や運動の効果が重要である。この効果を考慮したものとして、問題はあがるが物理性をもつ Green・Ampt モデルに基づく Morel-Seytoux・Khanji のものと Adrain・Franzini のものが上げられ、また物理性はないが式 (4.3.2) と式 (4.3.3) が上げられる。

4.3.2 間隙空気の閉塞を考慮した浸透能方程式²²⁾

ここでは、簡単な条件のもとで、間隙空気の運動を考慮した物理性をもつ浸透能方程式を求めるとともに、この方程式を介して若干精度は低下するが、工学的な目的から簡単な同方程式を提案する。

(1) 浸透方程式に関する条件

簡単な浸透方程式を誘導するために、第2章と第3章で得た結果を参考にして、以下に示す条件を仮定する。

1) 場と降雨強度

① 式 (2.2.1) と式 (2.2.2) の初期条件および式 (2.2.3) ～式 (2.2.6) の境界条件が成立する。ただ地表面に灌水が生じた以降では、同面上に灌水深が常に存在するという条件下で、降雨強度の変化は可能である。従って表面流の発生も同様に支障はない。

② 透水係数と透気係数は時間的・場所的に変化しない。従って、孤立空気や死水の生起に関する問題は直接には考えない。

③ $\theta = \theta_0$ をもつ wetting front の前方に常に存在する。

2) 灌水生起前

① 式(2.3.13)で定義した関数 F をこの場合 F_{be} と記すと、 F_{be} はつぎの関係を満す。

$$\theta_s \leq \theta_c^* \text{ の場合、 } F_{be} = \frac{\theta - \theta_0}{\theta_s - \theta_0} \quad \dots\dots\dots (4.3.5)_1$$

$$\theta_s > \theta_c^* \text{ の場合、 } F_{be} = \frac{\theta - \theta_0}{\theta_c^* - \theta_0} \quad ; \quad \theta_0 < \theta < \theta_c^* \quad \dots\dots\dots (4.3.5)_2$$

$$F_{be} = 1 \quad ; \quad \theta > \theta_c^*$$

ここに、 θ_c^* はつぎの関係を満す θ の値であり、

$$\frac{\theta - \theta_0}{\theta_c^* - \theta_0} = \frac{\{K(1-A)\}_c - K_0(1-A_0)}{\{K(1-A)\}_c' - K_0(1-A_0)} \quad \dots\dots\dots (4.3.6)$$

また、 $\theta_c' < \theta_c^* < \theta_c$ である。 θ_s が $\theta_m > \theta_s > \theta_c^*$ を満す場合のみ、この F_{be} は式(2.2.26)の F と一致しない。従って、式(4.3.5)を用いることは、式(2.2.26)の場合と比べ θ_s がいく増大することが予想される。しかし、2.2.4(1)で示した q が3)の場合に生じる問題点は解消される。

② θ_s が θ_m に達した以降では、水分量分布はその形状を変えずに移動する。従って、その速度は $\{q - K_0(1-A_0)\} / (\theta_m - \theta_0)$ に等しい。

3) 灌水生起後

① 式(3.2.16)で定義した関数 F を F_{af} と記すと、 F_{af} はつぎの関係を満す。

$$F_{af} = \frac{\theta - \theta_0}{\theta_c^* - \theta_0} \quad ; \quad \theta_0 < \theta < \theta_c^* \quad \dots\dots\dots (4.3.7)$$

$$F_{af} = 1 \quad ; \quad \theta \geq \theta_c^*$$

式(4.3.7)は式(3.2.17)の近似的な表現であって、式(4.3.5)₂と一致する。

② 式(2.4.9)*で定義した α_r と式(2.4.10)*で定義した β_r は一定に保たれ、それぞれ式(2.4.24)*の α_c および式(2.4.25)*の β_c (式(2.4.27)*)に等しい。

(2) 方程式の誘導

灌水前で θ_s が θ_m となる時間 t_1 は、式(2.2.18)を t を固定して θ につき区間 (θ_0, θ_m) で積分したものが $\{f - K_0(1-A_0)\}$ を $t=0$ から $t=t_1$ まで t につき積分したものに等しいという水の連続式より、次式で与えられる。

$$t_1 = - \int_{\theta_0}^{\theta_m} d\theta \int_{\theta}^{\theta_m} \frac{D(1-A) / \{q - K_0(1-A_0)\}}{K(1-A) - K_0(1-A_0) - F_{be}\{q - K_0(1-A_0)\}} d\theta$$

..... (4.3.8)

満水生起時間 t_p はつぎのとおりである。すなわち式 (2.4.58) * で $f \rightarrow q$ および満水後の条件②より $\alpha_r \rightarrow \alpha_c$ 、 $\beta_r \rightarrow \beta_c$ とすると $x_1 = \beta_c \hat{K} / (q - \alpha_c \hat{K})$ をうる。よって、満水前の条件②と水の連続条件より次式をうる。

$$t_p = t_1 + (\theta_m - \theta_c) \frac{\beta_c \hat{K}}{q - \alpha_c \hat{K}} / \{q - K_0(1-A_0)\} \quad \text{..... (4.3.9)}$$

式 (4.3.8) と式 (4.3.9) を用いると、満水後の f と t の関係はつぎのようにして求まる。まず、 $A^e \rightarrow A$ とした式 (3.2.16) を $\partial x / \partial \theta$ につき整理し、これを t を固定して θ につき区間 (θ , θ_m) で積分すると次式をうる。

$$x - x_1 = \int_{\theta}^{\theta_m} \frac{D(1-A)}{K(1-A) - K_0(1-A_0) - F_{af}\{f - K_0(1-A_0)\}} d\theta \quad \text{... (4.3.10)}$$

ここに、 x_1 は式 (2.4.58) * で与えられる。式 (4.3.10) より求まる $\partial x / \partial t$ を t を固定し θ につき区間 (θ_0 , θ_m) で積分したものは、水の連続式より $\{f - K_0(1-A_0)\}$ に等しいので、つぎに示す f に関する常微分方程式をうる。

$$f - K_0(1-A_0) = - \frac{df}{dt} \left[\frac{(\theta_m - \theta_0) \beta_c \hat{K}}{(f - \alpha_c \hat{K})^2} - \int_{\theta_0}^{\theta_m} d\theta \int_{\theta}^{\theta_m} \frac{D(1-A) - F_{af}}{K(1-A) - K_0(1-A_0) - F_{af}\{f - K_0(1-A_0)\}} d\theta \right]$$

..... (4.3.11)

上式を $t = t_p$ で $f = q$ の条件のもとで解くと、つぎに示した浸透能力方程式をうる。

$$t = t_p + G_{qs} + G_{us} \quad \text{..... (4.3.12)}$$

ここに、

$$G_{qs} = \frac{(\theta_m - \theta_0)\beta_c \hat{K}}{K_0(1-A_0) - \alpha_c \hat{K}} \left[\frac{1}{f - \alpha_c \hat{K}} + \frac{1}{K_0(1-A_0) - \alpha_c \hat{K}} \ln \left| \frac{f - K_0(1-A_0)}{f - \alpha_c \hat{K}} \right| \right]_f^q$$

$$; \quad K_0(1-A_0) \neq \alpha_c \hat{K} \quad \dots\dots\dots (4.3.13)$$

$$= - \left[\frac{(\theta_m - \theta_0)\beta_c \hat{K}}{4(f - \alpha_c \hat{K})^4} \right]_f^q ; \quad K_0(1-A_0) = \alpha_c \hat{K}$$

$$G_{us} = \int_{\theta_0}^{\theta_m} d\theta \int_{\theta}^{\theta_m} \frac{D(1-A)F_{af}}{K(1-A) - K_0(1-A_0)} \times$$

$$\left[\frac{1}{K(1-A) - K_0(1-A_0)(1-F_{af}) - fF_{af}} + \frac{1}{K(1-A) - K_0(1-A_0)} \right.$$

$$\left. \ln \left| \frac{f - K_0(1-A_0)}{K(1-A) - K_0(1-A_0)(1-F_{af}) - fF_{af}} \right| \right]_f^q d\theta \quad \dots\dots\dots (4.3.14)$$

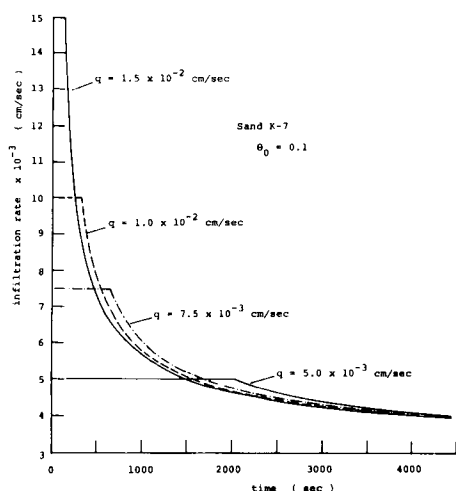
ここに $[\dots]_f^q = [\dots]_{f=q} - [\dots]_{f=f}$ である。

式(4.3.12)より分るように、浸透強度の変化は陰関数で表されている。しかし、式(4.3.12)より、 $q \geq f > \{K(1-A)\}_c$ の条件のもとで、任意の浸透強度に対する経過時間を容易に求めることができる。

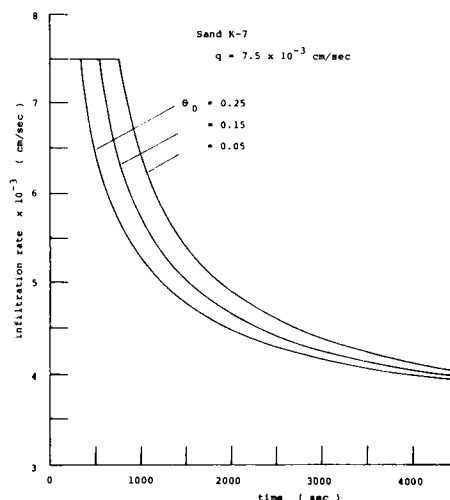
(3) 計 算 例

式(4.3.12)で与えられる浸透強度の時間変化に及ぼす降雨強度 q および初期水分量 θ_0 の効果を調べてみると、それぞれ図4.3.1(1)および(2)となる。ここに、計算は $\alpha_c \hat{K} > K_0 \cdot (1-A_0)$ の範囲の K-7 砂の場合に対してなされており、また前者は $\theta_0 = 0.1$ の場合、後者は $q = 7.5 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の場合である。また浸透強度の下限値は実験結果の $f_{\infty} = \{K(1-A)\}_c = 3.5 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ と一致するようにとられている。これらの図から、灌水後の浸透強度は時間とともに、降雨強度と初期水分量とに無関係なある一つの曲線に沿って変化するように見え、また降雨強度と初期水分量が小さくなるほど、灌水開始時間は長くなることが分る。

図4.3.2は、式(4.3.12)で右辺第2項の擬似飽和域の寄与を示す G_{qs} と同第3項の不飽和域の寄与を示す G_{us} の灌水後の経過時間との関係を、K-7 砂で $q = 1 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$ 、



(1) 降雨強度の効果



(2) 初期水分量の効果

図 4.3.1 浸透強度の時間変化

$\theta_0 = 0.1$ の場合について調べたものである。ここに、横軸は湛水後の経過時間 ($G_{qs} + G_{us}$)、縦軸は G_{qs} 、 G_{us} を示す。なお、図中の破線は原点を通る 45° の直線である。この図より、湛水直後では G_{qs} と G_{us} は同程度の値になるが、時間とともに、 G_{us} は G_{qs} に比べ非常に大きくなり、また G_{qs} はある一定値になることが分る。

図 4.3.3 (1)、(2) はそれぞれ図 3.1.1 (1)、(2) で示した $q = 9.10 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ 、 $q = 5.78 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の場合の浸透強度の実験値と式 (4.3.12) による計算値との比

較を示したものであり、両者の湛水開始時間（実験の場合、とくに大きな黒丸に対応）がほぼ一致するように描かれている。ここに、図中には 2 つの時間軸があるが、上方が計算の場合で下方が実験の場合である。この図より、湛水後の両者の浸透強度の変化はよく合致しているこ

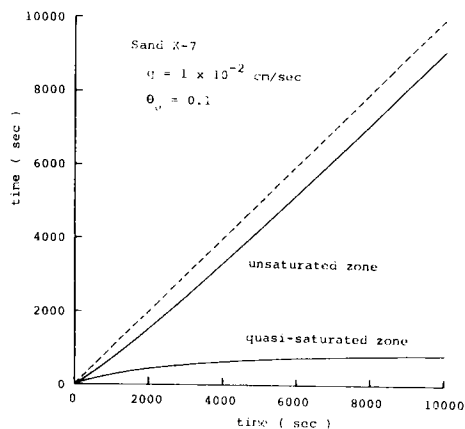
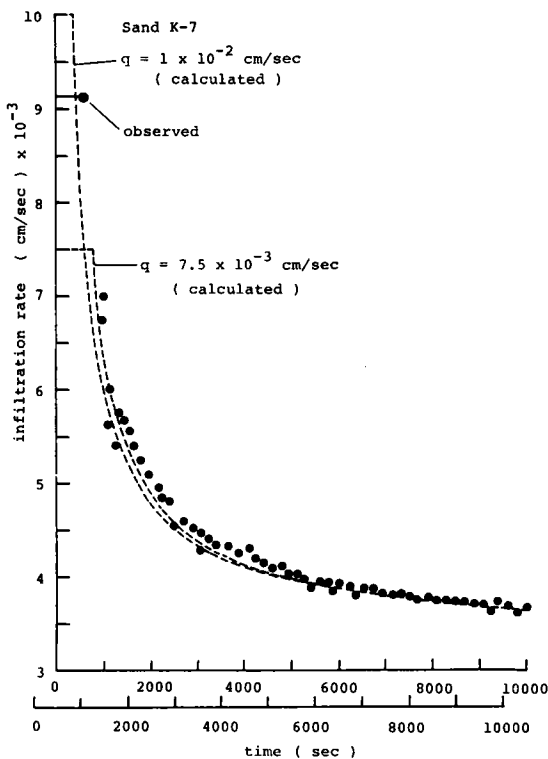
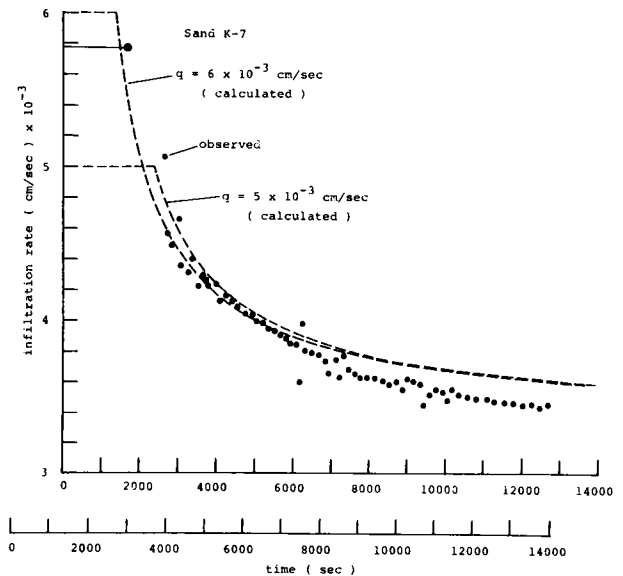


図 4.3.2 G_{qs} と G_{us} の時間変化



(1) $q = 9.10 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の実験の場合



(2) $q = 5.78 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ の実験の場合

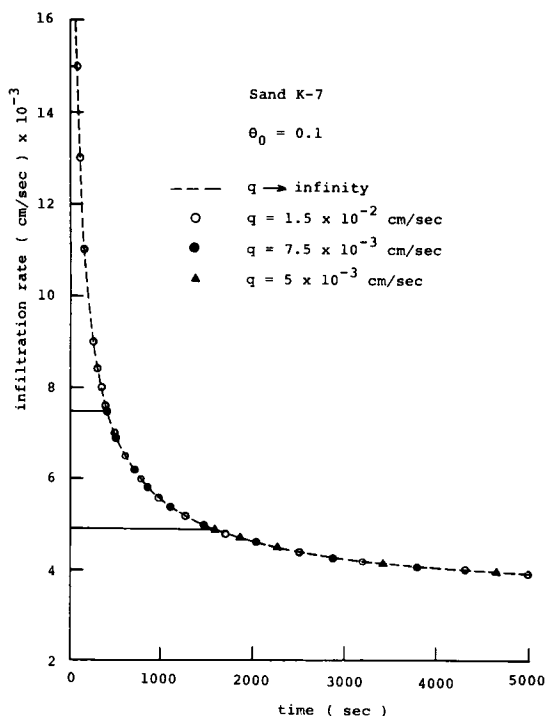
図 4.3.3 湛水後の浸透強度の実験値と計算値との比較

とが分る。なお、後者の図を詳細に調べると、時間とともに実験値は計算値に比べ小さくなっていくことが分る。これは、計算の場合浸透強度の下限値を $3.5 \times 10^{-3} \text{ cm/sec}$ となるようにとったが、実験での同値は計算のものより若干小さくなったことによる。

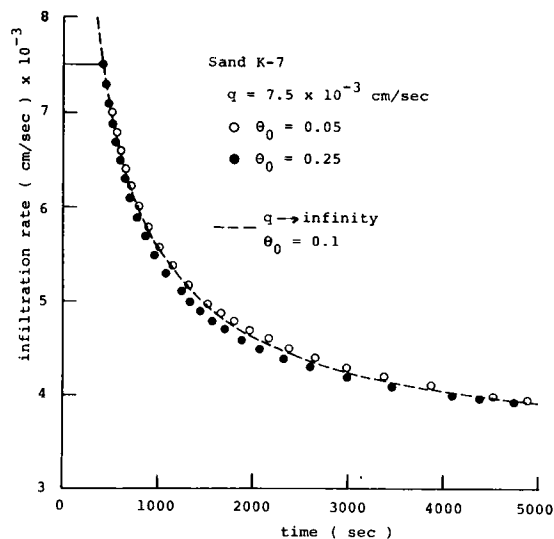
(4) 簡単な浸透能方程式

実験値との比較によって、式(4.3.12)はとくに湛水後の浸透強度の変化を精度よく表すことが分った。しかし、式の構造は複雑であるので、ここでは実用面を考慮して同式を簡単な関数形で表すことを考える。

図 4.3.4(1)は図 4.3.1(1)に示した湛水後の種々の浸透曲線を適当に時間軸を移動させて書き直したものである。ここに、図中の時間軸は $\theta_0 = 0.1$ 、 $q \rightarrow \infty$ の場合の式(4.3.12)による経過時間に対応する。また、図 4.3.4(2)は図 4.3.1(2)を前図と同様な操作を行ったものであり、時間軸は前図の場合と同様である。これらの図より、種々の降雨強度の値と初期水分量の値をもつ式(4.3.12)による浸透曲線は、適当に時間軸をずらすことによって、ほぼ一つの



(1) 図 4.3.1 (1) の場合



(2) 図 4.3.1 (2) の場合

図 4.3.4 湛水後の計算による浸透強度の時間変化

曲線（図では $\theta_0 = 0.1$ 、 $q \rightarrow \infty$ のもの）で近似できることが分る。

そこで、図 4.3.4 中の破線による浸透曲線を簡単な関数形で表すために式 (4.3.3) を考慮して両対数紙に、また式 (4.3.2) を考慮して片対数紙にプロットすると、それぞれは図 4.3.5 (1) および (2) で示した黒丸のようになる。ここに、後者の図では縦軸に最終的な浸透強度 f_∞ の値を差引いた浸透強度の値をとっている。前図の場合、浸透強度は湛水後 ある程度の期間（約 1000 sec）で図中に示した直線に従って変化し、その後時間とともに変化割合を減じつつ減少していくことが分る。一方、後図の場合、例えば前図の約 1000 sec までの $(f - f_\infty)$ の変化に注目しても、何ら前図のような直線的な変化特性が見い出されず、明らかに下に凸な変化を示すことが分る。なお、図 4.3.1 (1)、(2) の種々の浸透曲線を同様に両対数紙と片対数紙にプロットすると、上記と同様なことがいえる。

浸透強度の下限値 f_∞ が $\{K(1-A)\}$ となることを考慮して図 4.3.5 (1) の浸透強度の変化特性に注目すると、湛水後の浸透強度の変化はつぎのような式で近似的に与えることができる。

$$f = C \cdot (t + t_0)^{-n} \quad ; \quad t \leq t_c \quad \dots\dots\dots (4.3.15)$$

$$= f_\infty \quad ; \quad t > t_c$$

ここに、 t は湛水後の経過時間、 n と C は正の定数値であって、例えば砂の種類によって変化するもの、 q_p を湛水開始時間の降雨強度とすると、 $t_0 = (q_p/C)^{-1/n}$ 、 $t_c = (f_\infty/C)^{-1/n} - t_0$ である。なお、 $q_p \rightarrow \infty$ の場合には $t_0 \rightarrow 0$ となるので、この場合の式(4.3.15)は図4.3.5(1)中に示した2つの実直線に対応する。また図4.3.5(1)での n の値は約 $\frac{2}{3}$ となる。

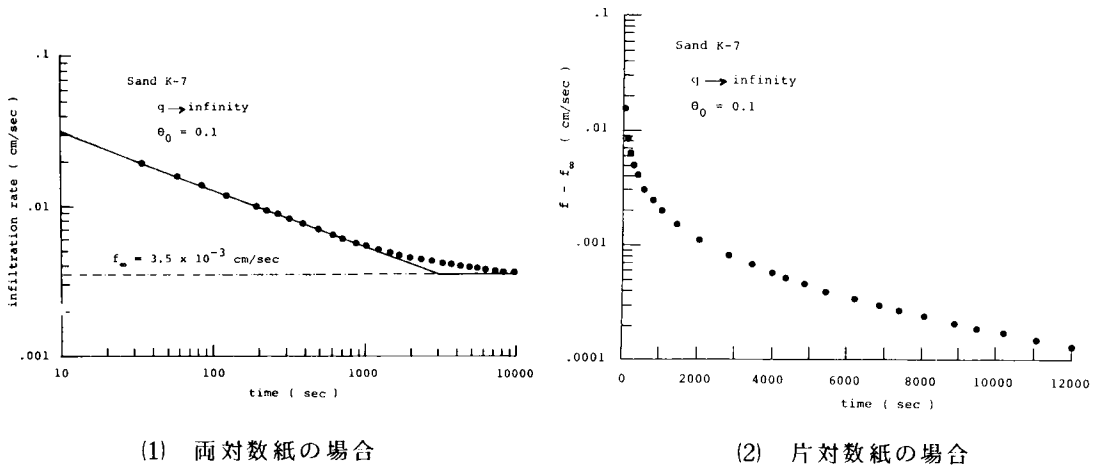


図 4.3.5 $\theta_0 = 0.1$ 、 $q \rightarrow \infty$ の条件下の浸透強度の時間変化

4.4 む す び

以上、雨水浸透過程における間隙空気の効果の重要性に注目して、閉塞浸透と開放浸透の差異を簡単な条件下での浸透特性を比較して明らかにするとともに、湛水生起後の浸透能方程式を考察してつぎに示す結果をえた。

1) 一様な初期水分量分布をもつ一様な浸透場に一定強度の降雨が続く場合、湛水後の浸透能方程式は式(4.3.12)で与えられる。この場合、浸透面に湛水が形成されている限り、降雨強度が変化してもそのまま成立する。

2) また式(4.3.12)は実用的な見地から次式によって近似的に表すことができる。

$$f = C(t + t_0)^{-n} \quad ; \quad t \leq t_c$$

$$= \{K(1-A)\}_c \equiv f_\infty \quad ; \quad t > t_c$$

ここに、 t は灌水後の経過時間、 C と n は正の定数値で砂の種類によって変化するもの（K-7 砂の場合 $n \approx 2/5$ ）、灌水開始時間の降雨強度を q_p とすると、 $t_0 = (q_p/C)^{-1/n}$ 、 $t_c = (f_\infty/C)^{-1/n} - t_0$ である。

参 考 文 献

- 1) 例えば、石原安雄：洪水流出の解析、土木学会水理委員会、1964.
- 2) 例えば、田中宏平・四ヶ所四男美・瀬口昌洋：山地小流域の土壌水分と流出特性、京大防災研究所年報、第25号B-2、1982、pp. 195-pp. 205.
- 3) 例えば、田中 正・安原正也・酒井 均：丘陵地源流域における流出現象と地下水の挙動、京大防災研究所年報、第25号B-2、1982、pp. 181-194.
- 4) Warrick, A. W., Mullen, G. J. and D. R. Nielsen: Scaling field-measured soil hydraulic properties using a similar media concept, Water Resour. Res., Vol. 13, 1977, pp. 355-362.
- 5) Horton, R. E.: An approach toward a physical interpretation of infiltration-capacity, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol. 5, 1940, pp. 399-417.
- 6) Philip, J. R.: The theory of infiltration: 6. Effect of water depth over soil, Soil Sci., Vol. 85, 1957, pp. 278-286.
- 7) 例えば、Childs, E. C.: An introduction to the physical basis of soil water phenomena, A Wiley-Interscience Pub., pp. 293-294.
- 8) Takagi, S.: Analysis of the vertical downward flow of water through a two-layered soil, Soil Sci., Vol. 90, 1960, pp. 98-103.
- 9) Hill, D. E. and J.-Y. Parlange: Wetting front instability in layered soils, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol. 36, 1972, pp. 697-702.
- 10) Parlange, J.-Y.: Theory of water movement in soils: 8. One-dimensional infiltration with constant flux at the

- surface, Soil Sci., Vol. 114, 1972, pp. 1-4.
- 11) 前出 7), pp. 275-277.
 - 12) Philip, J. R.: The theory of infiltration: 4. Sorptivity and algebraic infiltration equations, Soil Sci., Vol. 84, 1957, pp. 257-264.
 - 13) Swartzendruber, D. and M. R. Huberty: Use of infiltration equation parameters to evaluate infiltration differences in the field, Tran. Amer. Geophys. Union, Vol. 39, 1958, pp. 84-93.
 - 14) Childs, E. C. and M. Bybordi: The vertical movement of water in stratified porous material: 1. Infiltration, Water Resour. Res., Vol. 5, 1969, pp. 446-459.
 - 15) Adrain, D. D. and J. B. Franzini: Impedance to infiltration by pressure build-up ahead of wetting front, J. Geophys. Res., Vol. 71, 1966, pp. 5857-5862.
 - 16) Morel-Seytoux, H. J. and J. Khanji: Derivation of an equation of infiltration, Water Resour. Res., Vol. 10, 1974, pp. 795-800.
 - 17) Horton, R. E.: Analysis of runoff-plat experiments with varying infiltration-capacity, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 20, 1939, pp. 693-711.
 - 18) 石原藤次郎・石原安雄: 出水解析に関する最近の進歩 — 由良川を中心にして — 、京大防災研究所年報、第5号B、1962、pp. 33-58.
 - 19) Kostiaikov, A. N.: On the dynamics of the coefficient of water-percolation in soils and the necessity for studying it from a dynamic point of view for purposes of amelioration, Internat. Soc. Soil Sci. Sixth Com. Trans. Russ., A, 1932, pp. 17-21.
 - 20) Philip, J. R.: The theory of infiltration: 1. The infiltration equation and its solution, Soil Sci., Vol. 83, 1957, pp. 345-357.

- 21) 岡 大郎・角屋 陸：丘陵地斜面における雨水の流入・流出過程(3)、京大防災研究所年報、
第19号B、1976、pp. 153-165.
- 22) Shimojima, E. and Y. Ishihara: Infiltration process of
rainfall with constant intensity, Bull. Disast. Prev.
Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 34, Part 2, 1984, pp. 55-104.

第5章 結 語

以上、雨水の地面への浸透過程を明らかにするために、一様な初期水分量分布をもつ下端が密閉された一様な浸透場に一定強度の降雨が続くという簡単な条件のもとでの浸透現象を理論的そして実験的に研究したが、本編で得られた成果を要約するとつぎのとおりである。

1) 降雨強度 q が $\{K(1-A)\}_c$ より大きな場合には、wetting front が層の下端に達する前に浸透面に湛水が生じる可能性がある。

降雨がそのまま砂層表面に浸透していく場合には、

2) $q < \{K(1-A)\}_c$ の場合、浸透面での水分量 θ_s は時間とともに増大し、そして $q = K(1-A)$ の関係を満す水分量の小さなもの $\tilde{\theta}$ に近づく。

とくに、 $q < \{K(1-A)\}_c'$ のときには、時間とともに wetting front は一定の形状と一定の速度 $\{q - K_0(1-A_0)\} / (\tilde{\theta} - \theta_0)$ で移動するようになる。また wetting front の前方の空気圧は同様に、式 (2.2.35) に従って直線的に増加するようになる。

$\{K(1-A)\}_c' < q < \{K(1-A)\}_c$ の場合には時間とともに $\theta_0 < \theta < \theta_c'$ の範囲で wetting front が形成され、これは $q < \{K(1-A)\}_c'$ の場合と同様な状態で下方へ移動するようになるが、その速度は $[\{K(1-A)\}_c' - K_0(1-A_0)] / (\theta_c' - \theta_0)$ である。 $\theta_c' < \theta < \tilde{\theta}$ の範囲の水分量分布は $(\partial x / \partial t)_\theta = dK(1-A) / d\theta$ に従って引延ばされるようになる。

3) $q > \{K(1-A)\}_c$ の場合、 θ_s はある一定の値 θ_m (K = 7 砂、K = 6 砂の場合ほぼ 90% 飽和に対応) に達すまで増大を続ける。その間の wetting front 前方の空気圧 p_{al} は $d^2 p_{al} / dt^2 > 0$ で増大するが、とくに θ_s が θ_m になった以降の増大は苦しい。そして、ほぼ $d^2 p_{al} / dt^2 = 0$ となったときに浸透面に湛水が現れる。

4) θ_s が θ_m になったのち浸透面より下方に向って擬似飽和域が形成される。そして、 α_r (式 (2.4.9)*) は K = 7 砂、K = 6 砂の場合 0.7 ~ 0.6 より 0.6 ~ 0.5 まで時間の経過とともに直線的に減少する。この間の α_r の減少量は小さいが、この減少は擬似飽和域の空気抵抗の増大によって生じる。また同域の両端の毛管ポテンシャルの差 ($\psi_0 - \psi_1$) は時間経過とともに増大し、湛水開始時間でこの値はほぼ砂の water entry value の絶対値に一致する。すなわち、擬似飽和域下端の毛管ポテンシャル ψ_1 は water entry value に等しいといえる。

つぎに湛水が生起した以降では、

5) 時間の経過とともに砂層内で孤立空気が形成され、最終的にそれらを包含したまま定常状態となる。この定常状態での自由に動ける空気の体積率 θ_a^e は $\theta_a^e = \theta_{sat} - \delta_\infty \theta$ によって与えられる。ここに θ は体積含水率であって、 δ_∞ は K-7 砂の場合、1.06 ~ 1.08 となる。

6) 湛水開始時における砂層内の水分状態に関係なく、時間経過とともに浸透状況は次第に一義的となる。また、最終的な浸透状況は第 I 編第 2 章での単一砂層への湛水浸透の場合に一致する。

最後に、湛水後の浸透能方程式については、

7) 一様な初期水分量分布をもつ一様な浸透場に一定強度の降雨が続く場合、湛水後の浸透能方程式は式 (4.3.12) で与えられる。この場合、浸透面に湛水が形成されている限り、降雨強度が変化してもそのまま成立する。

8) また式 (4.3.12) は実用的な見地から次式によって近似的に表すことができる。

$$f = C(t+t_0)^{-n} \quad ; \quad t \leq t_c$$

$$= \{K(1-A)\}_c \equiv f_\infty \quad ; \quad t > t_c$$

ここに、 t は湛水後の経過時間、 C と n は正の定数値で砂の種類によって変化するもの、湛水開始時間の降雨強度を q_p とすると、 $t_0 = (q_p/C)^{-1/n}$ 、 $t_c = (f_\infty/C)^{-1/n} - t_0$ 、である。

結

論

緒論で詳述したとおり水文学的循環において、また実際面で河川災害や水資源の問題において基本的なところで非常に重要な係りをもつ地中への雨水浸透に関する本研究の出発点は、雨水浸透は有限な深さをもつ場で生起し、同過程での間隙空気は地表面を通してのみ外界へ放出され、また現象的には水と空気の2相流体流であるという認識であった。本論文は、このような観点に立って、雨水浸透を理解する上で基礎となる浸透機構とくに浸透水と間隙空気との交換機構、および地層境界の存在が浸透現象に及ぼす効果についての問題、そして応用的な面として灌水条件に注目して降雨条件と浸透現象との関係および灌水後の浸透能方程式の問題に関して研究を進めてきたが、得られた成果を要約するとつぎのようである。

第I編では、浸透水の移動に及ぼす間隙空気の効果および地層構造の効果に注目した浸透機構を灌水浸透について考察した。すなわち、

第1章では、本編での研究の位置づけ、着眼点および方針について述べた。

第2章では、単一砂層を対象にして灌水浸透機構を検討した結果について述べた。すなわち、まず従来の研究を紹介し、これに対して問題点を指摘した。

ついで、底面を閉じた円筒に気乾状態の単一柱を作り、この表面に常に一定の灌水深を設けるという簡単化された初期・境界条件のもとでの実験、また空気の放出機構を解明するために砂層をU字管に、水をグリセリンに置換えた補助的実験を介して、以下のことを明らかにした。

1) 水分量分布は浸透面より下方へ発達する擬似飽和域とその下方の不飽和域とで構成され、不飽和域の下端には wetting front が存在する。時間とともに擬似飽和域の発達は衰えて、7) に示す物理的に決まるある深さまでしか延びないが、不飽和域は wetting front の下方への移動に伴って発達を続ける。

2) 間隙空気は間歇的に浸透面を通して外界へ放出され、厳密には浸透現象は不連続となるが、一連の現象を平均的に連続事象として捉えることが可能であって、不飽和域での水と空気の運動はそれぞれ一般化された Darcy 則に従い、また擬似飽和域での水の流量流速とその先端での空気圧はつぎの諸式で与えられる。

$$\hat{v} = \alpha_r \hat{K} \left\{ 1 + \frac{\beta_r / \alpha_r}{x_1} \right\}, \quad p_{a1} = (1 - \alpha_r) x_1 - \psi_1 + p_{w0} - \beta_r$$

$$\text{ここに、} \alpha_r = \hat{K}_a / (\hat{K}_a + r \hat{K}), \quad \beta_r = \alpha_r (-\psi_1 + p_{w0} - p_{a0}), \quad \hat{v}_a = -r \hat{v}$$

3) 浸透開始後、 α_r は大略 0.6 より急減し、時間とともに一定の値 α_c (K-7 砂、K-6 砂ともほぼ 0.3) に漸近する。また β_r は浸透直後より若干減少する傾向がみられるが、近似的に ψ_e を water entry value として一定の値 $\beta_c = -\alpha_c \psi_e / (1 - \alpha_c)$ とみなせる。なお浸透の初期段階を除外すると、 $r(t)$ は $r = 1$ で近似できる。

4) 擬似飽和域の形成段階は wetting front 前方の空気圧が大略 $|\psi_e|$ と湛水深 h_w の和に達するまでの過程に対応し、この過程は浸透面直下の領域内の空気抵抗が次第に増大することから説明できる。発達段階では、擬似飽和域と不飽和域での空気の移動に対する抵抗は前者の方が後者に比べて少なくとも数倍 (K-7 砂、K-6 砂では 3 倍程度) 大きくなる。

5) 不飽和域内の空気の外界への放出条件は擬似飽和域下端で与えられ、擬似飽和域の発達段階での同域下端の空気圧は次式で与えることができる。

$$p_{a1} = (1 - \alpha_c) \left(x_1 - \frac{\psi_e}{1 - \alpha_c} \right) + h_w$$

6) 浸透初期の擬似飽和域の形成過程においては近似的に次式が成立する。

$$\text{浸透強度 } f: \quad f = \frac{S}{2} / \sqrt{t}$$

$$\text{水分の移動:} \quad x(\theta, t) = \varphi(\theta) \sqrt{t}$$

$$\text{wetting front 前方の空気圧 } p_{aL}: \quad p_{aL} = a \ln t + b + h_w$$

定数値の S と a の値は湛水深の大小または砂層厚の大小によって一義的に決らないが、 S と a との間には S が大きくなると a が小さくなるという傾向がある。

なお、砂層内の空気圧は近似的に θ の関数と t の関数の和で与えられる。

7) 擬似飽和域が十分に発達した段階においては、浸透強度 f 、wetting front 前方の空気圧の変化割合 dp_{aL}/dt 、wetting front の形状 $\{x(\theta, t) - x(\theta'_c - \Delta_*, t)\}$ と速度 ω_* は砂層厚、湛水深に関係なくほぼ一定となり、つぎの諸式で与えられる。

$$f = \{K(1-A)\}_c, \quad \frac{dp_{aL}}{dt} = A'_c \frac{\{K(1-A)\}'_c - K_0(1-A_0)}{\theta'_c - \theta_0}$$

$$x(\theta, t) - x(\theta'_c - \Delta_*, t) = - \int_{\theta}^{\theta'_c - \Delta_*} \frac{D(1-A)}{-(\theta - \theta_0)\omega_* + K(1-A) - K_0(1-A_0)} d\theta$$

$$\omega_* = \frac{\{K(1-A)\}'_c - K_0(1-A_0)}{\theta'_c - \theta_0}$$

ここに、浸透場の初期水分量分布は一樣で、 $\theta = \theta_0$ であるが、 θ_0 はあまり大きな値ではないとしており、また Δ_* は正の小さな値である。なお、 $\theta_0 \approx 0$ のとき、 $\theta_c \approx \theta'_c$ である。

また、このような段階での擬飽和域は浸透面より

$$x_1 \approx -\alpha_c \hat{K} \frac{\psi_c / (1 - \alpha_c)}{\{K(1-A)\}_c - \alpha_c \hat{K}}$$

まで発達している（K-7砂、K-6砂の場合はほぼ20cm）が、水分量分布は重力方向に、水分量 θ が θ_1 となる擬飽和域、 $\theta_1 > \theta > \theta_c$ の形状がほぼ固定される部分、 $\theta_c > \theta > \theta'_c$ の $\partial x / \partial t \approx dK(1-A)/d\theta$ によって形状が引延ばされている部分、 $\theta = \theta'_c$ のtransmission zone および上記のwetting frontによって構成される。

なお、wetting frontに沿った空気圧は、 $\theta_0 \approx 0$ の場合には θ の関数と $\{AK(1-A)/\theta\}'_c \cdot t$ の t の関数の和で与えることができる。

第3章では、二層砂層への湛水浸透を対象にして、層境界面の存在が浸透現象に及ぼす効果を検討した結果について述べた。すなわち、まず従来の研究を紹介し、これに対して問題点を指摘した。

ついで、底面を閉じた円筒に気乾状態の上層が細砂で下層が粗砂の二層砂層を作り、これの表面に常に一定の湛水深を設けるという条件のもとでの実験を介して、以下のことを明らかにした。

1) wetting frontが層境界面に達した直後の現象は不連続的であって、浸透強度の急減、wetting front前方の空気圧の急増、上層内水分量の急増および wetting frontの移動の遅延が生じる。

2) 下層での水の流れ形態は一般には上・下層の粒径差によって決り、その差が小さいときには一般化されたDarcy則に従う全面的な飽和流が、差が大きくなるときには部分的な飽和流が生じる。

3) wetting frontが下層へ深く進むにつれて水分量分布は、下層で全面的な飽和流が

生起する場合、上層では浸透面より発達した擬飽和域とその下方の不飽和域で形成され、下層ではつぎに示す不飽和域で形成される。層境界面直下の水分量 θ_{lj} が θ_{lc} より大きいときは、重力方向の順に、水分量分布がほぼ固定される $\theta_{lj} > \theta_l > \theta_{lc}$ の部分、形状が引延されている $\theta_{lc} > \theta_l > \theta_{lc}'$ の部分、 $\theta_l = \theta_{lc}'$ の transmission zone およびほぼ一定の形状と速度 $\{K_l(1-A_l)/\theta_l\}_c$ を有する wetting front によって構成される。 θ_{lj} が $\theta_{lc} > \theta_{lj} > \theta_{lc}'$ のときは、同形状が引延されている $\theta_{lj} > \theta_l > \theta_{lc}'$ の部分とそれ以下は $\theta_{lj} > \theta_{lc}$ のときと同じものによって構成される。また、 θ_{lj} が $\theta_{lj} < \theta_{lc}'$ のときは、 $\theta_l = \theta_{lj}$ の transmission zone とその前方のほぼ一定の形状と速度 $\{K_l(1-A_l)/\theta_l\}_j$ を有する wetting front によって構成される。とくに上層の擬飽和域は上層厚が大きくなほどよく発達し、上層の砂で構成された単層への湛水浸透の場合と比べると、上層厚が上記の第2章の7)で示した擬飽和域の上限的な厚さより大きな場合にはよく発達する。

一方下層で部分的な不飽和流が生起する場合、水分量分布は上層厚に関係なく、上層全域の擬飽和域と下層の非常に水分量の小さな部分とで構成される。

4) 前項で述べたような段階での浸透強度はほぼ一定となり、また下層で全面的な不飽和流が生起する場合でのその値は $\theta_{lj} \geq \theta_{lc}$ のとき $\{K_l(1-A_l)\}_c$ 、 $\theta_{lj} < \theta_{lc}$ のとき $\{K_l(1-A_l)\}_j$ となる。なお、途中浸透強度が別の値に移行して再び一定になる場合があるが、この変化は上層の擬飽和域の空気抵抗の変化として説明することができる。

5) 擬飽和域での浸透の基礎式は単層の場合と同じであって、下層で全面的な不飽和流が生起する場合には一般には単層の場合と同じ定数値を用いることが可能である。

6) 3)で述べた段階での wetting front 前方の空気圧は、下層で全面的な不飽和流が生起する場合、一定の割合で増大し、その割合は $\theta_{lj} \geq \theta_{lc}'$ のとき $\{A_l K_l(1-A_l)/\theta_l\}_c$ 、 $\theta_{lj} < \theta_{lc}'$ のとき $\{A_l K_l(1-A_l)/\theta_l\}_j$ で与えられる。一方部分的な不飽和流が生起する場合は変化割合が零に近くなって、空気圧はほぼ $L_u - \psi_{ue} + h_w$ の値に等しくなる。

さらに、砂の組合せが逆な上層が粗砂で下層が細砂の同様な二層砂層への湛水浸透実験を介して、以下のことを明らかにした。

1) wetting front が層境界に到達した直後、上・下層の粒径差が小さいとき、浸透強度はほぼ一定の値をとり、この状態は上層厚が大きくなほど、また間隙空氣が閉塞されない場合より長く続く。その間の wetting front 前方の空気圧の増加割合は緩和され、その後の浸透強度の急激な低下に伴って空気圧は急増を始める。一方両層の粒径差が大きくなときには、浸透強度はむしろ増大した後減少を始め、また同空気圧は急増を示し、漸变的な現象は認められない。

2) 前項で示した段階での上層の水分状況は、浸透面から下方のみならず層境界から上方へと擬似飽和域が発達する。

3) このような状況を経て、上・下層の粒径差が小さいとき、浸透強度は減少後はば一定の値となり、また wetting front 前方の空気圧は増加割合を減じつつはば一定の割合で増加するようになる。一方粒径差が大きいときには、浸透強度は徐々に増加して一定の値に近づくが、同空気圧は一旦減少して極小値をとった後一定の割合で増加するようになる。これらの浸透強度と空気圧の時間変化割合の一定値は、下層の砂によって構成された単層への湛水浸透の場合で、十分に時間が経った段階で認められる第2章の7)で示したそれぞれに対応する結果と一致する。

4) wetting front が下層へ深く進んだ段階では、一般には上層全域と層境界から下方の次式で示す深さまで擬似飽和域が発達することになる。

$$(x_{l1})_{\infty} = \frac{-L_u [\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_u - 1] - \psi_{le} / (1 - \alpha_c^*)}{\{K_l(1-A_l)\}_c / \alpha_c^* \hat{K}_l - 1}$$

ここに、 α_c^* は α_{lc} ($\approx \alpha_{uc}$) に等しいとみなせる。そして、同域下方の不飽和域の水分量分布は、第2章の7)で示した単層の場合に認められる不飽和域での同分布と同じとなる。

5) 前項の $(x_{l1})_{\infty}$ の値は、砂の組合せが同じ場合には上・下層の粒径が非常に近い場合を除外すると、上層が厚いほど大きくなり、また上層厚と下層の砂が同一の場合には上層が粗いほど、さらに下層の砂によって構成される単層への湛水浸透の場合のものより大きくなる。

6) 下層に位置する擬似飽和域下端での空気圧は、第2章の5)で示した単層の場合と類似な表現で近似的に与えることができる。すなわち、

$$p_{a1} = (1 - \alpha_c^*) X_1 - \psi_{le} + h_w$$

ここに、 $X_1 = L_u + x_{l1}$ である。

第Ⅱ編では、一様な浸透場を対象にして、降雨条件と浸透現象との係り、および湛水後の浸透能方程式について考察した。すなわち、

第1章では、本編での研究の位置づけ、着眼点および方針について述べた。

第2章では、下端が密閉された一様な水分量分布をもつ一様な場への一定強度の雨水浸透で wetting front が浸透場の下層に達するまでに着目し、とくに浸透面に湛水が生起する以前の段階での現象を検討した結果について述べた。すなわち、まず従来の研究を紹介し、これに対して問題点を指摘した。

ついで、上記の条件のもとで第I編で明らかにした浸透の基礎式を理論的に解析するとともに、浸透場が気乾状態の単一砂柱を用いて実験を行うことによって、以下のことを明らかにした。

1) 降雨強度 q が $\{K(1-A)\}_c$ より大きな場合のみ湛水が生起する可能性がある。

2) $q < \{K(1-A)\}_c$ の場合、浸透面での水分量 θ_s は時間とともに増大して、条件式 $q = K(1-A)$ を満す2つの水分量のうち小さなもの $\tilde{\theta}$ に近づく。

とくに、 $q < \{K(1-A)\}_c$ の場合には時間経過とともに wetting front は一定の形状と速度 $\tilde{\omega} = \{q - K_0(1-A_0)\} / (\tilde{\theta} - \theta_0)$ で移動するようになる。また wetting front 前方の空気圧の時間的増加割合は $\tilde{A}\tilde{\omega}$ で与えられる。

$\{K(1-A)\}_c' < q < \{K(1-A)\}_c$ の場合には時間とともに $\theta_0 < \theta < \theta_c'$ の範囲で wetting front が形成され、これは $q < \{K(1-A)\}_c'$ の場合と同様な状態で下方へ移動するようになるが、その速度は $[\{K(1-A)\}_c' - K_0(1-A_0)] / (\theta_c' - \theta_0)$ である。 $\theta_c' < \theta < \tilde{\theta}$ の範囲の水分量分布は $(\partial x / \partial t)_\theta = dK(1-A) / d\theta$ に従って引延されるようになる。

3) $q > \{K(1-A)\}_c$ の場合、 θ_s はある一定の値 θ_m (K-7砂、K-6砂の場合はほぼ90%飽和に対応)に達するまで増大を続ける。その間の wetting front 前方の空気圧 p_{aL} は $d^2 p_{aL} / dt^2 > 0$ で増大するが、とくに θ_s が θ_m になった以降の増大は著しい。そして、ほぼ $d^2 p_{aL} / dt^2 = 0$ となったときに浸透面に湛水が現れる。

4) θ_s が θ_m になったのち浸透面より下方に向かって擬似飽和域が形成される。そして、 $\alpha_r = \hat{K}_a / (\hat{K}_a + r\hat{K})$ はK-7砂、K-6砂の場合0.7～0.6より0.6～0.5まで時間経過とともに直線的に減少する。この間の α_r の減少量は小さいが、この減少は擬似飽和域の空気抵抗の増大によって生じる。また同域の両端の毛管ポテンシャルの差 $(\psi_0 - \psi_1)$ は時間経過とともに増大し、湛水開始時間でこの値はほぼ砂の water entry value の絶対値に一致する。すなわち、擬似飽和域下端の毛管ポテンシャル ψ_1 は water entry value に等しいといえる。

第3章では、第2章のところで述べた雨水浸透で、途中浸透面に湛水が生じた以降の現象を検討した結果について述べた。すなわち、湛水後の実験結果と第2章での結果、第I編第2章の湛水浸透の結果との比較・検討を介して、以下のことを明らかにした。

1) 時間の経過とともに砂層内で孤立空気が形成され、最終的にそれらを包含したまま定常状態となる。この定常状態での自由に動ける空気の体積率 θ_a^e は $\theta_a^e = \theta_{sat} - \delta_{\infty}\theta$ によって与えられる。ここに θ は体積含水率であって、 δ_{∞} はK-7砂の場合、1.06～1.08となる。

2) 湛水開始時における砂層内の水分状態に関係なく、時間経過とともに浸透状況は次第に

一義的となる。また、最終的な浸透状況は第 I 編第 2 章での単一砂層への湛水浸透の場合に一致する。

第 4 章では、まず雨水浸透の現地観測・実験に関する問題点と空内浸透実験の重要性について論じた。

ついで、本研究で明らかにした閉塞浸透の場合と従来の研究で明らかにされた開放浸透の場合における現象特性を比較することにより、雨水浸透過程における間隙空気の閉塞効果を明確にした。

さらに、従来の研究によって提案された湛水後の浸透能方程式を論評するとともに、浸透の基礎式を介して浸透能方程式を検討し、以下に示す結果を得た。

1) 一様な初期水分量分布をもつ一様な浸透場に一定強度の降雨が続く場合、湛水後の浸透能方程式は式 (4.3.12) で与えられる。この場合、浸透面に湛水が形成されている限り、降雨強度が変化してもそのまま成立する。

2) また式 (4.3.12) は実用的な見地から次式によって近似的に表すことができる。

$$f = C(t + t_0)^{-n} \quad ; \quad t \leq t_c$$
$$= \{K(1-A)\}_c = f_\infty \quad ; \quad t > t_c$$

ここに、 t は湛水後の経過時間、 C と n は正の定数値で砂の種類によって変化するもの、湛水開始時間の降雨強度を q_p とすると、 $t_0 = (q_p/C)^{-1/n}$ 、 $t_c = (f_\infty/C)^{-1/n} - t_0$ 、である。

さて、本研究は、再々述べたように、雨水の浸透過程を基本的なところから解明するために、単純な浸透場と降雨の条件のもとでの浸透過程について研究したものであって、浸透場は比較的均一な砂による単層および二層で、一次元的な構造のものを対象としている。そこで、最後に、本研究で得た成果を踏まえ、現地での雨水浸透について若干の考察を行うとともに、今後の研究の方向ないしは課題について著者の考えを述べて結論とする。

まず、河川流域の基本的構成要素である山腹斜面に着目しよう。この部分の浸透場は、前述のとおり、斜面から下方の不透気面（岩盤面、地下水面）までの間となるが、この場の状態は本研究で対象とした浸透場とつぎの 3 つの点で異なっている。すなわち、現地では、

- ① 場の鉛直方向にみた厚さは一般には山頂から山裾に向けて減少し、一定ではない。
- ② 場には亀裂や木の根の跡などがあって異質な空隙部分が点在することが多い。
- ③ 場を Darcy スケール程度でみると、土壌の粒度のヒストグラフはかなり広い範囲にわ

たって分布する場合がある。

まず、①の場の厚さの点だけからみると、本研究で対象とした場は、山地ではなく、平野的なところに対応すると考えられる。しかし、山腹斜面での浸透場の厚さは山裾ほど薄いので、下方の境界面への wetting front の到達は山裾より順次山頂に向かって生じ、また wetting front が到達した部分ではこの境界面より上方に向かって土壌の飽和化の現象が起ることになる。一方、間隙空気はできるだけ抵抗の小さい部分を通過して外界へ放出されと考えられるので、空気は必ずしも鉛直上方へ移動するとは限らず、とくに上記の飽和化の現象によって、山頂方向に向かって移動することが予想される。山頂付近ではその下方の間隙空気以外のものが集ってくるので、ここでの浸透水の降下速度は一次元的な浸透の場合に比べ低下しよう。これらの現象の研究は一次元場を対象にした本研究の応用問題として、計算機を用いた数値シミュレーションによって浸透過程の把握が可能であろう。

②の亀裂などを伴う場への雨水浸透で間隙空気がどのような空隙部分を通して外界へ放出されるのか、また浸透水の移動状況がどのようなものであるかは現象論的に興味ある問題である。しかし、亀裂は複雑なネットワーク的な構造をしており、かつ平面的にみてその面積はその周囲の面積に比し小さいことを考慮すると、現象は非常に複雑になることが予想されるので、今後地道な実験的研究が必要であろう。

③のいわゆる混合粒径の場への雨水浸透は本研究の応用問題として取扱うことができると考えられる。

最後に、河川流域における雨水流出問題との関係について述べる。前述したように、流出場の重要な構成要素である山腹斜面において、一般に、比較的強い降雨がある場合に、地表面に湛水が起ると地面流が発生し、また多孔質の表面土壌層の下の境界面上に飽和帯が形成されると中間流が生起し、これらが洪水流出の主成分となり、またさらに土中深く浸透する水はやがて地下水面に達して重要な水資源となる。こうした過程において、本論文で取扱った雨水浸透は地面流や中間流の発生条件とそれらへの水の供給割合を規定し、また浸透能方程式と wetting front の進行の仕方は地下水への水供給の仕方を与えるものである。したがって、上述したような今後研究すべき課題はあるとしても、本研究の成果は洪水問題や水資源問題に貢献するところが少なくないと信ずるものである。

謝

辞

本研究を行うにあたって、終始緩かい御指導御鞭撻を頂いた京都大学防災研究所石原安雄教授に衷心より感謝の意を表します。また本論文を書き上げるに際して力強い励しの言葉を頂いた京都大学防災研究所村本嘉雄教授、群馬大学工学部小葉竹重機助教授に厚く感謝の意を表します。さらに、差分法による数値計算を行うにあたり甚大なる援助を頂いた早瀬吉雄氏（現・北海道開発庁）、並びに実験を行うに際して協力して頂いた古谷博司氏（現・日本工営）、時松昌則氏（現・岡山県）および京都大学防災研究所事務官杉村寿子嬢に感謝の意を表します。

なお、本研究における数値計算は京都大学化学研究所中央電子計算機室にて行った。

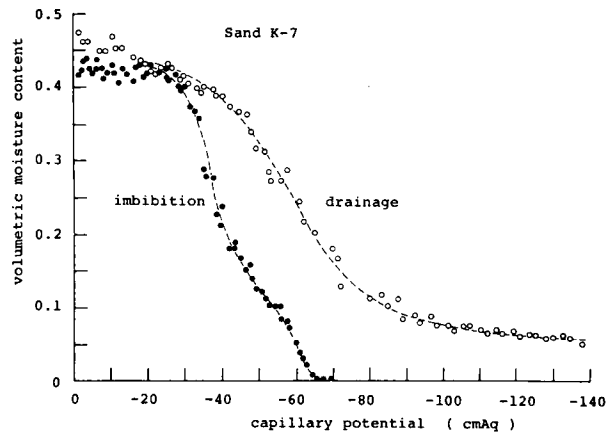
付 録

実験砂の水理特性

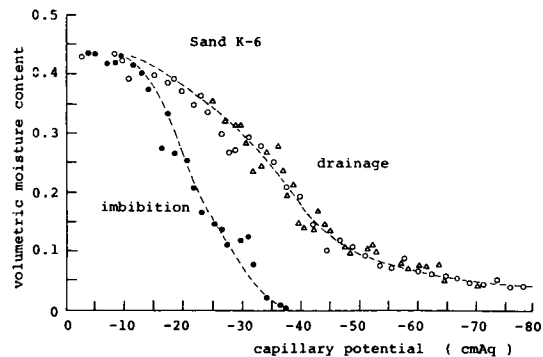
(1) 水分特性曲線

毛管ポテンシャル(ψ)と体積含水比(θ)の関係は、一般に履歴現象があるので、一価関数とはならない。ここでは、乾燥砂が水を吸収して水分量を増大させる方向にある場合と、飽和状態にあった砂が排水して水分量を減少する場合を対象とする。

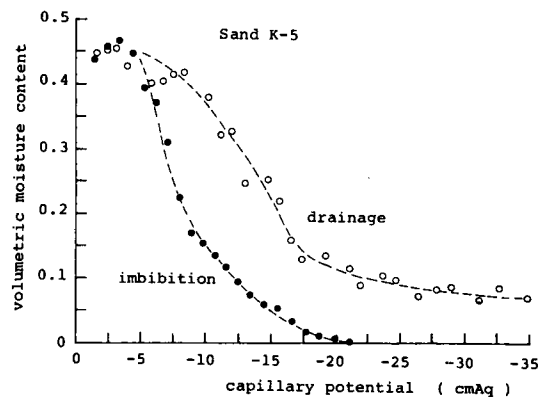
実験はいわゆる土中法によった。すなわち、内径7 cm、長さ4.5 cmの円筒ユニットを多数用意し、吸水過程の場合は、気乾状態の実験砂(第Ⅰ編図2.2.2参照)を第Ⅰ編2.2.1(2)で示したような所定の締固めの状態になるように充填しつつユニットを組立て、約130 cmの高さにした。これを常に一定の水位を保つようにした容器に鉛直に立て、数週間放置した後これを分解し、自由水面からの高さ($-\psi$ に対応)に対応する供試体の水分量を求めた。一方、脱水過程の場合は、吸水過程の場合と同様に砂柱を作り、これを水の入っていない同様の容器に鉛直に立て、この上面より微小強度の給水を行い、ほぼ飽和になった時点で容器に水を入れ常に一定の水位になるようにした後上方からの給水を停止し、約1ヶ月放置することにより求めた。このようにして実験を行った結果が付図1(1)~(3)であって、それぞれK-7砂、K-6砂、K-5砂の場合である。



(1) K-7砂の場合



(2) K-6砂の場合



(3) K-5砂の場合

付図-1 毛管ポテンシャルと水分量との関係

なお、このようにして求めた ψ は厳密にいうと毛管ポテンシャルを含んだ matric potential¹⁾ と呼ばれるものに対応するが、本論文ではこれを毛管ポテンシャル(capillary potential)と称することにした。

(2) 水分の拡散係数

付図-2 に示したように、内径 2.7 cm、長さ 3 cm の円筒ユニットを多数用意し、これを接合しつつ気乾状態の実験砂を所定の締固め状態になるように充填し、長さが約 100 cm の砂柱を作り、これを水平に設置した。この一端の給水側は、空隙が飽和され、その面の水圧が大気圧に等しくなるように Mariotte 装置に接合し、一方他端は外界の大気に対して開放の状態とした。実験は wetting front が開放端に達しない程度の一定時間 Mariotte 装置から給水を行った後、ただちに円筒を分解し、各円筒ユニット内の水分量を測定する方法をとったが、各円筒ユニットの給水面からの距離 (x) とそこでの体積含水比の関係をを用いて、実験砂の水分の拡散係数が次式より算出できる²⁾。

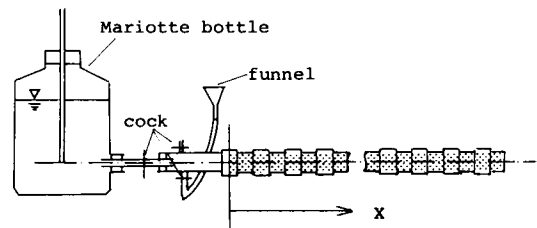
$$D(\theta) = -\frac{1}{2} \frac{d\varphi}{d\theta} \int_{\theta_0}^{\theta} \varphi d\theta = -\frac{1}{2t} \frac{\partial x}{\partial \theta} \int_{\theta_0}^{\theta} x d\theta \quad \dots\dots\dots (A. 1)$$

ここに、 $\varphi(\theta) = x / \sqrt{t}$

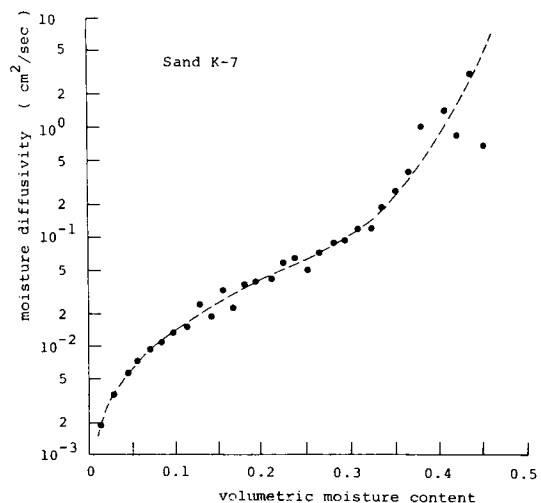
$\dots\dots\dots (A. 2)$

t は給水時間、 θ_0 は初期体積含水率である。このようにして求めたものが付図-3(1)~(3)であって、それぞれ K-7 砂、K-6 砂、K-5 砂の場合である。

なお、実験より得られる次式の S_0 の値(sorptivity³⁾ と呼ばれる)を計算すると、K-7 砂、K-6 砂、K-5 砂の場合それぞれは 0.47、0.60、0.65 cm sec^{-1/2} となった。



付図-2 水分の拡散係数測定装置の概観図



(1) K-7 砂の場合

$$S_0 = \int_{\theta_0}^{\theta_{sat}} \varphi(\theta) d\theta$$

$$= \frac{1}{\sqrt{t}} \int_{\theta_0}^{\theta_{sat}} x d\theta \dots (A.3)$$

(3) 不飽和・飽和透水係数

実験砂の水分の拡散係数は、本来第 I 編の式 (2.2.14) で示したように不飽和透水係数と毛管ポテンシャルを体積含水比により微分したものによって定義される。従って不飽和透水係数は同式より次式で与えられる。

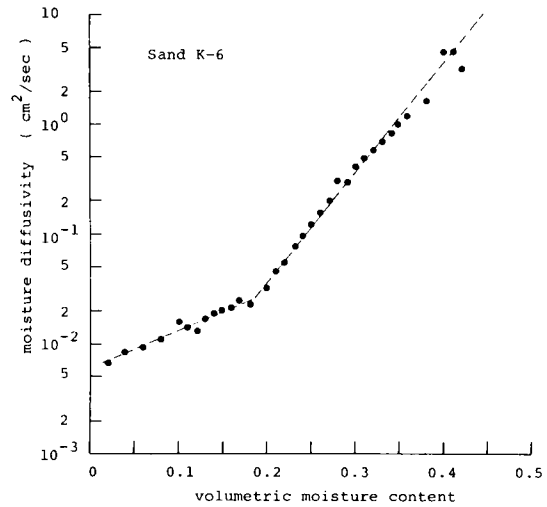
$$K(\theta) = D(\theta) / \frac{d\psi}{d\theta}$$

… (A.4)

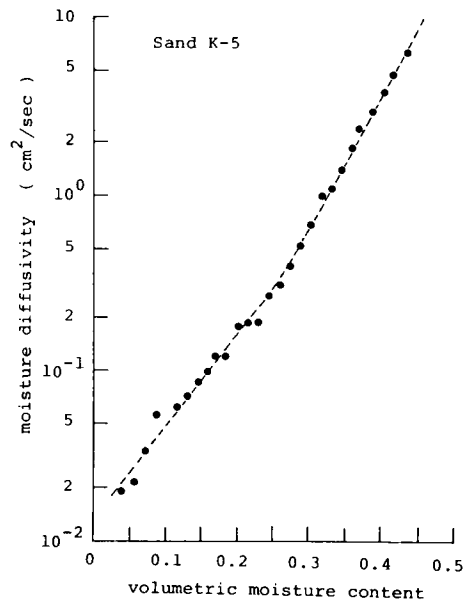
これより、(2) で決る $D(\theta)$ 、(1) で決る $d\psi/d\theta$ を上式右辺に代入すると $K(\theta)$ が求まることになる。吸水過程の K-7 砂、K-6 砂、K-5 砂の場合に対しその結果を示すとそれぞれ付図-4(1)~(3)の黒丸となる。

付図-1 より分るように粒徑

の大きな K-5 砂の場合、 ψ と θ の曲線は比較的水分量の大きな部分で急激に変化するので、上式で $d\psi/d\theta$ を求めるに際して精度が悪くなることが予想される。そこで、K-5 砂に対してつきに示す直接的な測定方法を併用した。すなわち、(1) で使用した円筒に気乾状態の K-5 砂を充填し十分に長い砂柱を作り、これを鉛直に立て、下端は大気と接触するようにした。そして、この上面よりこの面にはほぼ一様となるように一定強度 q の給水を長時間行った。なお、給水



(2) K-6 砂の場合



(3) K-5 砂の場合

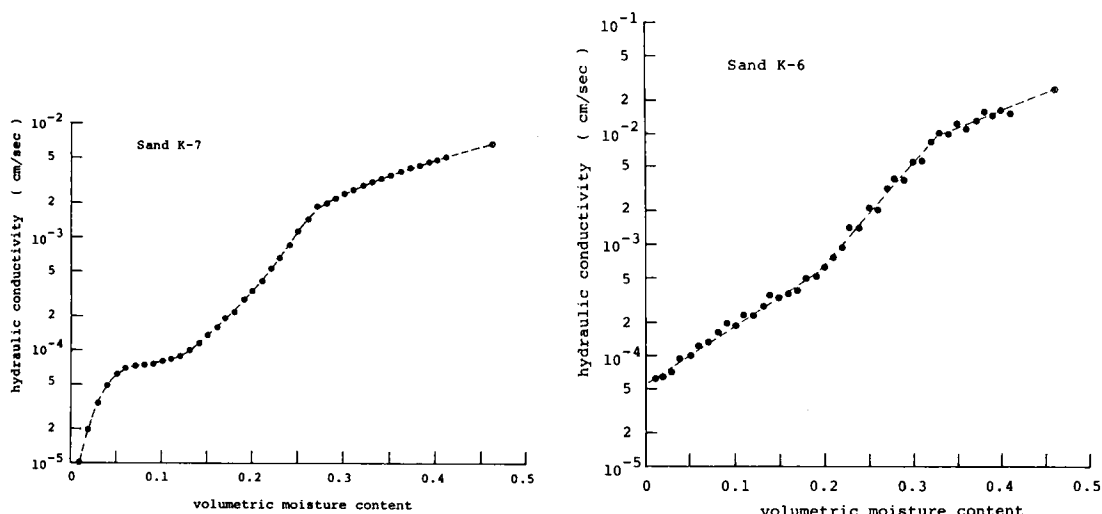
付図-3 水分の拡散係数

の強度は浸透能より小さい。このような状況での水分量分布はほぼ定常状態に達し、また砂柱下端付近を除外すると $\partial\theta/\partial x \approx 0$ となっているはずであるので、このような部分では次式が成立する（第Ⅱ編 2.2.2(3)参照）。

$$q = K(\theta) \quad \dots\dots\dots (A. 5)$$

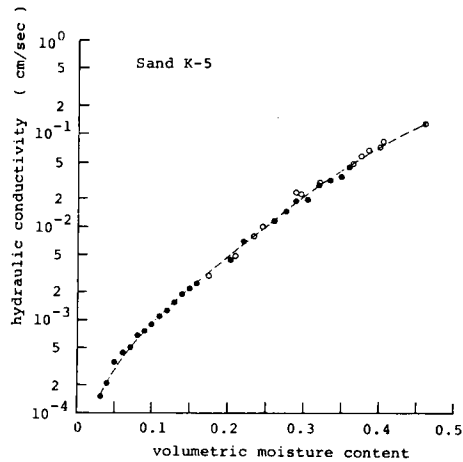
そこで、種々の一定強度の給水と、砂柱の上部と下部を除いた数ヶ所の水分量との関係を調べると、図-4(3)中の白丸となる。

最後に、飽和透水係数は以下の方法によった。すなわち、第Ⅰ編 2.2.1 で示したコックが取付けられた底板で密閉された長さ 170 cm の円筒に所定の締固め状態に実験砂を充填し、層厚 169 cm の単一柱を作って鉛直に立て、下端のコックを通して非常にゆっくり給水を行い、水が砂層表面に湧出して円筒上端より越水するまで続け、その時点でコックを締めた。なお、円筒の側壁には 2ヶ所距離を隔てて透明なビニール・チューブが取付けられている。つぎに、砂層表面上の湛水が円筒の周縁より越水するように一定強度の給水を行い続けると同時に、下端のコックを開け、上記のビニール・チューブ内の水位がほぼ定常状態になったところで、コックからの排水流量と 2つのチューブ内の水位差を計測し、Darcy 則より飽和透水係数を求めた。このようにして得られた値が付図-4中の①印で示されている。



(1) K-7 砂の場合

(2) K-6 砂の場合



(3) K-5 砂の場合

付図-4 不飽和、飽和透水係数

参 考 文 献

- 1) 例えば、Hillel, D.: Soil and water, Academic Press, 1971, pp. 49-77.
- 2) Bruce, R. R. and A. Klute: The measurement of soil moisture diffusivity, Soil Sci. Soc. Amer. Proc., Vol. 20, 1956, pp. 458-462.
- 3) 例えば、Philip, J. R.: Theory of infiltration, Adv. in Hydroscience, 5, Academic Press, 1969, pp. 237-238.